

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*


	1	2	3	4	5 V-F	6
A	0		0		A	A
B	1		1		B	B
C	2		2		C	C
D	3		3		D	D
E	4		4		E	E
F	5		5		F	F
	6		6			
	7		7			
	8		8			
	9		9			

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = Im(T)$
- (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $dim(Im(T)) = 3$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = \frac{2}{5}x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)
- (A)  $\dim(Im(T)) = 3$   
 (B)  $Nu(T) = Im(T)$   
 (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$   
 (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$   
 (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
2. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)
3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)
- (A)  $y = -6x$   
 (B)  $y = x$   
 (C)  $y = -x$   
 (D)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 (E)  $y = \frac{2}{5}x$   
 (F)  $y = 2x$
4. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)
5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)
6. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)
- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.  
 (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .  
 (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .  
 (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(Im(T)) - k$ .  
 (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .  
 (F) Se  $\dim(Im(S)) = 65$  e  $\dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>			
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			

1. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)
2. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)
3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)
4. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)
- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 (B)  $y = 2x$   
 (C)  $y = \frac{2}{5}x$   
 (D)  $y = -x$   
 (E)  $y = -6x$   
 (F)  $y = x$
5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)
- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$   
 (B)  $Nu(T) = Im(T)$   
 (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$   
 (D)  $dim(Im(T)) = 3$   
 (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
6. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)
- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .  
 (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .  
 (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.  
 (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .  
 (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .  
 (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6						
0	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>					6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>					7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>					8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>					9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

2. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (C)  $Nu(T) = Im(T)$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $dim(Im(T)) = 3$

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

4. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = -6x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

5. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $dim(Im(T)) = 3$

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = 2x$

3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

1. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .

(E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

(F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

4. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

5. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

6. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $dim(Im(T)) = 3$
- (B)  $Nu(T) = Im(T)$
- (C)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = x$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W \mid T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V \mid v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

- (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . **(1.500, 0.000)**

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

6. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (C)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (E)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

**1.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

**2.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

**3.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja

$$S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2, \text{ tal que: } [S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},$$

onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

**4.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

**5.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (B)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (E)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (F)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$

**6.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		

1. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

2. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (D)  $dim(Im(T)) = 3$
- (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Nu(T) = Im(T)$

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = -6x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6										
A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
						6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
						7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
						8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
						9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = x$

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (C)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (E)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$

4. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

5. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6					
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					

1. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

2. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

3. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

4. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $dim(Im(T)) = 3$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5 V-F	6
A	<input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = 2x$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

4. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

- (C)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $dim(Im(T)) = 3$
- (E)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (F)  $Nu(T) = Im(T)$

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (D) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

- 1.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)
- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $\dim(Im(S)) = 65$  e  $\dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .

- 2.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

- 3.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

- 4.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)
- (A)  $Nu(T) = Im(T)$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (E)  $\dim(Im(T)) = 3$
- (F)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$

- 5.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

- 6.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)
- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	A	0
1	B	B	1	B	1
2	C	C	2	C	2
3	D	D	3	D	3
4	E	E	4	E	4
5	F	F	5	F	5
6			6		6
7			7		7
8			8		8
9			9		9

1. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = -6x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = -x$

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (B)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (C)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	

1. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $dim(Im(T)) = 3$
- (F)  $Nu(T) = Im(T)$

4. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = -6x$

- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

6. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4 V-F	5	6
A	<input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = 2x$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

4. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $\dim(Im(S)) = 65$  e  $\dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $\dim(Im(T)) = 3$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	A	0	0	0
B	B	B	1	1	1
C	C	C	2	2	2
D	D	D	3	3	3
E	E	E	4	4	4
F	F	F	5	5	5
			6	6	6
			7	7	7
			8	8	8
			9	9	9

- 1.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)
- (A)  $dim(Im(T)) = 3$   
 (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (C)  $Nu(T) = Im(T)$   
 (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$   
 (F)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- 2.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)
- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .  
 (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .  
 (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.  
 (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .  
 (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .  
 (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- 3.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)
- (A)  $y = 2x$   
 (B)  $y = x$   
 (C)  $y = -x$   
 (D)  $y = \frac{2}{5}x$   
 (E)  $y = -6x$   
 (F)  $y = -\frac{1}{2}x$
- 4.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)
- 5.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)
- 6.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	A	0	0	0
B	B	B	1	1	1
C	C	C	2	2	2
D	D	D	3	3	3
E	E	E	4	4	4
F	F	F	5	5	5
			6	6	6
			7	7	7
			8	8	8
			9	9	9

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = 2x$
  - (B)  $y = -x$
  - (C)  $y = x$
  - (D)  $y = -6x$
  - (E)  $y = \frac{2}{5}x$
  - (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
  - (B) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
  - (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
  - (D) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
  - (E) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
  - (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
  - (B)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
  - (C)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
  - (D)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
  - (E)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
  - (F)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

4. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6										
A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
						6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
						7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
						8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
						9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

**1.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

**2.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (B)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (C)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (F)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$

**3.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = 2x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = -x$

**4.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

**5.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

**6.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

- 1.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 2.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(Im(T)) - k$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (E) Se  $\dim(Im(S)) = 65$  e  $\dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- 3.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 4.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = 2x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = -6x$
- 5.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 6.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $\dim(Im(T)) = 3$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $Nu(T) = Im(T)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	A	0
1	B	B	1	B	1
2	C	C	2	C	2
3	D	D	3	D	3
4	E	E	4	E	4
5	F	F	5	F	5
6			6		6
7			7		7
8			8		8
9			9		9

1. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja

$$S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2, \text{ tal que: } [S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},$$

onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (D) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão

como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (C)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (E)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = -6x$

2. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $Nu(T) = Im(T)$
- (C)  $dim(Im(T)) = 3$
- (D)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]^{\epsilon_2}_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]^\alpha_{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

4. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]^\beta_\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]^\epsilon_\alpha$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (E) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = -x$

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja

$$S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2, \text{ tal que: } [S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},$$

onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (B)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (C)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (E)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

2. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (C)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (E)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (F)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

3. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

4. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = -x$

5. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	A	0	A	0
B	1	B	1	B	1
C	2	C	2	C	2
D	3	D	3	D	3
E	4	E	4	E	4
F	5	F	5	F	5
	6		6		6
	7		7		7
	8		8		8
	9		9		9

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = \frac{2}{5}x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = 2x$

2. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $Nu(T) = Im(T)$
- (B)  $dim(Im(T)) = 3$
- (C)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

4. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (B) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	0	A
1	B	B	1	1	B
2	C	C	2	2	C
3	D	D	3	3	D
4	E	E	4	4	E
5	F	F	5	5	F
6			6	6	
7			7	7	
8			8	8	
9			9	9	

1. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão

como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

6. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = Im(T)$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (D)  $dim(Im(T)) = 3$
- (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

1. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

2. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (B)  $Nu(T) = Im(T)$
- (C)  $dim(Im(T)) = 3$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

4. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

(B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

(C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

(D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

(E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .

(F) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

5. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = -6x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6									
A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>
				6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		
				7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		
				8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		
				9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		

- 1.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- 2.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = 2x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = -6x$
- 3.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 4.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 5.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 6.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (B)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (D)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (E)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (F)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	A ○	0 ○ ○
B ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	B ○	1 ○ ○
C ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	C ○	2 ○ ○
D ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	D ○	3 ○ ○
E ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	E ○	4 ○ ○
F ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	F ○	F ○	5 ○ ○
	6 ○ ○	6 ○ ○			6 ○ ○
	7 ○ ○	7 ○ ○			7 ○ ○
	8 ○ ○	8 ○ ○			8 ○ ○
	9 ○ ○	9 ○ ○			9 ○ ○

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (E) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

2. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja

$$S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2, \text{ tal que: } [S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},$$

onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e

$\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

4. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (B)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (E)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (F)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

5. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  serão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = x$

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	A	0
1	B	B	1	B	1
2	C	C	2	C	2
3	D	D	3	D	3
4	E	E	4	E	4
5	F	F	5	F	5
6			6		6
7			7		7
8			8		8
9			9		9

1. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (C) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = Im(T)$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (D)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (F)  $dim(Im(T)) = 3$

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = x$   
 (B)  $y = \frac{2}{5}x$   
 (C)  $y = 2x$   
 (D)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 (E)  $y = -x$   
 (F)  $y = -6x$
2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .  
 (B) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .  
 (C) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.  
 (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .  
 (E) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .  
 (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
4. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
6. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (B)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$   
 (C)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (D)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$   
 (E)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$   
 (F)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5 V-F	6
A	<input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (E)  $dim(Im(T)) = 3$
- (F)  $Nu(T) = Im(T)$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = -x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○	0	○	0	○	0	○	0	○	0	○	0	○	0	○	0	○
1	○	1	○	1	○	1	○	1	○	1	○	1	○	1	○	1	○	1	○
2	○	2	○	2	○	2	○	2	○	2	○	2	○	2	○	2	○	2	○
3	○	3	○	3	○	3	○	3	○	3	○	3	○	3	○	3	○	3	○
4	○	4	○	4	○	4	○	4	○	4	○	4	○	4	○	4	○	4	○
5	○	5	○	5	○	5	○	5	○	5	○	5	○	5	○	5	○	5	○
6	○	6	○	6	○	6	○	6	○	6	○	6	○	6	○	6	○	6	○
7	○	7	○	7	○	7	○	7	○	7	○	7	○	7	○	7	○	7	○
8	○	8	○	8	○	8	○	8	○	8	○	8	○	8	○	8	○	8	○
9	○	9	○	9	○	9	○	9	○	9	○	9	○	9	○	9	○	9	○

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

<b>1 V-F</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
A ○○	A ○	0 ○○	0 ○○	0 ○○	A ○
B ○○	B ○	1 ○○	1 ○○	1 ○○	B ○
C ○○	C ○	2 ○○	2 ○○	2 ○○	C ○
D ○○	D ○	3 ○○	3 ○○	3 ○○	D ○
E ○○	E ○	4 ○○	4 ○○	4 ○○	E ○
F ○○	F ○	5 ○○	5 ○○	5 ○○	F ○
		6 ○○	6 ○○	6 ○○	
		7 ○○	7 ○○	7 ○○	
		8 ○○	8 ○○	8 ○○	
		9 ○○	9 ○○	9 ○○	

- 1.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- 2.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = \frac{2}{5}x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$
- 3.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 4.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 5.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 6.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (C)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	0	A	A
1	B	1	1	B	B
2	C	2	2	C	C
3	D	3	3	D	D
4	E	4	4	E	E
5	F	5	5	F	F
6		6	6		
7		7	7		
8		8	8		
9		9	9		

- 1.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 2.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- 3.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 4.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 5.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$
- 6.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (B)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (D)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (E)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	A ○
B ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	B ○
C ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	C ○
D ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	D ○
E ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	E ○
F ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	F ○	F ○
	6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○		
	7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○		
	8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○		
	9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○		

**1.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (E) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (F) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .

**2.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

**3.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\epsilon_2}^{\epsilon_1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

**4.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . (1.500, 0.000)

**5.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = -6x$

**6.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (B)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (E)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

●	●		●		●											
	●			●		●										
●																

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	0	A	A	0
B	1	1	B	B	1
C	2	2	C	C	2
D	3	3	D	D	3
E	4	4	E	E	4
F	5	5	F	F	5
	6	6			6
	7	7			7
	8	8			8
	9	9			9

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (F) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .

2. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ .

Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

4. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $dim(Im(T)) = 3$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Nu(T) = Im(T)$

5. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = -x$

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

0	1	2 V-F	3	4	5	6
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>				6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

- 1.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 2.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $\dim(Im(S)) = 65$  e  $\dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- 3.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $\dim(Im(T)) = 3$
- 4.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 5.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = -x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = -6x$
- 6.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A ○○	0 ○○	A ○○	0 ○○	A ○○	0 ○○
B ○○	1 ○○	B ○○	1 ○○	B ○○	1 ○○
C ○○	2 ○○	C ○○	2 ○○	C ○○	2 ○○
D ○○	3 ○○	D ○○	3 ○○	D ○○	3 ○○
E ○○	4 ○○	E ○○	4 ○○	E ○○	4 ○○
F ○○	5 ○○	F ○○	5 ○○	F ○○	5 ○○
	6 ○○		6 ○○		6 ○○
	7 ○○		7 ○○		7 ○○
	8 ○○		8 ○○		8 ○○
	9 ○○		9 ○○		9 ○○

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

2. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

4. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $dim(Im(T)) = 3$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3 V-F	4	5	6
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = 2x$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W \mid T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V \mid v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

- (D) Se  $\dim(Im(S)) = 65$  e  $\dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (E) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(Im(T)) - k$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

4. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $\dim(Im(T)) = 3$
- (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Nu(T) = Im(T)$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (E)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	1	2	3	4	5 V-F	6
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
F	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			<input type="checkbox"/>

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = Im(T)$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (F)  $dim(Im(T)) = 3$

2. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

4. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = 2x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$

- (C)  $y = x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = -x$

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W \mid T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V \mid v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (E) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		

**1.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

**2.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

**3.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

**4.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

**5.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

**6.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $dim(Im(T)) = 3$
- (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	A ○	A ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	B ○	B ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	C ○	C ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	D ○	D ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	E ○	E ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	F ○	F ○	F ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○			
7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○			
8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○			
9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○			

- 1.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 2.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 3.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 4.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = 2x$   
 (B)  $y = x$   
 (C)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 (D)  $y = -6x$   
 (E)  $y = \frac{2}{5}x$   
 (F)  $y = -x$
- 5.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$   
 (C)  $Nu(T) = Im(T)$   
 (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$   
 (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (F)  $dim(Im(T)) = 3$
- 6.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .  
 (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .  
 (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .  
 (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .  
 (E) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .  
 (F) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

●		●	●	●		●	●	●								
●	●			●		●										
		●														

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	A	0	0	A
B	1	B	1	1	B
C	2	C	2	2	C
D	3	D	3	3	D
E	4	E	4	4	E
F	5	F	5	5	F
	6		6	6	
	7		7	7	
	8		8	8	
	9		9	9	

- 1.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (E) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (F) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- 2.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 3.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = 2x$
- 4.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 5.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . **(1.500, 0.000)**
- 6.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (B)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (C)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (E)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

- 1.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)
- (A)  $Nu(T) = Im(T)$   
 (B)  $dim(Im(T)) = 3$   
 (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$   
 (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (F)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- 2.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)
- (A)  $y = -6x$   
 (B)  $y = 2x$   
 (C)  $y = x$   
 (D)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 (E)  $y = -x$   
 (F)  $y = \frac{2}{5}x$
- 3.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)
- 4.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)
- 5.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)
- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .  
 (B) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.  
 (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .  
 (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .  
 (E) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .  
 (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- 6.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

		●		●	●		●							
	●			●		●								
●														

	1	2	3	4	5 V-F	6
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>			<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>			<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>			<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>			<input type="radio"/>

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $dim(Im(T)) = 3$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

4. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = \frac{2}{5}x$

- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = -6x$

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

●	●			●	●	●	●							
●	●					●		●						
●		●												

	1	2	3	4	5 V-F	6
A	0		0		A	A
B	1		1		B	B
C	2		2		C	C
D	3		3		D	D
E	4		4		E	E
F	5		5		F	F
	6		6			
	7		7			
	8		8			
	9		9			

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = x$

2. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $\dim(Im(S)) = 65$  e  $\dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (D) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .

6. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $\dim(Im(T)) = 3$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $Nu(T) = Im(T)$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (D)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $dim(Im(T)) = 3$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

2. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica de  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .

- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

4. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = -6x$

5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases de  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (C)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (D)  $dim(Im(T)) = 3$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

2. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

4. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>				6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/>

1. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

2. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = 2x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

4. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (C) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (D) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (C)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (D)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	A	0
1	B	B	1	B	1
2	C	C	2	C	2
3	D	D	3	D	3
4	E	E	4	E	4
5	F	F	5	F	5
6			6		6
7			7		7
8			8		8
9			9		9

1. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (D)  $dim(Im(T)) = 3$
- (E)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (F)  $Nu(T) = Im(T)$

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

5. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  serão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = x$

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	A	A	0
1	B	1	B	B	1
2	C	2	C	C	2
3	D	3	D	D	3
4	E	4	E	E	4
5	F	5	F	F	5
6		6			6
7		7			7
8		8			8
9		9			9

1. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja

$$S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2, \text{ tal que: } [S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},$$

onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e

$\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

4. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (C)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (D)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (E)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$

5. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = 2x$

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (E) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (F) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . (1.500, 0.000)

4. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (C)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (D)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (F)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = -6x$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> A	0	<input type="radio"/> 0
1	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> B	1	<input type="radio"/> 1
2	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> C	2	<input type="radio"/> 2
3	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> D	3	<input type="radio"/> 3
4	<input type="radio"/> E	<input type="radio"/> E	<input type="radio"/> E	4	<input type="radio"/> 4
5	<input type="radio"/> F	<input type="radio"/> F	<input type="radio"/> F	5	<input type="radio"/> 5
6				6	<input type="radio"/> 6
7				7	<input type="radio"/> 7
8				8	<input type="radio"/> 8
9				9	<input type="radio"/> 9

1. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

2. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = Im(T)$
- (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $dim(Im(T)) = 3$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .

(E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

(F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

4. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = -6x$

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	0	A
B	B	1	1	1	B
C	C	2	2	2	C
D	D	3	3	3	D
E	E	4	4	4	E
F	F	5	5	5	F
		6	6	6	
		7	7	7	
		8	8	8	
		9	9	9	

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = -x$   
 (B)  $y = -6x$   
 (C)  $y = \frac{2}{5}x$   
 (D)  $y = 2x$   
 (E)  $y = x$   
 (F)  $y = -\frac{1}{2}x$
2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .  
 (B) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .  
 (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .  
 (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.  
 (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .  
 (F) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
6. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (B)  $Nu(T) = Im(T)$   
 (C)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$   
 (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$   
 (F)  $dim(Im(T)) = 3$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6										
A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
						6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
						7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
						8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
						9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = x$
- (C)  $y = -6x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = 2x$

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $dim(Im(T)) = 3$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

5. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	0	A
1	B	B	1	1	B
2	C	C	2	2	C
3	D	D	3	3	D
4	E	E	4	4	E
5	F	F	5	5	F
6			6	6	
7			7	7	
8			8	8	
9			9	9	

1. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = -6x$

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (B)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (C)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (D)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  serão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = -x$

2. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $Nu(T) = Im(T)$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (D)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (F)  $dim(Im(T)) = 3$

3. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

6. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (D) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (E) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> A	0	<input type="radio"/> 0
1	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> B	1	<input type="radio"/> 1
2	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> C	2	<input type="radio"/> 2
3	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> D	3	<input type="radio"/> 3
4	<input type="radio"/> E	<input type="radio"/> E	<input type="radio"/> E	4	<input type="radio"/> 4
5	<input type="radio"/> F	<input type="radio"/> F	<input type="radio"/> F	5	<input type="radio"/> 5
6				6	<input type="radio"/> 6
7				7	<input type="radio"/> 7
8				8	<input type="radio"/> 8
9				9	<input type="radio"/> 9

1. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

2. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $dim(Im(T)) = 3$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

4. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = 2x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = -6x$

5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	A	0
1	B	B	1	B	1
2	C	C	2	C	2
3	D	D	3	D	3
4	E	E	4	E	4
5	F	F	5	F	5
6			6		6
7			7		7
8			8		8
9			9		9

1. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja

$$S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2, \text{ tal que: } [S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},$$

onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão

como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = x$

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $dim(Im(T)) = 3$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

4. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $dim(Im(T)) = 3$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (C)  $Nu(T) = Im(T)$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	A	0	0	0
B	B	B	1	1	1
C	C	C	2	2	2
D	D	D	3	3	3
E	E	E	4	4	4
F	F	F	5	5	5
			6	6	6
			7	7	7
			8	8	8
			9	9	9

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = Im(T)$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $dim(Im(T)) = 3$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = -6x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = x$

4. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

5. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (D) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (E) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .

2. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (C)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (E)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (F)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

3. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . (1.500, 0.000)

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = -6x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

- 1.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 2.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = \frac{2}{5}x$   
 (B)  $y = -6x$   
 (C)  $y = 2x$   
 (D)  $y = x$   
 (E)  $y = -x$   
 (F)  $y = -\frac{1}{2}x$
- 3.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$   
 (B)  $Nu(T) = Im(T)$   
 (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$   
 (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (F)  $dim(Im(T)) = 3$
- 4.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 5.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 6.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .  
 (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .  
 (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .  
 (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.  
 (E) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .  
 (F) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4
F	F	5	5	F	5
		6	6		6
		7	7		7
		8	8		8
		9	9		9

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = -x$   
 (B)  $y = x$   
 (C)  $y = 2x$   
 (D)  $y = -6x$   
 (E)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 (F)  $y = \frac{2}{5}x$
2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.  
 (B) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .  
 (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .  
 (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .  
 (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .  
 (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$   
 (B)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (C)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (D)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$   
 (E)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$   
 (F)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $dim(Im(T)) = 3$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (C)  $Nu(T) = Im(T)$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

2. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

- (E) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

4. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = -6x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = -x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		

- 1.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)
- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (E) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- 2.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)
- 3.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . (1.500, 0.000)
- 4.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)
- 5.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)
- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $Nu(T) = Im(T)$
- (C)  $dim(Im(T)) = 3$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- 6.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)
- (A)  $y = 2x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = -x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (E) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

2. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

3. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

4. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (D)  $dim(Im(T)) = 3$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	A	0
1	B	B	1	B	1
2	C	C	2	C	2
3	D	D	3	D	3
4	E	E	4	E	4
5	F	F	5	F	5
6			6		6
7			7		7
8			8		8
9			9		9

1. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$

- (B)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (C)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (D)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (E)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

5. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

1. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = -6x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = -x$

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $dim(Im(T)) = 3$
- (C)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (B) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $dim(Im(T)) = 3$

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = 2x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = -6x$

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>				6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = 2x$

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .

- (D) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

4. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (C)  $Nu(T) = Im(T)$
- (D)  $dim(Im(T)) = 3$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5 V-F	6
A	<input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Nu(T) = Im(T)$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $dim(Im(T)) = 3$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$

2. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

3. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = 2x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>			
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			

1. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

2. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

4. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $dim(Im(T)) = 3$
- (F)  $Nu(T) = Im(T)$

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  serão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = \frac{2}{5}x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = -6x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5	6 V-F
A	<input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = -x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = 2x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = -6x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $dim(Im(T)) = 3$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $Nu(T) = Im(T)$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$

6. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4
F	F	5	5	F	5
		6	6		6
		7	7		7
		8	8		8
		9	9		9

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .

3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (C)  $Nu(T) = Im(T)$
- (D)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $dim(Im(T)) = 3$

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>			
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>			
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>			
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>			

- 1.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 2.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 3.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 4.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (B) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- 5.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = -6x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = 2x$
- 6.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (C)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (D)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (E)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6										
A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
						6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
						7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
						8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
						9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = 2x$

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (C)  $Nu(T) = Im(T)$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $dim(Im(T)) = 3$

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

5. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		

1. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $dim(Im(T)) = 3$
- (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (E)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (F)  $Nu(T) = Im(T)$

6. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	A	A	0
1	B	1	B	B	1
2	C	2	C	C	2
3	D	3	D	D	3
4	E	4	E	E	4
5	F	5	F	F	5
6		6			6
7		7			7
8		8			8
9		9			9

- 1.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 2.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- 3.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 4.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (B)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (D)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (E)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- 5.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = -x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = -6x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = 2x$
- 6.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6										
A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
						6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
						7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
						8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
						9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = -6x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = -x$

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = Im(T)$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $dim(Im(T)) = 3$
- (D)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5	6 V-F
A	<input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = x$
- (C)  $y = -6x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = 2x$

2. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

4. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$

- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (D)  $dim(Im(T)) = 3$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

6. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

**1.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

**2.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

**3.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

(A)  $dim(Im(T)) = 3$

- (B)  $Nu(T) = Im(T)$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$

**4.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

**5.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

**6.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	A	0
1	B	B	1	B	1
2	C	C	2	C	2
3	D	D	3	D	3
4	E	E	4	E	4
5	F	F	5	F	5
6			6		6
7			7		7
8			8		8
9			9		9

1. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(Im(T)) - k$ .
- (D) Se  $\dim(Im(S)) = 65$  e  $\dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = x$

4. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = Im(T)$
- (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (D)  $\dim(Im(T)) = 3$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6						
0	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>					6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>		
7	<input type="radio"/>					7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>		
8	<input type="radio"/>					8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>		
9	<input type="radio"/>					9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>		

1. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = 2x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = \frac{2}{5}x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(Im(T)) - k$ .

- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (E) Se  $\dim(Im(S)) = 65$  e  $\dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

5. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

6. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $\dim(Im(T)) = 3$
- (C)  $Nu(T) = Im(T)$
- (D)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	

1. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

2. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $dim(Im(T)) = 3$
- (C)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

4. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	0	A
B	B	1	1	1	B
C	C	2	2	2	C
D	D	3	3	3	D
E	E	4	4	4	E
F	F	5	5	5	F
		6	6	6	
		7	7	7	
		8	8	8	
		9	9	9	

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = \frac{2}{5}x$   
 (B)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 (C)  $y = -6x$   
 (D)  $y = x$   
 (E)  $y = -x$   
 (F)  $y = 2x$
2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .  
 (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .  
 (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .  
 (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.  
 (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .  
 (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
3. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
4. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
5. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
6. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$   
 (C)  $dim(Im(T)) = 3$   
 (D)  $Nu(T) = Im(T)$   
 (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (F)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		

- 1.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 2.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 3.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- 4.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 5.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = -6x$
- 6.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $dim(Im(T)) = 3$
- (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

- 1.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)
- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .

- 2.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

- 3.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\epsilon_2}^{\epsilon_1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

- 4.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = -\frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = 2x$   
 (B)  $y = -6x$   
 (C)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 (D)  $y = \frac{2}{5}x$   
 (E)  $y = -x$   
 (F)  $y = x$

- 5.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\epsilon^\alpha$ . (1.500, 0.000)

- 6.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (B)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$   
 (C)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (D)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$   
 (E)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$   
 (F)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>				6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/>

1. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

2. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = Im(T)$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $dim(Im(T)) = 3$

4. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

5. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = 2x$

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6						
0	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>					6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>					7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>					8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>					9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

2. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (B)  $dim(Im(T)) = 3$
- (C)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (D)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = x$
- (C)  $y = \frac{2}{5}x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = 2x$

4. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

5. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5 V-F	6
A	<input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = -x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = 2x$

2. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

4. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$

- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $dim(Im(T)) = 3$
- (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (B) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		

- 1.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 2.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 3.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = 2x$   
 (B)  $y = x$   
 (C)  $y = -6x$   
 (D)  $y = -x$   
 (E)  $y = \frac{2}{5}x$   
 (F)  $y = -\frac{1}{2}x$
- 4.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 5.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$   
 (C)  $dim(Im(T)) = 3$   
 (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$   
 (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (F)  $Nu(T) = Im(T)$
- 6.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.  
 (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .  
 (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .  
 (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .  
 (E) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .  
 (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$

- (C)  $Nu(T) = Im(T)$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $dim(Im(T)) = 3$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = 2x$
- (B)  $y = x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4 V-F	5	6
A	<input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (C)  $dim(Im(T)) = 3$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

4. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

5. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = -x$

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5 V-F	6
A	<input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (D)  $dim(Im(T)) = 3$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6					
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					

- 1.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 2.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 3.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 4.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
  - (B)  $Nu(T) = Im(T)$
  - (C)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
  - (D)  $dim(Im(T)) = 3$
  - (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
  - (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- 5.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
  - (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
  - (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
  - (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
  - (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
  - (F) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- 6.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = -x$
  - (B)  $y = -6x$
  - (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
  - (D)  $y = 2x$
  - (E)  $y = \frac{2}{5}x$
  - (F)  $y = x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $Nu(T) = Im(T)$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $dim(Im(T)) = 3$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = \frac{2}{5}x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = 2x$

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

4. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

- 1.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$   
 (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (C)  $dim(Im(T)) = 3$   
 (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$   
 (E)  $Nu(T) = Im(T)$   
 (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- 2.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .  
 (B) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.  
 (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .  
 (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .  
 (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .  
 (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- 3.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = x$   
 (B)  $y = -x$   
 (C)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 (D)  $y = -6x$   
 (E)  $y = 2x$   
 (F)  $y = \frac{2}{5}x$
- 4.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 5.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 6.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	A	0	A	0
B	1	B	1	B	1
C	2	C	2	C	2
D	3	D	3	D	3
E	4	E	4	E	4
F	5	F	5	F	5
	6		6		6
	7		7		7
	8		8		8
	9		9		9

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = -x$
- (B)  $y = x$
- (C)  $y = \frac{2}{5}x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = -6x$

2. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $dim(Im(T)) = 3$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
A	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4
F	F	5	5	F	5
		6	6		6
		7	7		7
		8	8		8
		9	9		9

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = -x$
- (B)  $y = x$
- (C)  $y = \frac{2}{5}x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (F)  $y = -6x$

2. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $dim(Im(T)) = 3$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (F)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

1. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja

$$S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2, \text{ tal que: } [S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},$$

onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ .  
(1.500, 0.000)

2. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $dim(Im(T)) = 3$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (C) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

(E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

(F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ .  
(1.500, 0.000)

5. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = \frac{2}{5}x$
- (F)  $y = x$

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

- 1.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = -x$   
 (B)  $y = x$   
 (C)  $y = \frac{2}{5}x$   
 (D)  $y = -6x$   
 (E)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 (F)  $y = 2x$
- 2.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .  
 (B) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.  
 (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .  
 (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .  
 (E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .  
 (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- 3.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 4.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$   
 (B)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$   
 (C)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$   
 (D)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$   
 (E)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (F)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- 5.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 6.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = Im(T)$
- (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $dim(Im(T)) = 3$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (E)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = -x$

4. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	A	0	0	0
B	B	B	1	1	1
C	C	C	2	2	2
D	D	D	3	3	3
E	E	E	4	4	4
F	F	F	5	5	5
			6	6	6
			7	7	7
			8	8	8
			9	9	9

- 1.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = -6x$   
 (B)  $y = 2x$   
 (C)  $y = \frac{2}{5}x$   
 (D)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 (E)  $y = x$   
 (F)  $y = -x$
- 2.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .  
 (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(Im(T)) - k$ .  
 (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .  
 (D) Se  $\dim(Im(S)) = 65$  e  $\dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .  
 (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .  
 (F) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- 3.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$   
 (B)  $\dim(Im(T)) = 3$   
 (C)  $Nu(T) = Im(T)$   
 (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$   
 (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- 4.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 5.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 6.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  serão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = 2x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = -6x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $dim(Im(T)) = 3$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Nu(T) = Im(T)$
- (D)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$

4. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

(A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .

(B) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

(C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

(D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

(E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

(F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

5. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . **(1.500, 0.000)**

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $dim(Im(T)) = 3$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

2. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (C) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .

4. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = x$
- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = -6x$

5. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

**1.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (E) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

**2.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

**3.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = -6x$
- (D)  $y = -x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

**4.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (F)  $dim(Im(T)) = 3$

**5.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

**6.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = -x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = 2x$

2. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (B)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (C)  $Nu(T) = Im(T)$
- (D)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (F)  $dim(Im(T)) = 3$

3. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

4. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		

- 1.** Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
- 2.** Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**
- 3.** Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
  - (B) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
  - (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
  - (D) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
  - (E) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
  - (F) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- 4.** Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
- 5.** Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
  - (B)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
  - (C)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
  - (D)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
  - (E)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
  - (F)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- 6.** Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = -6x$
  - (B)  $y = \frac{2}{5}x$
  - (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
  - (D)  $y = 2x$
  - (E)  $y = -x$
  - (F)  $y = x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

1. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (C) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (E) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (F) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

2. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $dim(Im(T)) = 3$
- (D)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (F)  $Nu(T) = Im(T)$

3. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . (1.500, 0.000)

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

6. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = \frac{2}{5}x$
- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = -x$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>				6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/>

1. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
- (B) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .
- (C) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (D) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

4. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (D)  $y = x$
- (E)  $y = 2x$
- (F)  $y = -x$

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$
- (B)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
- (E)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$
- (F)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = [(0, -1, 1, 0)]$

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  
 $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $dim(Im(T)) = 3$
- (F)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = \frac{2}{5}x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = -6x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = 2x$

4. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (E) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	0	A
1	B	B	1	1	B
2	C	C	2	2	C
3	D	D	3	3	D
4	E	E	4	4	E
5	F	F	5	5	F
6			6	6	
7			7	7	
8			8	8	
9			9	9	

1. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\epsilon_2}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). (2.500, -2.500)

- (A) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (B) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (E) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (F) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .

3. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão

como imagem vetores que têm direção da reta: (1.500, -1.500)

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -6x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = \frac{2}{5}x$

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . (1.500, 0.000)

5. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . (1.500, 0.000)

6. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: (1.500, -1.500)

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $dim(Im(T)) = 3$
- (D)  $Nu(T) = Im(T)$
- (E)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (F)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	A	0	0	0
B	B	B	1	1	1
C	C	C	2	2	2
D	D	D	3	3	3
E	E	E	4	4	4
F	F	F	5	5	5
			6	6	6
			7	7	7
			8	8	8
			9	9	9

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $y = 2x$   
 (B)  $y = \frac{2}{5}x$   
 (C)  $y = -\frac{1}{2}x$   
 (D)  $y = x$   
 (E)  $y = -6x$   
 (F)  $y = -x$
2. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**
- (A) Se  $\dim(\text{Im}(S)) = 65$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $\dim(V) = 235$ .  
 (B) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in \text{Im}(T)$  existe um conjunto  $C = \text{Nu}(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .  
 (C) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + \text{Nu}(T)$ , e  $\dim(V_0 \cap \text{Nu}(T)) = k$ . Então  $\dim(V_0) = \dim(\text{Im}(T)) - k$ .  
 (D) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .  
 (E) Se  $S$  for bijetiva,  $\dim(W) = \dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.  
 (F) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $\dim(W) > \dim(V)$ .
3. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $\text{Nu}(T)$  e/ou  $\text{Im}(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**
- (A)  $\text{Nu}(T) = \text{Im}(T)$   
 (B)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (C)  $\dim(\text{Im}(T)) = 3$   
 (D)  $\text{Im}(T) \cap \text{Nu}(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$   
 (E)  $\text{Nu}(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$   
 (F)  $(1, 1, -2, 2) \in \text{Im}(T)$
4. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[T]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[T]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**
5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**
6. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

1. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_{\gamma}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

2. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  terão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = x$
- (B)  $y = -\frac{1}{2}x$
- (C)  $y = 2x$
- (D)  $y = \frac{2}{5}x$
- (E)  $y = -x$
- (F)  $y = -6x$

3. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_{\alpha}^{\epsilon}$ . **(1.500, 0.000)**

4. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $Im(T) \cap Nu(T) = [(0, -1, 1, 0)]$
- (B)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$

- (C)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (D)  $dim(Im(T)) = 3$
- (E)  $Nu(T) = Im(T)$
- (F)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$

5. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_{\alpha}^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_{\alpha}^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**

6. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.
- (C) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .
- (D) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (E) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .
- (F) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2  
Terceiro Exercício Escolar - 11/11/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear do  $\mathbb{R}^2$  que executa uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$ , seguida de uma mudança de escala de fator 2 na direção da reta  $y = x$  e de fator 3 na direção da reta  $y = \frac{1}{2}x$ . Os vetores que têm a direção da reta  $y = -x$  serão como imagem vetores que têm direção da reta: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $y = -6x$
- (B)  $y = \frac{2}{5}x$
- (C)  $y = -x$
- (D)  $y = 2x$
- (E)  $y = x$
- (F)  $y = -\frac{1}{2}x$

2. Considere a base  $\gamma = \{(1, 1), (1, -2)\} \subset \mathbb{R}^2$ , e as matrizes  $[I]_\gamma^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 \\ -1/10 & 1/4 \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são duas bases do  $\mathbb{R}^2$ . Se  $\alpha = \{(a, b), (c, d)\}$  então marque  $a + b + c + d$ . **(1.500, 0.000)**

3. Responda V ou F. Para todos os itens: considere as transformações lineares  $T : V \rightarrow W$  e  $S : W \rightarrow U$ . Definimos  $T(C) = \{w \in W | T(v) = w \text{ para } v \in C\}$  onde  $C \subset V$  (ou seja, o conjunto-imagem do conjunto  $C$ ), e  $v + C = \{v_1 \in V | v_1 = v + v_2, \text{ onde } v_2 \in C\}$  (ou seja, o conjunto formado pelo vetor  $v$  somado a todos os vetores de  $C$ ). **(2.500, -2.500)**

- (A) Se  $T$  não for injetiva, então, para cada  $w \in Im(T)$  existe um conjunto  $C = Nu(T) + v$ , tal que  $T(C) = \{w\}$ , onde  $T(v) = w$ .
- (B) Se  $dim(Im(S)) = 65$  e  $dim(Nu(T)) = 200$ , e além disso se  $T$  for sobrejetiva e  $S$  injetiva, podemos concluir que  $dim(V) = 235$ .
- (C) Se  $C$  for subespaço de  $V$  não significa necessariamente que  $T(C)$  seja subespaço de  $W$ .
- (D) Se  $S$  for bijetiva,  $dim(W) = dim(V)$ , e existe  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $T$  não é injetiva.

(E) Se  $T$  for injetiva e  $S$  bijetiva e, se existir  $u \in U$  tal que, para este vetor não existe  $v \in V$  onde  $T(v) = S^{-1}(u)$ , então podemos concluir que  $dim(W) > dim(V)$ .

(F) Seja  $V_0 \subset V$  tal que  $V = V_0 + Nu(T)$ , e  $dim(V_0 \cap Nu(T)) = k$ . Então  $dim(V_0) = dim(Im(T)) - k$ .

4. Considere a transformação linear bijetiva  $T : M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^4$  dada por:  $T \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = (x - y - w, z + w, 2y - z, x + w)$ . Se  $\alpha = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  e  $\epsilon$  é a base canônica do  $\mathbb{R}^4$ , então marque a soma dos elementos de  $[T^{-1}]_\alpha^\epsilon$ . **(1.500, 0.000)**

5. Considere o operador linear  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  dado por:  $T(x, y, z, w) = \frac{1}{3}(y + z + w, -3x - y - z + 2w, 3x - 3w, y + z + w)$ . Sobre os subespaços  $Nu(T)$  e/ou  $Im(T)$ , podemos afirmar: **(1.500, -1.500)**

- (A)  $Nu(T) = Im(T)$
- (B)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (C)  $(1, 1, -2, 2) \in Im(T)$
- (D)  $Nu(T) = \{(0, 0, 0, 0)\}$
- (E)  $Im(T) \cap Nu(T) = \{(0, -1, 1, 0)\}$
- (F)  $dim(Im(T)) = 3$

6. Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + z)$ . Seja  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow P_2$ , tal que:  $[S]_\alpha^{\epsilon_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , onde  $\epsilon_2 = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e  $\alpha$  é uma certa base de  $P_2$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos da matriz  $[S \circ T]_\alpha^{\epsilon_3}$ , onde  $\epsilon_3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ . **(1.500, 0.000)**