

# Gabarito MP4 AVLC

February 24, 2013

**Questão 1.** Para  $S_1$ :

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t/2 \\ w = 3t/2 \end{cases}$$

Subespaço parametrizado por  $t(1, 1, 1/2, 3/2)$ .

Para  $S_2$ :

Resolvemos  $Ax = 0$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Seja  $R$  a matriz  $A$  na *reduced row echelon form*:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/7 \\ 0 & 1 & 0 & 5/7 \\ 0 & 0 & 1 & 4/7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x = -3q/7 \\ y = -5q/7 \\ z = -4q/7 \\ w = q \end{cases}$$

Subespaço parametrizado por  $q(-3/7, -5/7, -4/7, 1)$ .

Somando os subespaços:

$$\begin{cases} x = t - 3q/7 \\ y = t - 5q/7 \\ z = t/2 - 4q/7 \\ w = 3t/2 + q \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & -3/7 & x \\ 1 & -5/7 & y \\ 1/2 & -4/7 & z \\ 3/2 & 1 & w \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3/7 & x \\ 0 & -2/7 & y-x \\ 0 & -5/14 & z-x/2 \\ 0 & 23/14 & w-3x/2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3/7 & x \\ 0 & -2/7 & y-x \\ 0 & 0 & -5y/4 + 3x/4 + z \\ 0 & 0 & w - 29x/4 + 23y/4 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5x/2 - 3y/2 \\ 0 & 1 & -7(y-x)/2 \\ 0 & 0 & -5y/4 + 3x/4 + z \\ 0 & 0 & w - 29x/4 + 23y/4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Resposta: } S1 + S2 = \left\{ (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{cases} -5y/4 + 3x/4 + z = 0 \\ w - 29x/4 + 23y/4 = 0 \end{cases} \right\}$$

**Questão 2.** Para  $S_1$ :

Seja um polinômio de grau 2 do tipo  $ax^2 + bx + c$ . Temos que a soma das raízes é  $-b/a$  e o produto é dado por  $c/a$ .

$$-b/a = 0$$

$$c/a = -1$$

Sendo assim  $S_1$  é parametrizado por:

$$\begin{cases} a = \beta \\ b = 0 \\ c = -\beta \end{cases}$$

Temos que o polinômio que gera o subespaço é  $\beta(x^2 - 1)$

Para  $S_2$ :

Temos que a derivada do polinômio é 0, então o polinômio é constante.

$$\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = \alpha \end{cases}$$

Temos que o polinômio que gera o subespaço é  $\alpha(1)$

$$a_2x^2 + a_1x + a_0 = \alpha(1) + \beta(x^2 - 1)$$

$$\begin{cases} a_2 = \beta \\ a_1 = 0 \\ a_0 = \alpha - \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_2 = \beta \\ a_1 = 0 \\ a_0 + a_2 = \alpha \end{cases}$$

$$\text{Resposta: } S1 + S2 = \{a_2x^2 + a_1x + a_0 \in P_2 \mid a_1 = 0\}$$