

Princípio da Casa dos Pombos

Anjolina Grisi de Oliveira

Centro de Informática
Universidade Federal de Pernambuco

2007.1 / CIn-UFPE

Teorema (Rosen p.244)

Se $k + 1$ ou mais objetos são colocados em k caixas, então no mínimo uma caixa conterá dois ou mais objetos.

Suponha que nenhuma das das k caixas possua mais que 1 objeto. Logo, o total de objetos colocados nas caixas é no máximo k . Isso é uma contradição, pois foram colocados pelo menos $k + 1$ objetos.

Exemplo

Entre um grupo de 367 pessoas, pelo menos duas possuem o mesmo dia de nascimento, pois existem apenas 366 possibilidades.

Exemplo

Em qualquer grupo de 27 palavras inglesas, existem pelo menos duas que comecam com a mesma letra, pois existem 26 letras no alfabeto inglês.

Exemplo

Quantos estudantes devem ter numa turma para garantir que pelo menos dois estudantes possuam a mesma nota no exame final, se a nota do exame varia entre 0 e 100 pontos?

- Entre um conjunto de 21 dígitos decimais quantos são os mesmos?
- Três são os mesmos, pois existem 21 objetos distribuídos entre 10 caixas, portanto uma caixa deve conter mais que 2 objetos.

Teorema (Rosen p.245)

Se N objetos são colocados em k caixas, então existe no mínimo uma caixa que contem pelo menos $\lceil N/k \rceil$ objetos.

- Entre um conjunto de 21 dígitos decimais quantos são os mesmos?
- Três são os mesmos, pois existem 21 objetos distribuídos entre 10 caixas, portanto uma caixa deve conter mais que 2 objetos.

Teorema (Rosen p.245)

Se N objetos são colocados em k caixas, então existe no mínimo uma caixa que contem pelo menos $\lceil N/k \rceil$ objetos.

- 1 Mostre que entre um grupo de 5 inteiros (não necessariamente consecutivos) existem dois com o mesmo resto quando divididos por 4.
- 2 Seja d um inteiro positivo. Mostre que entre qualquer grupo de $d + 1$ inteiros (não necessariamente consecutivos) existem dois com exatamente o mesmo resto quando divididos por d .
- 3 Entre 100 pessoas, quantas pelo menos nasceram no mesmo mês?
- 4 Qual é o menor número de estudantes que se deve ter em um curso para garantir que pelo menos 6 irão receber a mesma nota, sabendo que as possíveis notas são A , B , C , D e E ?