

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

6 V-F	
A	○
B	○
C	○
D	○
E	○
F	○
G	○
H	○

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

3. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha =$

$\{(v_1, (1, 1, -2), v_3\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (B) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (C) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
 Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

- 1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (B) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (C) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (D) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (G) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (H) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- 2.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
- 4.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
- 5.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
- 6.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

6 V-F		
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
G	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
H	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2 \theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2 \theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

5. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal

forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
  - (B) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
  - (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
  - (D) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
  - (E) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
  - (F) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
  - (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
  - (H) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5
A	0	0	0	0
B	1	1	1	1
C	2	2	2	2
D	3	3	3	3
E	4	4	4	4
F	5	5	5	5
G	6	6	6	6
H	7	7	7	7
	8	8	8	8
	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	●	○	●	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (C) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (D) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (E) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (G) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (H) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

**2.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

**3.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

**4.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

**5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

**6.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. **(1.500, 0.000)**

2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . **(1.000, 0.000)**

3. Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**

- (A) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (B) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (C) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (E) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de

mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (G) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. **(1.500, 0.000)**

5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . **(2.000, 0.000)**

6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5	F	5	5	5
6	G	6	6	6
7	H	7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (B) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (C) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (G) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (H) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
4. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
5. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
6. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (D) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (E) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (F) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (G) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1,0)$  basta que  $b = 2a$ .

**2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v =$

$(5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

**3.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

**4.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

**5.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

**6.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

(C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.

(D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

(E) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

(F) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

(G) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.

(H) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (B) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (C) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .
- (D) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (E) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

**2.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo

entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

**3.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

**4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

**5.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

**6.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F
0 ○○	0 ○○	0 ○○	0 ○○	A ○○
1 ○○	1 ○○	1 ○○	1 ○○	B ○○
2 ○○	2 ○○	2 ○○	2 ○○	C ○○
3 ○○	3 ○○	3 ○○	3 ○○	D ○○
4 ○○	4 ○○	4 ○○	4 ○○	E ○○
5 ○○	5 ○○	5 ○○	5 ○○	F ○○
6 ○○	6 ○○	6 ○○	6 ○○	G ○○
7 ○○	7 ○○	7 ○○	7 ○○	H ○○
8 ○○	8 ○○	8 ○○	8 ○○	
9 ○○	9 ○○	9 ○○	9 ○○	

6
0 ○○
1 ○○
2 ○○
3 ○○
4 ○○
5 ○○
6 ○○
7 ○○
8 ○○
9 ○○

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

2. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

3. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

(A) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

(B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

(C) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

(D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.

(E) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

(F) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

(G) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

(H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.

6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	●	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5
0 ○○	0 ○○	A ○○	0 ○○	0 ○○
1 ○○	1 ○○	B ○○	1 ○○	1 ○○
2 ○○	2 ○○	C ○○	2 ○○	2 ○○
3 ○○	3 ○○	D ○○	3 ○○	3 ○○
4 ○○	4 ○○	E ○○	4 ○○	4 ○○
5 ○○	5 ○○	F ○○	5 ○○	5 ○○
6 ○○	6 ○○	G ○○	6 ○○	6 ○○
7 ○○	7 ○○	H ○○	7 ○○	7 ○○
8 ○○	8 ○○		8 ○○	8 ○○
9 ○○	9 ○○		9 ○○	9 ○○

6
0 ○○
1 ○○
2 ○○
3 ○○
4 ○○
5 ○○
6 ○○
7 ○○
8 ○○
9 ○○

1. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
2. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (C) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (D) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (E) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1,0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (G) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
4. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F
0 ○○	0 ○○	0 ○○	0 ○○	A ○○
1 ○○	1 ○○	1 ○○	1 ○○	B ○○
2 ○○	2 ○○	2 ○○	2 ○○	C ○○
3 ○○	3 ○○	3 ○○	3 ○○	D ○○
4 ○○	4 ○○	4 ○○	4 ○○	E ○○
5 ○○	5 ○○	5 ○○	5 ○○	F ○○
6 ○○	6 ○○	6 ○○	6 ○○	G ○○
7 ○○	7 ○○	7 ○○	7 ○○	H ○○
8 ○○	8 ○○	8 ○○	8 ○○	
9 ○○	9 ○○	9 ○○	9 ○○	

6
0 ○○
1 ○○
2 ○○
3 ○○
4 ○○
5 ○○
6 ○○
7 ○○
8 ○○
9 ○○

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

(A) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da

origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

(B) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

(C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.

(D) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

(E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

(F) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.

(G) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

(H) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F
0 ○○	0 ○○	0 ○○	0 ○○	A ○○
1 ○○	1 ○○	1 ○○	1 ○○	B ○○
2 ○○	2 ○○	2 ○○	2 ○○	C ○○
3 ○○	3 ○○	3 ○○	3 ○○	D ○○
4 ○○	4 ○○	4 ○○	4 ○○	E ○○
5 ○○	5 ○○	5 ○○	5 ○○	F ○○
6 ○○	6 ○○	6 ○○	6 ○○	G ○○
7 ○○	7 ○○	7 ○○	7 ○○	H ○○
8 ○○	8 ○○	8 ○○	8 ○○	
9 ○○	9 ○○	9 ○○	9 ○○	

6
0 ○○
1 ○○
2 ○○
3 ○○
4 ○○
5 ○○
6 ○○
7 ○○
8 ○○
9 ○○

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

2. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (C) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (E) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (F) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (G) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.

6. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (C) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
4. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
5. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
6. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (B) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (C) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (E) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (F) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

**2.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$

resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

**3.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

**4.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

**5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

**6.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	F
6	6	6	6	G
7	7	7	7	H
8	8	8	8	
9	9	9	9	

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

3. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

4. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2 \theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2 \theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

(A) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da

origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

(B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.

(C) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.

(D) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

(E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

(F) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

(G) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

(H) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .

6. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5
A	0	0	0	0
B	1	1	1	1
C	2	2	2	2
D	3	3	3	3
E	4	4	4	4
F	5	5	5	5
G	6	6	6	6
H	7	7	7	7
	8	8	8	8
	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (B) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (C) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (D) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (E) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (G) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1,0)$  basta que  $b = 2a$ .

**2.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

**3.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

**4.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

**5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{v_1, (1, 1, -2), v_3\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

**6.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (B) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (C) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (D) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (E) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

**2.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$

resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

**3.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

**4.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

**5.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

**6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6 V-F
A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha =$

$\{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (D) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (E) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (F) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (G) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

6 V-F	
A	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>
G	<input type="radio"/>
H	<input type="radio"/>

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

2. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

3. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

5. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal

forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (B) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (E) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	○	○	○	●	●
○	○	●	○	●	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5
0 ○○	0 ○○	0 ○○	A ○○	0 ○○
1 ○○	1 ○○	1 ○○	B ○○	1 ○○
2 ○○	2 ○○	2 ○○	C ○○	2 ○○
3 ○○	3 ○○	3 ○○	D ○○	3 ○○
4 ○○	4 ○○	4 ○○	E ○○	4 ○○
5 ○○	5 ○○	5 ○○	F ○○	5 ○○
6 ○○	6 ○○	6 ○○	G ○○	6 ○○
7 ○○	7 ○○	7 ○○	H ○○	7 ○○
8 ○○	8 ○○	8 ○○		8 ○○
9 ○○	9 ○○	9 ○○		9 ○○

6
0 ○○
1 ○○
2 ○○
3 ○○
4 ○○
5 ○○
6 ○○
7 ○○
8 ○○
9 ○○

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

3. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (B) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.

(E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

(F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

(G) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .

(H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

5. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

6. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	●	●	●	○	●	●
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F		
0	○	○	○	A	○	○
1	○	○	○	B	○	○
2	○	○	○	C	○	○
3	○	○	○	D	○	○
4	○	○	○	E	○	○
5	○	○	○	F	○	○
6	○	○	○	G	○	○
7	○	○	○	H	○	○
8	○	○	○			
9	○	○	○			

6		
0	○	○
1	○	○
2	○	○
3	○	○
4	○	○
5	○	○
6	○	○
7	○	○
8	○	○
9	○	○

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

3. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2 \theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2 \theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (C) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (F) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (H) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5	F	5	5	5
6	G	6	6	6
7	H	7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (C) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (F) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (G) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

(H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.

3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

5. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

6. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
2. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (B) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (C) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (H) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
5. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
6. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
  
  2. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
  
  3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
  
  4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
    - (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
    - (B) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
    - (C) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
    - (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
  
  - (E) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
  - (F) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
  - (G) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
  - (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- 
5. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
  
  6. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

	●			●		●	●		●					
				●		●								
		●												

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5	F	5
6	6	6	G	6
7	7	7	H	7
8	8	8		8
9	9	9		9

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
2. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (B) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (D) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .
- (E) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (F) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (G) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
6. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6 V-F
A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
2. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
3. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
4. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
5. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (B) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (C) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (D) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5	F	5	5	5
6	G	6	6	6
7	H	7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (B) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (C) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (F) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (G) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
3. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2 \theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2 \theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

(A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

(B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

(C) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.

(D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.

(E) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

(F) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

(G) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

(H) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
- 2.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
- 3.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
- 4.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (B) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (C) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (E) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (H) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- 5.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
- 6.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (B) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (C) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (E) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.

(F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

(G) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .

(H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (B) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (C) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (D) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

**2.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo

entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

**3.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

**4.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

**5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

**6.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5
0 ○ ○	A ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	B ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	C ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	D ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	E ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	F ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○	G ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○	H ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○		8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○		9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○

6
0 ○ ○
1 ○ ○
2 ○ ○
3 ○ ○
4 ○ ○
5 ○ ○
6 ○ ○
7 ○ ○
8 ○ ○
9 ○ ○

1. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (B) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (D) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (F) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (G) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
3. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F
0 ○○	0 ○○	0 ○○	0 ○○	A ○○
1 ○○	1 ○○	1 ○○	1 ○○	B ○○
2 ○○	2 ○○	2 ○○	2 ○○	C ○○
3 ○○	3 ○○	3 ○○	3 ○○	D ○○
4 ○○	4 ○○	4 ○○	4 ○○	E ○○
5 ○○	5 ○○	5 ○○	5 ○○	F ○○
6 ○○	6 ○○	6 ○○	6 ○○	G ○○
7 ○○	7 ○○	7 ○○	7 ○○	H ○○
8 ○○	8 ○○	8 ○○	8 ○○	
9 ○○	9 ○○	9 ○○	9 ○○	

6
0 ○○
1 ○○
2 ○○
3 ○○
4 ○○
5 ○○
6 ○○
7 ○○
8 ○○
9 ○○

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2 \theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2 \theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (B) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (C) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (D) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (E) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (F) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (G) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (B) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1,0)$  basta que  $b = 2a$ .

- (D) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (F) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (G) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

6. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

- 1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
  - (B) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
  - (C) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
  - (D) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
  - (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
  - (F) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
  - (G) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
  - (H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- 2.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
- 4.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
- 5.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
- 6.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

6 V-F	
A	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>
G	<input type="radio"/>
H	<input type="radio"/>

1. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha =$

$\{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (B) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (C) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (D) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (E) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (F) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (G) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F
0 ○○	0 ○○	0 ○○	0 ○○	A ○○
1 ○○	1 ○○	1 ○○	1 ○○	B ○○
2 ○○	2 ○○	2 ○○	2 ○○	C ○○
3 ○○	3 ○○	3 ○○	3 ○○	D ○○
4 ○○	4 ○○	4 ○○	4 ○○	E ○○
5 ○○	5 ○○	5 ○○	5 ○○	F ○○
6 ○○	6 ○○	6 ○○	6 ○○	G ○○
7 ○○	7 ○○	7 ○○	7 ○○	H ○○
8 ○○	8 ○○	8 ○○	8 ○○	
9 ○○	9 ○○	9 ○○	9 ○○	

6
0 ○○
1 ○○
2 ○○
3 ○○
4 ○○
5 ○○
6 ○○
7 ○○
8 ○○
9 ○○

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

2. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

3. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2 \theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2 \theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (B) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (E) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (G) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F
0 ○○	0 ○○	0 ○○	0 ○○	A ○○
1 ○○	1 ○○	1 ○○	1 ○○	B ○○
2 ○○	2 ○○	2 ○○	2 ○○	C ○○
3 ○○	3 ○○	3 ○○	3 ○○	D ○○
4 ○○	4 ○○	4 ○○	4 ○○	E ○○
5 ○○	5 ○○	5 ○○	5 ○○	F ○○
6 ○○	6 ○○	6 ○○	6 ○○	G ○○
7 ○○	7 ○○	7 ○○	7 ○○	H ○○
8 ○○	8 ○○	8 ○○	8 ○○	
9 ○○	9 ○○	9 ○○	9 ○○	

6
0 ○○
1 ○○
2 ○○
3 ○○
4 ○○
5 ○○
6 ○○
7 ○○
8 ○○
9 ○○

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. **(1.500, 0.000)**

2. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. **(1.500, 0.000)**

3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . **(1.000, 0.000)**

4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . **(2.000, 0.000)**

5. Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**

- (A) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (C) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (D) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (F) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (G) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (H) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

6 V-F	
A	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>
G	<input type="radio"/>
H	<input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

2. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

3. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

5. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal

forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
2. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (C) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (E) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (F) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (G) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
6. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

6 V-F	
A	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>
G	<input type="radio"/>
H	<input type="radio"/>

1. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

3. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

4. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha =$

$\{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (B) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (C) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (D) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (E) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
 Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

- 1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
  - (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
  - (C) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
  - (D) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
  - (E) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
  - (F) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
  - (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
  - (H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- 2.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
- 3.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
- 4.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
- 6.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (D) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

(E) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

(F) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

(G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

(H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

6. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (D) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

(E) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

(F) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

(G) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

(H) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

6. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

- 1.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . **(2.000, 0.000)**
- 2.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. **(1.500, 0.000)**
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . **(1.000, 0.000)**
- 4.** Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**
- (A) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (B) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (C) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (G) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (H) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- 5.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. **(1.500, 0.000)**
- 6.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (B) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (C) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (D) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (F) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .
- (G) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

2. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

3. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

- 1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
  - (B) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
  - (C) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
  - (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
  - (E) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
  - (F) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
  - (G) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .
  - (H) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- 2.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
- 4.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
- 5.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
- 6.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (B) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (C) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (E) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (F) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da

origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

- (G) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (H) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

5. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

6. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
- 2.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
- 3.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
- 4.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2 \theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2 \theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
- 5.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (D) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (E) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (F) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (G) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- 6.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

6 V-F		
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
G	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
H	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

3. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

5. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$

se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (B) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (C) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (D) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
2. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
3. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
  - (B) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
  - (C) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
  - (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
  - (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1,0)$  basta que  $b = 2a$ .
  - (F) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
  - (G) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
  - (H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
6. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
2. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
3. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (B) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (C) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (D) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (E) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (G) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1,0)$  basta que  $b = 2a$ .
5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
6. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (E) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (F) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (G) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .

(H) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

5. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

6. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5	F	5	5	5
6	G	6	6	6
7	H	7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (B) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (C) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (D) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (E) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (F) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (H) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
3. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
5. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (C) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (F) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo

entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

6. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	●	●	●	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5
0 ○ ○	A ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	B ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	C ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	D ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	E ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	F ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○	G ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○	H ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○		8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○		9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○

6
0 ○ ○
1 ○ ○
2 ○ ○
3 ○ ○
4 ○ ○
5 ○ ○
6 ○ ○
7 ○ ○
8 ○ ○
9 ○ ○

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (B) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

3. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F
0 ○○	0 ○○	0 ○○	0 ○○	A ○○
1 ○○	1 ○○	1 ○○	1 ○○	B ○○
2 ○○	2 ○○	2 ○○	2 ○○	C ○○
3 ○○	3 ○○	3 ○○	3 ○○	D ○○
4 ○○	4 ○○	4 ○○	4 ○○	E ○○
5 ○○	5 ○○	5 ○○	5 ○○	F ○○
6 ○○	6 ○○	6 ○○	6 ○○	G ○○
7 ○○	7 ○○	7 ○○	7 ○○	H ○○
8 ○○	8 ○○	8 ○○	8 ○○	
9 ○○	9 ○○	9 ○○	9 ○○	

6
0 ○○
1 ○○
2 ○○
3 ○○
4 ○○
5 ○○
6 ○○
7 ○○
8 ○○
9 ○○

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

2. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

3. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

(A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.

(B) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

(C) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

(D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

(E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

(F) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.

(G) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

(H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .
- (B) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (D) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (E) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (F) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (G) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

**2.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo

entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

**3.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

**4.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

**5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

**6.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (B) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (C) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (E) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .
- (F) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.

(H) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

3. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

6. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

6 V-F		
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
G	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
H	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

2. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

3. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha =$

$\{(v_1, (1, 1, -2), v_3\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (C) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (D) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (E) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (F) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (G) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
2. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (D) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (F) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
5. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (B) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (C) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (E) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (F) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (H) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.

**2.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo

entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

**3.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

**4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

**5.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

**6.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

2. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (B) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (C) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

- (F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	F
6	6	6	6	G
7	7	7	7	H
8	8	8	8	
9	9	9	9	

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

(A) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

(B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

(C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.

(D) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

(E) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.

(F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

(G) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

(H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

6. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5	F	5	5	5
6	G	6	6	6
7	H	7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (B) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (C) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (F) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (G) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
3. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
2. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
  - (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
  - (C) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
  - (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
  - (E) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
  - (F) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (G) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1,0)$  basta que  $b = 2a$ .
4. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
5. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

	●	●	●			●		●						
			●			●								
		●												

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5	F	5
6	6	6	G	6
7	7	7	H	7
8	8	8		8
9	9	9		9

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. **(1.500, 0.000)**

2. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . **(2.000, 0.000)**

3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . **(1.000, 0.000)**

4. Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (B) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles

determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

- (C) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (E) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (F) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

5. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. **(1.500, 0.000)**

6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . **(1.000, 0.000)**



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

6 V-F		
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
G	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
H	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

5. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal

forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (B) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (D) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (E) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (F) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5	F	5	5	5
6	G	6	6	6
7	H	7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (C) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (D) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (F) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

(H) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

3. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

5. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	G	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	H	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		

6	
0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>

- 1.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . **(2.000, 0.000)**
- 2.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . **(1.000, 0.000)**
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . **(1.000, 0.000)**
- 4.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. **(1.500, 0.000)**
- 5.** Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**
- (A) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (C) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (D) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (E) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (G) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- 6.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5
A	0	0	0	0
B	1	1	1	1
C	2	2	2	2
D	3	3	3	3
E	4	4	4	4
F	5	5	5	5
G	6	6	6	6
H	7	7	7	7
	8	8	8	8
	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	●	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (B) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (C) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (E) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

**2.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

**3.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

**4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

**5.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

**6.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5	F	5	5	5
6	G	6	6	6
7	H	7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. **(1.500, 0.000)**
- 2.** Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**
- (A) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (B) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (E) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .
- (F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (G) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (H) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . **(1.000, 0.000)**
- 4.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. **(1.500, 0.000)**
- 5.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . **(1.000, 0.000)**
- 6.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . **(2.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5	F	5	5	5
6	G	6	6	6
7	H	7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (B) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (C) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (G) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

(H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1,0)$  basta que  $b = 2a$ .

3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5
0 ○○	A ○○	0 ○○	0 ○○	0 ○○
1 ○○	B ○○	1 ○○	1 ○○	1 ○○
2 ○○	C ○○	2 ○○	2 ○○	2 ○○
3 ○○	D ○○	3 ○○	3 ○○	3 ○○
4 ○○	E ○○	4 ○○	4 ○○	4 ○○
5 ○○	F ○○	5 ○○	5 ○○	5 ○○
6 ○○	G ○○	6 ○○	6 ○○	6 ○○
7 ○○	H ○○	7 ○○	7 ○○	7 ○○
8 ○○		8 ○○	8 ○○	8 ○○
9 ○○		9 ○○	9 ○○	9 ○○

6
0 ○○
1 ○○
2 ○○
3 ○○
4 ○○
5 ○○
6 ○○
7 ○○
8 ○○
9 ○○

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (C) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (D) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (F) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (G) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

5. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

6. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (C) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (D) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (F) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .

- (G) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (H) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.

3. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

5. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (D) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

- (E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1,0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

6. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5	F	5	5	5
6	G	6	6	6
7	H	7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
  - (B) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
  - (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
  - (D) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
  - (E) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
  - (F) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
  - (G) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
  - (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
3. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
5. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5
0 ○○	0 ○○	0 ○○	A ○○	0 ○○
1 ○○	1 ○○	1 ○○	B ○○	1 ○○
2 ○○	2 ○○	2 ○○	C ○○	2 ○○
3 ○○	3 ○○	3 ○○	D ○○	3 ○○
4 ○○	4 ○○	4 ○○	E ○○	4 ○○
5 ○○	5 ○○	5 ○○	F ○○	5 ○○
6 ○○	6 ○○	6 ○○	G ○○	6 ○○
7 ○○	7 ○○	7 ○○	H ○○	7 ○○
8 ○○	8 ○○	8 ○○		8 ○○
9 ○○	9 ○○	9 ○○		9 ○○

6
0 ○○
1 ○○
2 ○○
3 ○○
4 ○○
5 ○○
6 ○○
7 ○○
8 ○○
9 ○○

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. **(1.500, 0.000)**

2. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . **(1.000, 0.000)**

3. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. **(1.500, 0.000)**

4. Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**

- (A) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (B) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .

(D) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .

(E) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

(F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.

(G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

(H) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.

5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . **(2.000, 0.000)**

6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	F	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	G	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	H	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		

6	
0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
2. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
3. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (B) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (C) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (D) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (E) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (H) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
6. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	○	●	○	●	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5
A ○○	0 ○○	0 ○○	0 ○○	0 ○○
B ○○	1 ○○	1 ○○	1 ○○	1 ○○
C ○○	2 ○○	2 ○○	2 ○○	2 ○○
D ○○	3 ○○	3 ○○	3 ○○	3 ○○
E ○○	4 ○○	4 ○○	4 ○○	4 ○○
F ○○	5 ○○	5 ○○	5 ○○	5 ○○
G ○○	6 ○○	6 ○○	6 ○○	6 ○○
H ○○	7 ○○	7 ○○	7 ○○	7 ○○
	8 ○○	8 ○○	8 ○○	8 ○○
	9 ○○	9 ○○	9 ○○	9 ○○

6
0 ○○
1 ○○
2 ○○
3 ○○
4 ○○
5 ○○
6 ○○
7 ○○
8 ○○
9 ○○

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (B) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (C) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (E) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .
- (F) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

**2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v =$

$(5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

**3.** Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

**4.** Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

**5.** Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

**6.** Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (B) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .
- (C) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (F) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (G) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

(H) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

3. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

6. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (B) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (C) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (D) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (E) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (G) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .
- (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.

3. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

4. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

6. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F
0 ○○	0 ○○	0 ○○	0 ○○	A ○○
1 ○○	1 ○○	1 ○○	1 ○○	B ○○
2 ○○	2 ○○	2 ○○	2 ○○	C ○○
3 ○○	3 ○○	3 ○○	3 ○○	D ○○
4 ○○	4 ○○	4 ○○	4 ○○	E ○○
5 ○○	5 ○○	5 ○○	5 ○○	F ○○
6 ○○	6 ○○	6 ○○	6 ○○	G ○○
7 ○○	7 ○○	7 ○○	7 ○○	H ○○
8 ○○	8 ○○	8 ○○	8 ○○	
9 ○○	9 ○○	9 ○○	9 ○○	

6
0 ○○
1 ○○
2 ○○
3 ○○
4 ○○
5 ○○
6 ○○
7 ○○
8 ○○
9 ○○

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)
2. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)
3. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)
4. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (B) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (D) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (F) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (G) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (H) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
6. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

2. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .
- (B) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (C) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (D) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.
- (E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

- (F) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (G) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (H) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1,0)$  basta que  $b = 2a$ .

4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

5. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5	F	5	5	5
6	G	6	6	6
7	H	7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (B) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (C) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (D) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (E) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.
- (F) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.
- (G) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

(H) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

5. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

6. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	F
6	6	6	6	G
7	7	7	7	H
8	8	8	8	
9	9	9	9	

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. **(1.500, 0.000)**

2. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. **(1.500, 0.000)**

3. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . **(1.000, 0.000)**

4. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gramm Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1-t)^2, 2t(1-t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1-t)^2, \frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . **(2.000, 0.000)**

5. Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**  
 (A) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.

(B) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i. 's distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i. 's.

(C) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

(D) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

(E) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1-t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t-1)(t-\frac{1}{5})$ , é  $[(1-t)^2, r(t)]$ .

(F) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1,0)$  basta que  $b = 2a$ .

(G) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.

(H) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.

6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1  
Quarto Exercício Escolar - 26/06/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Marque a soma dos autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . (1.000, 0.000)

2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. definido por  $\langle u, v \rangle = u^t G v$ , onde  $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Sejam  $\alpha = \{(v_1, (1, 1, -2), v_3)\}$  uma base ortogonal e  $v = (5, 10, -6)$  vetor tal que  $[v]_\alpha = [a \ b \ c]^t$ . Marque o valor de  $b$ . (1.000, 0.000)

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . Para o vetor  $(a, b)$  ser ortogonal ao vetor  $(1, 0)$  basta que  $b = 2a$ .
- (B) Com a escolha de um p.i. adequado podemos tornar qualquer base numa base ortonormal.
- (C) Considere os seguintes três elementos: duas bases e uma matriz inversível que é a matriz de mudança entre as bases. A escolha de dois deles determina o terceiro. Isto significa que, se a matriz é ortogonal e uma das bases não é ortonormal, então a outra base não pode ser ortonormal.
- (D) Considere um operador qualquer de  $V$ . Através de uma escolha adequada de p.i., podemos torná-lo um operador ortogonal.
- (E) Considere o  $\mathbb{R}^2$  e dois p.i.'s distintos. Dois vetores não podem ter a mesma norma nos dois p.i.'s.
- (F) Considere o quesito desta prova que trata do  $P_2$ . O complemento ortogonal de  $2t(1 - t)$ , assim como o de  $\frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5})$ , é  $[(1 - t)^2, r(t)]$ .

(G) Considere  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. arbitrário. Então pontos que estão a uma mesma distância da origem podem formar uma elipse bem alongada, a depender do p.i. escolhido.

(H) Considere  $V$  com p.i. arbitrário e um operador auto-adjunto de  $V$ . Se mudarmos o p.i. pode ser que o operador deixe de ser auto-adjunto.

4. Considere a matriz  $A$  do enunciado de outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de  $A$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.500, 0.000)

5. Considere  $P_2$  com o p.i. definido como:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Se for aplicado o processo de Gram-Schmidt à base de Bernstein:  $\{(1 - t)^2, 2t(1 - t), t^2\}$  resulta-se na base  $\{(1 - t)^2, \frac{-5}{2}(t - 1)(t - \frac{1}{5}), r(t)\}$ , onde  $r(t) \in P_2$ . Assinale  $r(1)$ . (2.000, 0.000)

6. Considere a matriz  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Referindo-se ao p.i. usual, considere  $\theta$  o menor ângulo entre um autovetor associado ao autovalor 1 e um autovetor associado ao autovalor -1. Marque  $\frac{9}{\cos^2\theta} + 5$  se  $B$  for diagonalizável, ou  $\frac{9}{\cos^2\theta} - 5$  caso contrário. (1.500, 0.000)