

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1
C	2	2	2	2	2
D	3	3	3	3	3
E	4	4	4	4	4
F	5	5	5	5	5
	6	6	6	6	6
	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é:

(1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (B)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (D)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é:

(1.000, -0.250)

- 3.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é:

(1.000, -0.250)

- 4.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ .

(1.250, -0.250)

- 5.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$

que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é:

(0.750,

-0.250)

- 6.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .

(1.250, -0.250)

- 7.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .

(1.000, -0.250)

- 8.** (Variada) Responda V ou F:

(2.500, -2.500)

- (A) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (B) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (C) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (D) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (E) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	○	A	○	0	○
1	○	B	○	1	○
2	○	C	○	2	○
3	○	D	○	3	○
4	○	E	○	4	○
5	○	F	○	5	○
6	○		○	6	○
7	○		○	7	○
8	○		○	8	○
9	○		○	9	○

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

**1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

**2.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$

**3.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\beta}$  é: (1.000, -0.250)

**4.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

**5.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

**(C)** Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

**(D)** Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

**(E)** É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

**6.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

**7.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

**8.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	○	○	○	●	○	●	○
○	○	●	○	○	○	○	●	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8 V-F
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5	F	
6		
7		
8		
9		

- 1.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 2.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 3.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\epsilon$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 7.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (C)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$

- 8.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (B) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (E) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
●	○	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
●	○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	○	○	A	○	○
1	○	○	B	○	○
2	○	○	C	○	○
3	○	○	D	○	○
4	○	○	E	○	○
5	○	○	F	○	○
6	○	○		6	○
7	○	○		7	○
8	○	○		8	○
9	○	○		9	○

7	8 V-F
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (E)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

- 3.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 7.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 8.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (B) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (C) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (D) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (E) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	0	0
1	1	1	B	1	1
2	2	2	C	2	2
3	3	3	D	3	3
4	4	4	E	4	4
5	5	5	F	5	5
6	6	6		6	6
7	7	7		7	7
8	8	8		8	8
9	9	9		9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	●	●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 3.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

- 5.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

- 7.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (C) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (D) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- 8.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (B)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (F)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$

- 2.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 3.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 4.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 6.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (B) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (C) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (D) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (E) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

- 7.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

- 8.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	○	●	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○
●	○	○	●	○	○	●	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○
●	○	●	●	○	○	●	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F		5
6	6	6			6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é:
- (0.750, -0.250)

- 2.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .
- (1.250, -0.250)

- 3.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .
- (1.000, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é:
- (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (C)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (F)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$

- 5.** (Variada) Responda V ou F:
- (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.

- (B)** É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $dimNu(T) = 3$ ,  $dimNu(S) = 2$ ,  $dimIm(T) = 2$ ,  $dimIm(S) = 2$ ,  $dimNu(S \circ T) = 2$  e  $dimIm(S \circ T) = 3$ .

- (C)** Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

- (D)** Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- (E)** Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $dimNu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é:
- (1.000, -0.250)

- 7.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é:
- (1.000, -0.250)

- 8.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ .
- (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5	F	
6	6	6	6		
7	7	7	7		
8	8	8	8		
9	9	9	9		

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○
○	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: **(1.000, -0.250)**

- 2.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . **(1.000, -0.250)**

- 3.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: **(0.750, -0.250)**

- 4.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . **(1.250, -0.250)**

- 5.** (Variada) Responda V ou F: **(2.500, -2.500)**

- (A) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (B) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (C) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com

$\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

- (E) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

- 6.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: **(1.250, -1.250)**

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (D)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (F)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$

- 7.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . **(1.250, -0.250)**

- 8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\beta}$  é: **(1.000, -0.250)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	●	○	○	●	○	○	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6	
0	○	○	A	0	○	○
1	○	○	B	1	○	○
2	○	○	C	2	○	○
3	○	○	D	3	○	○
4	○	○	E	4	○	○
5	○	○	F	5	○	○
6	○	○		6	○	○
7	○	○		7	○	○
8	○	○		8	○	○
9	○	○		9	○	○

7	8	
0	○	○
1	○	○
2	○	○
3	○	○
4	○	○
5	○	○
6	○	○
7	○	○
8	○	○
9	○	○

- 1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (D)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$

- 3.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 4.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 5.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- (B)** Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

- (C) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\beta}$  é: (1.000, -0.250)

- 7.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 8.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	0	0	A
1	B	1	1	1	B
2	C	2	2	2	C
3	D	3	3	3	D
4	E	4	4	4	E
5		5	5	5	F
6		6	6	6	
7		7	7	7	
8		8	8	8	
9		9	9	9	

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ .

(1.250, -0.250)

- 2.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- 3.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 4.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$

que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 5.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .

(1.250, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é:

(1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

- 7.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .

(1.000, -0.250)

- 8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5		5	F	5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 3.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim \text{Nu}(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (B) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim \text{Nu}(T) = 3$ ,  $\dim \text{Nu}(S) = 2$ ,  $\dim \text{Im}(T) = 2$ ,  $\dim \text{Im}(S) = 2$ ,  $\dim \text{Nu}(S \circ T) = 2$  e  $\dim \text{Im}(S \circ T) = 3$ .
- (C) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (E) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $\text{Nu}(T)$  e  $\text{Im}(T)$  é: (1.250, -1.250)
- (A)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
  - (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
  - (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
  - (D)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
  - (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
  - (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

- 6.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 7.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 8.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	0	0	A
1	1	B	1	1	B
2	2	C	2	2	C
3	3	D	3	3	D
4	4	E	4	4	E
5	5		5	5	F
6	6		6	6	
7	7		7	7	
8	8		8	8	
9	9		9	9	

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 3.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (B) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (C) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (D) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- 4.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 5.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$

- 7.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
F	5	5		5	5
	6	6		6	6
	7	7		7	7
	8	8		8	8
	9	9		9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●	○
●	○	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)
- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$   
 (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$   
 (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$   
 (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (E)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- 2.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)
- 3.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)
- 4.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .  
 (B) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- 5.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)
- 6.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)
- 7.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)
- 8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A	○	○	0	○	○
B	○	○	1	○	○
C	○	○	2	○	○
D	○	○	3	○	○
E	○	○	4	○	○
	5	○	○	5	○
	6	○	○	6	○
	7	○	○	7	○
	8	○	○	8	○
	9	○	○	9	○

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

**1.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (C) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0, x'_2 = x_1 + x_2, x'_3 = 0, x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim \text{Nu}(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim \text{Nu}(T) = 3, \dim \text{Nu}(S) = 2, \dim \text{Im}(T) = 2, \dim \text{Im}(S) = 2, \dim \text{Nu}(S \circ T) = 2$  e  $\dim \text{Im}(S \circ T) = 3$ .

**2.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2; T(0, 1, 1) = t+2t^2; T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

**3.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

**4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

**5.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $\text{Nu}(T)$  e  $\text{Im}(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (D)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$

**6.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

**7.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

**8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	
6	6	6	6	
7	7	7	7	
8	8	8	8	
9	9	9	9	

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	○	●	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	○	○	●	○	○	●	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5	F	5
6		6
7		7
8		8
9		9

- 1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)
- 2.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)
- 3.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)
- 4.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)
- 5.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- 6.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)
- 7.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)
- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$   
 (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$   
 (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$   
 (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (E)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- 8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\beta}$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1
C	2	2	2	2	2
D	3	3	3	3	3
E	4	4	4	4	4
F	5	5	5	5	5
	6	6	6	6	6
	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	●	●	●	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é:

(1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (E)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é:

(1.000, -0.250)

- 3.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .

(1.000, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é:

(1.000, -0.250)

- 5.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .

(1.250, -0.250)

- 6.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ .

(1.250, -0.250)

- 7.** (Variada) Responda V ou F:

(2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (E) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

- 8.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é:

(0.750, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	●	○	○	●	○	●	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A	○	○	0	○	○
B	○	○	1	○	○
C	○	○	2	○	○
D	○	○	3	○	○
E	○	○	4	○	○
F	○	5	○	○	5
	6	○	○	6	○
	7	○	○	7	○
	8	○	○	8	○
	9	○	○	9	○

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

**1.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0, x'_2 = x_1 + x_2, x'_3 = 0, x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (B) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3, \dim Nu(S) = 2, \dim Im(T) = 2, \dim Im(S) = 2, \dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

**2.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$   
 (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$   
 (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (D)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$   
 (E)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$

**3.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A

soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

**4.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

**5.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n+p^2$ . (1.250, -0.250)

**6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

**7.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

**8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5		5	F
6	6	6		6	
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ .

(1.250, -0.250)

- 2.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é:

(0.750, -0.250)

- 3.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é:

(1.000, -0.250)

- 4.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (B) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (C) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (D) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com

$\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- (E) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

- 5.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{P}_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .

(1.250, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é:

(1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$   
 (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (D)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$   
 (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (F)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$

- 7.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é:

(1.000, -0.250)

- 8.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .

(1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	○	●	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A	○	○	0	○	○
B	○	○	1	○	○
C	○	○	2	○	○
D	○	○	3	○	○
E	○	○	4	○	○
	5	○	○	5	○
	6	○	○	6	○
	7	○	○	7	○
	8	○	○	8	○
	9	○	○	9	○

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

**1.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (B) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (C) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0, x'_2 = x_1 + x_2, x'_3 = 0, x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim \text{Nu}(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (D) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim \text{Nu}(T) = 3, \dim \text{Nu}(S) = 2, \dim \text{Im}(T) = 2, \dim \text{Im}(S) = 2, \dim \text{Nu}(S \circ T) = 2$  e  $\dim \text{Im}(S \circ T) = 3$ .
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

**2.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

**3.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

**4.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A

soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

**5.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $\text{Nu}(T)$  e  $\text{Im}(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (D)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$

**6.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

**7.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

**8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	●	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6 V-F	7	8
A	0	A
B	1	B
C	2	C
D	3	D
E	4	E
	5	F
	6	
	7	
	8	
	9	

- 1.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 2.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 3.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 4.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

- 6.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.

- (B) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

- (C) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- 7.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 8.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$   
 (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (D)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$   
 (E)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$   
 (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5		5
6	6	6		6
7	7	7		7
8	8	8		8
9	9	9		9

6	7	8
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5	F	5
6		6
7		7
8		8
9		9

- 1.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)
- 2.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)
- 3.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)
- 4.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
  - (B) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
  - (C) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- 5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\alpha$  é: (1.000, -0.250)
- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)
- 7.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)
- (A)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
  - (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
  - (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
  - (D)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
  - (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
  - (F)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- 8.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5	F	5		5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

**1.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

**2.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

**3.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (F)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$

**4.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

**5.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (B) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

(C) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.

(D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

(E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

**6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

**7.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

**8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\beta}$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	○	●	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	A	0	0
1	1	B	B	1	1
2	2	C	C	2	2
3	3	D	D	3	3
4	4	E	E	4	4
5	5	F	F	5	5
6	6			6	6
7	7			7	7
8	8			8	8
9	9			9	9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 2.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 3.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (B) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (C) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (D) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (E) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

- 4.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

- 5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\epsilon}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 6.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 7.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 8.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	A
1	1	1	1	1	B
2	2	2	2	2	C
3	3	3	3	3	D
4	4	4	4	4	E
5	5	5	5	5	F
6	6	6	6	6	
7	7	7	7	7	
8	8	8	8	8	
9	9	9	9	9	

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\epsilon}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 3.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 4.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 5.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (B)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (D)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

- 7.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (B) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (C) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (D) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (E) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

- 8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\beta}$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
●	○	○	○	○	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1
C	2	2	2	2	2
D	3	3	3	3	3
E	4	4	4	4	4
F	5	5	5	5	5
	6	6	6	6	6
	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é:

(1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (B)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\epsilon}^{\alpha}$  é:

(1.000, -0.250)

- 3.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .

(1.000, -0.250)

- 4.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\alpha}^{\beta}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ .

(1.250, -0.250)

- 5.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de

$M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é:

(0.750,

-0.250)

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é:

(1.000, -0.250)

- 7.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .

(1.250, -0.250)

- 8.** (Variada) Responda V ou F:

(2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (E) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5
0	0	A	0	0
1	1	B	1	1
2	2	C	2	2
3	3	D	3	3
4	4	E	4	4
5	5		5	5
6	6		6	6
7	7		7	7
8	8		8	8
9	9		9	9

### CONTROLE MIXNFIX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	●	0	0	●	0	●	●	●	●	●	●	●
0	0	0	0	●	0	●	●	●	●	●	●	●
0	0	●	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

6	7	8
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5	F	5
6		6
7		7
8		8
9		9

- 1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é:

(1.000, -0.250)

- 2.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ .

(1.250, -0.250)

- 3.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (B) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim \text{Nu}(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (C) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim \text{Nu}(T) = 3$ ,  $\dim \text{Nu}(S) = 2$ ,  $\dim \text{Im}(T) = 2$ ,  $\dim \text{Im}(S) = 2$ ,  $\dim \text{Nu}(S \circ T) = 2$  e  $\dim \text{Im}(S \circ T) = 3$ .
- (D) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos

valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .

(1.000, -0.250)

- 6.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .

(1.250, -0.250)

- 7.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $\text{Nu}(T)$  e  $\text{Im}(T)$  é:

(1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$   
 (B)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (E)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$   
 (F)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$

- 8.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é:

(0.750,

-0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
A	0	○	A	○	○
B	1	○	B	○	1
C	2	○	C	○	2
D	3	○	D	○	3
E	4	○	E	○	4
F	5	○		5	○
	6	○	5	○	5
	7	○	6	○	6
	8	○	7	○	7
	9	○	8	○	8
			9	○	9

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é:

(1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$

- 2.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .

(1.000, -0.250)

- 3.** (Variada) Responda V ou F:

(2.500, -2.500)

- (A) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0, x'_2 = x_1 + x_2, x'_3 = 0, x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (B) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3, \dim Nu(S) = 2, \dim Im(T) = 2, \dim Im(S) = 2, \dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (C) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- 4.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ .

(1.250, -0.250)

- 5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é:

(1.000, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\beta}$  é:

(1.000, -0.250)

- 7.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é:

(0.750, -0.250)

- 8.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .

(1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	○	○	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	0	0
1	1	B	1	1	1
2	2	C	2	2	2
3	3	D	3	3	3
4	4	E	4	4	4
5	5	F	5	5	5
6	6		6	6	6
7	7		7	7	7
8	8		8	8	8
9	9		9	9	9

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ .

(1.250, -0.250)

- 2.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .

(1.000, -0.250)

- 3.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é:

(1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (E)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (F)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$

- 4.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é:

(0.750, -0.250)

- 5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é:

(1.000, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\beta}$  é:

(1.000, -0.250)

- 7.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .

(1.250, -0.250)

- 8.** (Variada) Responda V ou F:

(2.500, -2.500)

- (A) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (B) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (C) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (D) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (E) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
F	5	5		5	5
	6	6		6	6
	7	7		7	7
	8	8		8	8
	9	9		9	9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é:

(1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$

- 2.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .

(1.250, -0.250)

- 3.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n+p^2$ .

(1.250, -0.250)

- 4.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- (E)** Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

- 5.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .

(1.000, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é:

(1.000, -0.250)

- 7.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é:

(0.750, -0.250)

- 8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é:

(1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	●	○	●	●	○	●	●	●
●	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	○	A	○	0	○
1	○	B	○	1	○
2	○	C	○	2	○
3	○	D	○	3	○
4	○	E	○	4	○
5	○	F	○	5	○
6	○		○	6	○
7	○		○	7	○
8	○		○	8	○
9	○		○	9	○

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (B)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (E)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

- 3.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 6.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (B) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (C) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- 7.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 8.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6	
A	○	○	0	○	○	
B	○	○	1	○	○	
C	○	○	2	○	○	
D	○	○	3	○	○	
E	○	○	4	○	○	
	5	○	○	5	○	○
	6	○	○	6	○	○
	7	○	○	7	○	○
	8	○	○	8	○	○
	9	○	○	9	○	○

7	8				
0	○	○	0	○	○
1	○	○	1	○	○
2	○	○	2	○	○
3	○	○	3	○	○
4	○	○	4	○	○
5	○	○	5	○	○
6	○	○	6	○	○
7	○	○	7	○	○
8	○	○	8	○	○
9	○	○	9	○	○

**1.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (B) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (C) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (D) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

**2.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

**3.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

**4.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$

**5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

**6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

**7.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

**8.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5		5
	6	6	6		6
	7	7	7		7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)
- (A)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$   
 (C)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$   
 (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (F)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)
- 3.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)
- 4.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)
- 5.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.  
 (B) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.  
 (C) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.  
 (D) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .  
 (E) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- 6.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)
- 7.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)
- 8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	○
●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	0	0
1	1	B	1	1	1
2	2	C	2	2	2
3	3	D	3	3	3
4	4	E	4	4	4
5	5	F	5	5	5
6	6		6	6	6
7	7		7	7	7
8	8		8	8	8
9	9		9	9	9

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)
- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)
- 3.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)
- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (B)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$   
 (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (D)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$   
 (E)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$   
 (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)
- 5.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)
- 6.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)
- 7.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)
- 8.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.  
 (B) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.  
 (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.  
 (D) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .  
 (E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	A	0	0	0	0
1	B	1	0	1	0
2	C	2	0	2	0
3	D	3	0	3	0
4	E	4	0	4	0
5	F	5	0	5	0
6		6	0	6	0
7		7	0	7	0
8		8	0	8	0
9		9	0	9	0

**CONTROLE MIXNFX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	●	●	0	●	●	0	●	●	0	●	●	0	●	●	0	●	●	0	0
0	●	●	0	●	●	0	●	●	0	●	●	0	●	●	0	●	●	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$

- 3.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 6.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 7.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (B) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (E) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

- 8.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5		5
6	6	6		6
7	7	7		7
8	8	8		8
9	9	9		9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	●	○	●	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	F
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

- 1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

- 3.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 4.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (B) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (C) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- 5.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 6.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 7.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 8.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	○	●	○	○	●	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○
○	●	○	○	●	○	●	○	○	●	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
A	0	○	A	○	○
B	1	○	B	○	1
C	2	○	C	○	2
D	3	○	D	○	3
E	4	○	E	○	4
F	5	○		5	○
	6	○	5	○	5
	7	○	6	○	6
	8	○	7	○	7
	9	○	8	○	8
			9	○	9

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é:

(1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (E)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é:

(1.000, -0.250)

- 3.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (B) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (C) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (D) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (E) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

- 4.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é:

(0.750,

-0.250)

- 5.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ .

(1.250, -0.250)

- 6.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .

(1.000, -0.250)

- 7.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é:

(1.000, -0.250)

- 8.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .

(1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5		5
6	6	6		6
7	7	7		7
8	8	8		8
9	9	9		9

6	7	8
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	F
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

- 1.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 2.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 3.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 4.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (B) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (C) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (D) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- 5.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 7.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

- 8.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (F)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	○
●	●	○	○	●	●	○	●	●	○	●	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7 V-F	8
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5		F
6		
7		
8		
9		

- 1.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 2.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 3.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 7.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- 8.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (D)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (E)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0		A	0	0	0
1		B	1	0	1
2		C	2	0	2
3		D	3	0	3
4		E	4	0	4
5		F	5	0	5
6			6	0	6
7			7	0	7
8			8	0	8
9			9	0	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$

- 3.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao

se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 6.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 7.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (C) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- 8.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	0	0
1	1	B	1	1	1
2	2	C	2	2	2
3	3	D	3	3	3
4	4	E	4	4	4
5	5	F	5	5	5
6	6		6	6	6
7	7		7	7	7
8	8		8	8	8
9	9		9	9	9

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 3.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 6.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 7.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (B) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (C) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- 8.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A	○	○	A	○	○
B	○	○	B	○	○
C	○	○	C	○	○
D	○	○	D	○	○
E	○	○	E	○	○
5	○	○	F	○	○
6	○	○	6	○	○
7	○	○	7	○	○
8	○	○	8	○	○
9	○	○	9	○	○

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

**1.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (B) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (E) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.

**2.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

**3.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$

**4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

**5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

**6.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

**7.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

**8.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5
0	0	A	0	0
1	1	B	1	1
2	2	C	2	2
3	3	D	3	3
4	4	E	4	4
5	5		5	5
6	6		6	6
7	7		7	7
8	8		8	8
9	9		9	9

6	7	8
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	F
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

- 1.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 2.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 3.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim \text{Nu}(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim \text{Nu}(T) = 3$ ,  $\dim \text{Nu}(S) = 2$ ,  $\dim \text{Im}(T) = 2$ ,  $\dim \text{Im}(S) = 2$ ,  $\dim \text{Nu}(S \circ T) = 2$  e  $\dim \text{Im}(S \circ T) = 3$ .

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\epsilon}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 7.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 8.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $\text{Nu}(T)$  e  $\text{Im}(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (B)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●
●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5	F	
6	6	6	6		
7	7	7	7		
8	8	8	8		
9	9	9	9		

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 2.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 3.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (B)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$

- 6.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (B) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (C) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (D) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- 7.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 8.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
	5	5	F	5	5
	6	6		6	6
	7	7		7	7
	8	8		8	8
	9	9		9	9

### CONTROLE MIXNFX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

**1.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (B) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (C) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (D) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

**2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

**3.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

**4.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$   
 (B)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$   
 (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (E)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$   
 (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

**5.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

**6.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

**7.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n+p^2$ . (1.250, -0.250)

**8.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	A	0	0	A
1	1	B	1	1	B
2	2	C	2	2	C
3	3	D	3	3	D
4	4	E	4	4	E
5	5	F	5	5	
6	6		6	6	
7	7		7	7	
8	8		8	8	
9	9		9	9	

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)
- 2.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)
- 3.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)
- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (B)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$   
 (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$   
 (F)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- 4.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)
- 5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)
- 6.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.  
 (B) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .  
 (C) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.  
 (D) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .  
 (E) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- 7.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)
- 8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	A	A	0	0
1	1	B	B	1	1
2	2	C	C	2	2
3	3	D	D	3	3
4	4	E	E	4	4
5	5	F		5	5
6	6			6	6
7	7			7	7
8	8			8	8
9	9			9	9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 2.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 3.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)
- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
  - (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
  - (C)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
  - (D)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
  - (E)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
  - (F)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$

- 4.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $dimNu(T) = 3$ ,  $dimNu(S) = 2$ ,  $dimIm(T) = 2$ ,  $dimIm(S) = 2$ ,  $dimNu(S \circ T) = 2$  e  $dimIm(S \circ T) = 3$ .
  - (B) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $dimNu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (E) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.

- 5.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 6.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 7.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 8.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	○	●	●	●	○	○	○	○
○	●	●	○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A	○	○	0	○	○
B	○	○	1	○	○
C	○	○	2	○	○
D	○	○	3	○	○
E	○	○	4	○	○
F	○	5	○	○	5
	6	○	6	○	6
	7	○	7	○	7
	8	○	8	○	8
	9	○	9	○	9

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

**1.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (B) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (C) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (D) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

**2.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (F)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$

**3.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A

soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

**4.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

**5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

**6.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

**7.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

**8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	○	●	●	●	●	○	○	○	○
●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8 V-F
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5	F	
6		
7		
8		
9		

- 1.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 2.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 3.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 4.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\beta}$  é: (1.000, -0.250)

- 7.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (B)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (D)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$

- 8.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (B) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5		5	F
6	6	6		6	
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 2.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 3.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 4.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (B) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

- (E) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares. (1.000, -0.250)

- 5.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$

- 7.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 8.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○
●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
F	5	5		5	5
	6	6		6	6
	7	7		7	7
	8	8		8	8
	9	9		9	9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é:

(1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (E)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$

- 2.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .

(1.000, -0.250)

- 3.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é:

(1.000, -0.250)

- 4.** (Variada) Responda V ou F:

(2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (C) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $dimNu(T) = 3$ ,  $dimNu(S) = 2$ ,  $dimIm(T) = 2$ ,  $dimIm(S) = 2$ ,  $dimNu(S \circ T) = 2$  e  $dimIm(S \circ T) = 3$ .

- (D) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- (E) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $dimNu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

- 5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é:

(1.000, -0.250)

- 6.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .

(1.250, -0.250)

- 7.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é:

(0.750,

-0.250)

- 8.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ .

(1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●	●	●	●	●
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	○	A	○	0	○
1	○	B	○	1	○
2	○	C	○	2	○
3	○	D	○	3	○
4	○	E	○	4	○
5	○	F	○	5	○
6	○		○	6	○
7	○		○	7	○
8	○		○	8	○
9	○		○	9	○

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

**1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

**2.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$

**3.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

**4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

**5.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

**6.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

(A) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

(B) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

(C) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

(D) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.

(E) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

**7.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

**8.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	○	○	○	○	●	●	●	●	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6 V-F	7	8
A	○	○
B	○	1
C	○	2
D	○	3
E	○	4
F	○	5
	6	
	7	
	8	
	9	

**1.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

**2.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

**3.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

**4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\epsilon$  é: (1.000, -0.250)

**5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

**6.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

(A) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .

(B) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

(C) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

(D) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.

(E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

**7.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

(A)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$

(B)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

(C)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$

(D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$

(E)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$

(F)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$

**8.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	●	○	○	●
●	●	○	○	○	●	●	○	○	●	○	○	○	●	●	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	0	A	0	0
1	1	1	B	1	0
2	2	2	C	2	0
3	3	3	D	3	0
4	4	4	E	4	0
5	5	5	F	5	0
6	6	6		6	0
7	7	7		7	0
8	8	8		8	0
9	9	9		9	0

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

**1.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

**2.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

**3.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

**4.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (C) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (D) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim \text{Nu}(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim \text{Nu}(T) = 3$ ,  $\dim \text{Nu}(S) = 2$ ,  $\dim \text{Im}(T) = 2$ ,  $\dim \text{Im}(S) = 2$ ,  $\dim \text{Nu}(S \circ T) = 2$  e  $\dim \text{Im}(S \circ T) = 3$ .

**5.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $\text{Nu}(T)$  e  $\text{Im}(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$

**6.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

**7.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

**8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	
6	6	6	6	
7	7	7	7	
8	8	8	8	
9	9	9	9	

### CONTROLE MIXNFIX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

6	7	8
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5	F	5
6		6
7		7
8		8
9		9

- 1.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 2.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 3.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (B) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.

- (C) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- (D) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- (E) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

- 6.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 7.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$   
 (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$   
 (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (D)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$   
 (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

- 8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	○	A	○	0	○
1	○	B	○	1	○
2	○	C	○	2	○
3	○	D	○	3	○
4	○	E	○	4	○
5	○	F	○	5	○
6	○		○	6	○
7	○		○	7	○
8	○		○	8	○
9	○		○	9	○

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

- 3.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\beta}$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 6.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (B) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (C) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- 7.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 8.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	●	●	●	○	●	●	●	●
○	●	●	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1
C	2	2	2	2	2
D	3	3	3	3	3
E	4	4	4	4	4
F	5	5	5	5	5
	6	6	6	6	6
	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é:

(1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (C)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é:

(1.000, -0.250)

- 3.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .

(1.000, -0.250)

- 4.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ .

(1.250, -0.250)

- 5.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$

que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é:

(0.750,

-0.250)

- 6.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .

(1.250, -0.250)

- 7.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é:

(1.000,

-0.250)

- 8.** (Variada) Responda V ou F:

(2.500, -2.500)

- (A) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (B) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (C) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (D) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●
○	●	●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	0	0
1	1	B	1	1	1
2	2	C	2	2	2
3	3	D	3	3	3
4	4	E	4	4	4
5	5	F	5	5	5
6	6		6	6	6
7	7		7	7	7
8	8		8	8	8
9	9		9	9	9

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)
- 2.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)
- 3.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)
- (A)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$   
 (B)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$   
 (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$   
 (F)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)
- 5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\beta}$  é: (1.000, -0.250)
- 6.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)
- 7.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)
- 8.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
  - (B) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
  - (C) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
  - (D) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
  - (E) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	○	A	○	0	○
1	○	B	○	1	○
2	○	C	○	2	○
3	○	D	○	3	○
4	○	E	○	4	○
5	○	F	○	5	○
6	○		6	○	6
7	○		7	○	7
8	○		8	○	8
9	○		9	○	9

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (F)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$

- 3.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (B) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (C) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (D) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- (E) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.

- 4.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 5.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 7.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 8.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	●	●	●
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5		5
6	6	6		6
7	7	7		7
8	8	8		8
9	9	9		9

6	7	8
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	F
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

- 1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

- 3.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 4.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (B) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (C) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

- (E)** É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- 5.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 6.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 7.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 8.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (C)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	0	0
1	1	1	B	1	1
2	2	2	C	2	2
3	3	3	D	3	3
4	4	4	E	4	4
5	5	5	F	5	5
6	6	6		6	6
7	7	7		7	7
8	8	8		8	8
9	9	9		9	9

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

- 3.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$

- 5.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 6.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 7.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 8.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (B) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (C) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (E) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5	F	5	
6	6	6		6	
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é: (1.000, -0.250)

- 3.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (F)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$

- 5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -0.250)

- 6.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (B) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (C) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (D) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (E) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .

- 7.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 8.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	0	0
1	B	B	1	1	1
2	C	C	2	2	2
3	D	D	3	3	3
4	E	E	4	4	4
5	F	F	5	5	5
6			6	6	6
7			7	7	7
8			8	8	8
9			9	9	9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é:
- (0.750, -0.250)

- 2.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (B) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (C) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (E) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.

- 3.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é:
- (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$   
 (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$   
 (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (D)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$

(E)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$

(F)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$

- 4.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ .
- (1.000, -0.250)

- 5.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_\epsilon^\alpha = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_\alpha^\alpha$  é:
- (1.000, -0.250)

- 6.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_\beta^\beta$  é:
- (1.000, -0.250)

- 7.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_\beta^\alpha$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ .
- (1.250, -0.250)

- 8.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ .
- (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	0	0
1	B	B	1	1	1
2	C	C	2	2	2
3	D	D	3	3	3
4	E	E	4	4	4
5	F	F	5	5	5
6			6	6	6
7			7	7	7
8			8	8	8
9			9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 2.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (C) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (D) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- 3.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

- 4.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 5.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 6.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 7.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\beta}$  é: (1.000, -0.250)

- 8.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7 V-F	8
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5	F	5
6		6
7		7
8		8
9		9

- 1.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2 + t - t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t + 2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3 + t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

- 2.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

- 3.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = \text{nulidade}(A)$  e  $p = \text{posto}(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)

- 4.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\epsilon}$  é: (1.000, -0.250)

- 5.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

- 6.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x + 3y, -x + 3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x - 3y, x + y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$

que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

- 7.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.
- (C) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $\dim Nu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (D) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $\dim Nu(T) = 3$ ,  $\dim Nu(S) = 2$ ,  $\dim Im(T) = 2$ ,  $\dim Im(S) = 2$ ,  $\dim Nu(S \circ T) = 2$  e  $\dim Im(S \circ T) = 3$ .
- (E) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.

- 8.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (B)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2012.2  
 Terceiro Exercício Escolar - 05/04/2013

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	0	0
1	1	1	B	1	1
2	2	2	C	2	2
3	3	3	D	3	3
4	4	4	E	4	4
5	5	5	F	5	5
6	6	6		6	6
7	7	7		7	7
8	8	8		8	8
9	9	9		9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

**1.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\epsilon = \{(1, 0), (0, 1)\}$  e o operador linear  $T$  tal que:  $[T]_{\epsilon}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -0.250)

**2.** (Fácil) Seja  $A$  a matriz canônica do operador que faz uma reflexão em torno da reta  $y = x$  seguida de uma reflexão em torno de  $OX$ . A matriz  $A$  pode também ser vista como uma rotação de  $\theta$  graus. Seja  $s$  a soma dos valores absolutos das entradas de  $A$ . Marque o inteiro mais próximo de  $\theta + s$ . (1.000, -0.250)

**3.** (Fácil) Considere as bases do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 2), (2, -1)\}$  e  $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$  e os operadores lineares do  $\mathbb{R}^2$   $T$  e  $S$  tais que:  $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  e  $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A soma dos valores absolutos das entradas de  $[T \circ S^{-1}]_{\beta}^{\beta}$  é: (1.000, -0.250)

**4.** (Fácil) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2x-z, x-y-2z)$ . Uma base do  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores do  $Nu(T)$  e  $Im(T)$  é: (1.250, -1.250)

- (A)  $\{(1, 1, 1), (2, 0, -1), (1, 0, -1)\}$
- (B)  $\{(1, 2, 1), (1, 0, -1), (1, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(2, 1, -3), (1, 2, 2), (0, 2, 2)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 1), (1, -2, 1), (1, 3, -2)\}$
- (E)  $\{(1, -3, 2), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, -3, 2), (1, 2, -1), (1, -1, -2)\}$

**5.** (Média) Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  tal que:  $T(1, 0, 1) = 2+t-t^2$ ;  $T(0, 1, 1) = t+2t^2$ ;  $T(0, -1, 0) = 3+t^2$ . Considere o polinômio  $p(t) = T(3, -5, 4)$ . Marque  $p(1)$ . (1.250, -0.250)

**6.** (Avançada) Considere isomorfismos  $S$  e  $T$  do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $S \circ T(x, y) = (x+3y, -x+3y)$  e  $T \circ S(x, y) = (3x-3y, x+y)$ . Considere nesta questão apenas coordenadas canônicas. O espaço das matrizes de  $T$  que satisfazem as condições acima é um subespaço de  $M_{2 \times 2}$ . Encontre a base deste espaço que se obtém ao se colocar o sistema que o define na forma escada. A soma dos valores absolutos das entradas dessas matrizes é: (0.750, -0.250)

**7.** (Variada) Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador linear pode ser obtido a partir de uma composição de transformações lineares que não são operadores lineares.
- (B) Seja  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dada por:  $S(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  onde  $x'_1 = 0$ ,  $x'_2 = x_1 + x_2$ ,  $x'_3 = 0$ ,  $x'_4 = x_3 + x_4, \dots, x'_{2i-1} = 0, x'_{2i} = x_{2i-1} + x_{2i}, \dots, x'_n = x_{n-1} + x_n$ . Então  $dimNu(S^k) = k$ , onde  $k > 1$ .
- (C) Seja  $T$  uma transformação linear não injetiva. Então uma composta de qualquer transformação linear com  $T$  será não injetiva.
- (D) É possível encontrar transformações lineares  $T : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$  e  $S : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$  com  $dimNu(T) = 3$ ,  $dimNu(S) = 2$ ,  $dimIm(T) = 2$ ,  $dimIm(S) = 2$ ,  $dimNu(S \circ T) = 2$  e  $dimIm(S \circ T) = 3$ .
- (E) Um operador linear sobrejetivo é um isomorfismo.

**8.** (Média) Seja  $S : P_4 \rightarrow M_{2 \times 2}$  transformação linear tal que:  $S(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 + a_4 & a_1 + 2a_3 - a_4 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 & a_0 + 3a_1 + a_2 + a_3 - a_4 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha$  base de  $P_4$ ,  $\beta$  base de  $M_{2 \times 2}$  e  $A = [S]_{\beta}^{\alpha}$ . Sejam  $n = nulidade(A)$  e  $p = posto(A)$ ; marque  $n + p^2$ . (1.250, -0.250)