

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | A | 0 | 0 | A | 0 |
| 1 | B | 1 | 1 | B | 1 |
| 2 | C | 2 | 2 | C | 2 |
| 3 | D | 3 | 3 | D | 3 |
| 4 | E | 4 | 4 | E | 4 |
| 5 |   | 5 | 5 |   | 5 |
| 6 |   | 6 | 6 |   | 6 |
| 7 |   | 7 | 7 |   | 7 |
| 8 |   | 8 | 8 |   | 8 |
| 9 |   | 9 | 9 |   | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                       |                       |                       |                       |                       |                       |                       |                       |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> |

| 7 | 8 V-F |
|---|-------|
| 0 | A     |
| 1 | B     |
| 2 | C     |
| 3 | D     |
| 4 | E     |
| 5 |       |
| 6 |       |
| 7 |       |
| 8 |       |
| 9 |       |

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
2. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (C)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (D) Este operador não é diagonalizável.  
 (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
3. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  
 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
5. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (C)  $[(2, 1, 1)]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (E)  $[(1, 1, 2)]$
6. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
7. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
8. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (B) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (C) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
 Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2                     | 3                     | 4                     | 5                     | 6                       |
|---|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |                         |
| 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |                         |
| 7 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |                         |
| 8 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |                         |
| 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |                         |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                                  |                       |                       |                                  |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 V-F                   | 8                       |
|-------------------------|-------------------------|
| A <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> |
| B <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> |
| C <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> |
| D <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> |
| E <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> |

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)

2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)

3. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)

4. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)

5. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)

6. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)  
(A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$

- (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- (E) Este operador não é diagonalizável.

7. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)

- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.

8. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)

- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
- (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- (C)  $[(2, 1, 1)]$
- (D)  $[(1, 1, 2)]$
- (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
 Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| C | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| D | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| E | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
|   | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
|   | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
|   | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
|   | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
|   | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                       |                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                       |                                  |                       |
|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 | 8 V-F |
|---|-------|
| A | A     |
| B | B     |
| C | C     |
| D | D     |
| E | E     |

1. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (E) Este operador não é diagonalizável.
2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
3. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
4. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
5. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
7. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$
8. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (B) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (C) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2                     | 3                     | 4 | 5                     | 6                     |
|---|-----------------------|-----------------------|---|-----------------------|-----------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | A | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | B | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | C | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | D | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | E | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 7 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 8 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

### CONTROLE MIXNFIX

|                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                       |                                  |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 V-F | 8                     |
|-------|-----------------------|
| A     | <input type="radio"/> |
| B     | <input type="radio"/> |
| C     | <input type="radio"/> |
| D     | <input type="radio"/> |
| E     | <input type="radio"/> |

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
2. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gram-Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
4. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (D)  $[(2, 1, 1)]$   
 (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
5. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
6. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
7. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (D) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gram-Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
8. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (E) Este operador não é diagonalizável.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
 Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| C | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| D | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| E | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
|   | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
|   | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
|   | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
|   | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
|   | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ● | ● | ● | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 V-F | 8 |
|-------|---|
| A     | A |
| B     | B |
| C     | C |
| D     | D |
| E     | E |

1. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$
2. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
 O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
4. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
 Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
 Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
6. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
7. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (B) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (C) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
8. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (C)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (D) Este operador não é diagonalizável.  
 (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 | 2 V-F | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|-------|---|---|---|---|
| 0 | A     | A | 0 | A | 0 |
| 1 | B     | B | 1 | B | 1 |
| 2 | C     | C | 2 | C | 2 |
| 3 | D     | D | 3 | D | 3 |
| 4 | E     | E | 4 | E | 4 |
| 5 |       |   | 5 |   | 5 |
| 6 |       |   | 6 |   | 6 |
| 7 |       |   | 7 |   | 7 |
| 8 |       |   | 8 |   | 8 |
| 9 |       |   | 9 |   | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ● | ○ | ○ | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 | 8 |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | 4 |
| 5 | 5 |
| 6 | 6 |
| 7 | 7 |
| 8 | 8 |
| 9 | 9 |

- 1.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
 Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
 (1.111, -1.000)
- 2.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (B) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- 3.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (D) Este operador não é diagonalizável.
  - (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- 4.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 5.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(2, 1, 1)]$
  - (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (D)  $[(1, 1, 2)]$
  - (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- 6.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1     | 2   | 3     | 4   | 5 V-F | 6     |
|-------|-----|-------|-----|-------|-------|
| 0 ○ ○ | A ○ | 0 ○ ○ | A ○ | A ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 ○ ○ | B ○ | 1 ○ ○ | B ○ | B ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 ○ ○ | C ○ | 2 ○ ○ | C ○ | C ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 ○ ○ | D ○ | 3 ○ ○ | D ○ | D ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 ○ ○ | E ○ | 4 ○ ○ | E ○ | E ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 ○ ○ |     | 5 ○ ○ |     |       | 5 ○ ○ |
| 6 ○ ○ |     | 6 ○ ○ |     |       | 6 ○ ○ |
| 7 ○ ○ |     | 7 ○ ○ |     |       | 7 ○ ○ |
| 8 ○ ○ |     | 8 ○ ○ |     |       | 8 ○ ○ |
| 9 ○ ○ |     | 9 ○ ○ |     |       | 9 ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ○ | ● | ○ | ● | ● | ○ | ● | ○ |
| ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8     |
|-------|-------|
| 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
| 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
| 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
| 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
| 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

1. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
2. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A) Este operador não é diagonalizável.  
 (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (C)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
3. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
4. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (D)  $[(2, 1, 1)]$   
 (E)  $[(1, 1, 2)]$
5. Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
7. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

|   | 1 | 2 | 3 | 4 V-F | 5 | 6 |
|---|---|---|---|-------|---|---|
| A | 0 | 0 | 0 | A     | 0 | 0 |
| B | 1 | 1 | 1 | B     | 1 | 1 |
| C | 2 | 2 | 2 | C     | 2 | 2 |
| D | 3 | 3 | 3 | D     | 3 | 3 |
| E | 4 | 4 | 4 | E     | 4 | 4 |
|   | 5 | 5 |   |       | 5 | 5 |
|   | 6 | 6 |   |       | 6 | 6 |
|   | 7 | 7 |   |       | 7 | 7 |
|   | 8 | 8 |   |       | 8 | 8 |
|   | 9 | 9 |   |       | 9 | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                       |                                  |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

|   | 7 | 8 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | A |
| 1 | 1 | B |
| 2 | 2 | C |
| 3 | 3 | D |
| 4 | 4 | E |
| 5 |   |   |
| 6 |   |   |
| 7 |   |   |
| 8 |   |   |
| 9 |   |   |

1. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$
2. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_{\alpha} = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
3. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
4. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^{\perp}$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  
 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
7. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
8. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (C) Este operador não é diagonalizável.  
 (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
 Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

| 1 V-F | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------|---|---|---|---|---|
| A     | A | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B     | B | 1 | 1 | 1 | 1 |
| C     | C | 2 | 2 | 2 | 2 |
| D     | D | 3 | 3 | 3 | 3 |
| E     | E | 4 | 4 | 4 | 4 |
|       |   | 5 | 5 | 5 | 5 |
|       |   | 6 | 6 | 6 | 6 |
|       |   | 7 | 7 | 7 | 7 |
|       |   | 8 | 8 | 8 | 8 |
|       |   | 9 | 9 | 9 | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                       |                       |                       |                                  |                       |                                  |                                  |                                  |                       |
|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 | 8 |
|---|---|
| A | 0 |
| B | 1 |
| C | 2 |
| D | 3 |
| E | 4 |
|   | 5 |
|   | 6 |
|   | 7 |
|   | 8 |
|   | 9 |

- 1.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (B) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (C) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (D) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- 2.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) Este operador não é diagonalizável.
  - (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- 3.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 4.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 7.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$
  - (B)  $[(2, 1, 1)]$
  - (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- 8.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| C | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| D | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| E | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
|   | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
|   | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
|   | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
|   | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
|   | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                       |                       |                                  |                                  |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 V-F | 8 |
|-------|---|
| A     | A |
| B     | B |
| C     | C |
| D     | D |
| E     | E |

- 1.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (C)  $[(2, 1, 1)]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (E)  $[(1, 1, 2)]$
- 2.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_{\alpha} = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 3.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 5.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  
 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 7.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (B) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^{\perp}$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- 8.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (C) Este operador não é diagonalizável.  
 (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2 V-F | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|-------|---|---|---|---|
| 0 | A     | 0 | A | 0 | 0 |
| 1 | B     | 1 | B | 1 | 1 |
| 2 | C     | 2 | C | 2 | 2 |
| 3 | D     | 3 | D | 3 | 3 |
| 4 | E     | 4 | E | 4 | 4 |
| 5 |       | 5 |   | 5 | 5 |
| 6 |       | 6 |   | 6 | 6 |
| 7 |       | 7 |   | 7 | 7 |
| 8 |       | 8 |   | 8 | 8 |
| 9 |       | 9 |   | 9 | 9 |

### CONTROLE MIXNFIX

|                       |                       |                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                                  |                                  |                       |
|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 | 8 |
|---|---|
| A | 0 |
| B | 1 |
| C | 2 |
| D | 3 |
| E | 4 |
|   | 5 |
|   | 6 |
|   | 7 |
|   | 8 |
|   | 9 |

1. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
 Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
 (1.111, -1.000)
2. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (C) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (D) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
3. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
. O produto de seus autovalores é:  
 (1.111, -1.000)
4. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
. Então: (1.111, -1.000)
- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (C)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (E) Este operador não é diagonalizável.
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
. Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
7. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (C)  $[(2, 1, 1)]$
  - (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (E)  $[(1, 1, 2)]$
8. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$
. A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1     | 2   | 3     | 4 V-F | 5     | 6   |
|-------|-----|-------|-------|-------|-----|
| 0 ○ ○ | A ○ | 0 ○ ○ | A ○ ○ | 0 ○ ○ | A ○ |
| 1 ○ ○ | B ○ | 1 ○ ○ | B ○ ○ | 1 ○ ○ | B ○ |
| 2 ○ ○ | C ○ | 2 ○ ○ | C ○ ○ | 2 ○ ○ | C ○ |
| 3 ○ ○ | D ○ | 3 ○ ○ | D ○ ○ | 3 ○ ○ | D ○ |
| 4 ○ ○ | E ○ | 4 ○ ○ | E ○ ○ | 4 ○ ○ | E ○ |
| 5 ○ ○ |     | 5 ○ ○ |       | 5 ○ ○ |     |
| 6 ○ ○ |     | 6 ○ ○ |       | 6 ○ ○ |     |
| 7 ○ ○ |     | 7 ○ ○ |       | 7 ○ ○ |     |
| 8 ○ ○ |     | 8 ○ ○ |       | 8 ○ ○ |     |
| 9 ○ ○ |     | 9 ○ ○ |       | 9 ○ ○ |     |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8     |
|-------|-------|
| 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
| 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
| 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
| 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
| 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

1. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_{\alpha} = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
2. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (B) Este operador não é diagonalizável.  
 (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
4. Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^{\perp}$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ : **(1.111, -1.000)**
6. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(2, 1, 1)]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
7. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**
8. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
 Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | ○ | A | 0 | ○ |
| B | 1 | ○ | B | 1 | ○ |
| C | 2 | ○ | C | 2 | ○ |
| D | 3 | ○ | D | 3 | ○ |
| E | 4 | ○ | E | 4 | ○ |
|   | 5 | ○ |   | 5 | ○ |
|   | 6 | ○ |   | 6 | ○ |
|   | 7 | ○ |   | 7 | ○ |
|   | 8 | ○ |   | 8 | ○ |
|   | 9 | ○ |   | 9 | ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ● | ○ | ● | ● | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 V-F | 8 |   |
|-------|---|---|
| A     | 0 | ○ |
| B     | 1 | ○ |
| C     | 2 | ○ |
| D     | 3 | ○ |
| E     | 4 | ○ |
|       | 5 | ○ |
|       | 6 | ○ |
|       | 7 | ○ |
|       | 8 | ○ |
|       | 9 | ○ |

1. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$
2. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
 O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
3. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) Este operador não é diagonalizável.  
 (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
5. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
7. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
8. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1     | 2   | 3 V-F | 4     | 5   | 6     |
|-------|-----|-------|-------|-----|-------|
| 0 ○ ○ | A ○ | A ○ ○ | 0 ○ ○ | A ○ | 0 ○ ○ |
| 1 ○ ○ | B ○ | B ○ ○ | 1 ○ ○ | B ○ | 1 ○ ○ |
| 2 ○ ○ | C ○ | C ○ ○ | 2 ○ ○ | C ○ | 2 ○ ○ |
| 3 ○ ○ | D ○ | D ○ ○ | 3 ○ ○ | D ○ | 3 ○ ○ |
| 4 ○ ○ | E ○ | E ○ ○ | 4 ○ ○ | E ○ | 4 ○ ○ |
| 5 ○ ○ |     |       | 5 ○ ○ |     | 5 ○ ○ |
| 6 ○ ○ |     |       | 6 ○ ○ |     | 6 ○ ○ |
| 7 ○ ○ |     |       | 7 ○ ○ |     | 7 ○ ○ |
| 8 ○ ○ |     |       | 8 ○ ○ |     | 8 ○ ○ |
| 9 ○ ○ |     |       | 9 ○ ○ |     | 9 ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ● | ● | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8     |
|-------|-------|
| 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
| 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
| 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
| 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
| 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
- 2.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$
- 3.** Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- 4.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
- 5.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A) Este operador não é diagonalizável.  
 (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**
- 7.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
- 8.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 V-F | 2     | 3   | 4     | 5     | 6     |
|-------|-------|-----|-------|-------|-------|
| A ○ ○ | 0 ○ ○ | A ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| B ○ ○ | 1 ○ ○ | B ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| C ○ ○ | 2 ○ ○ | C ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| D ○ ○ | 3 ○ ○ | D ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| E ○ ○ | 4 ○ ○ | E ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
|       | 5 ○ ○ |     | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
|       | 6 ○ ○ |     | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
|       | 7 ○ ○ |     | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
|       | 8 ○ ○ |     | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
|       | 9 ○ ○ |     | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ● | ● | ● | ○ | ● | ○ | ○ |
| ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8   |
|-------|-----|
| 0 ○ ○ | A ○ |
| 1 ○ ○ | B ○ |
| 2 ○ ○ | C ○ |
| 3 ○ ○ | D ○ |
| 4 ○ ○ | E ○ |
| 5 ○ ○ |     |
| 6 ○ ○ |     |
| 7 ○ ○ |     |
| 8 ○ ○ |     |
| 9 ○ ○ |     |

- 1.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 3.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- (C)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- (E) Este operador não é diagonalizável.
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 5.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 6.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 7.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 8.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- (C)  $[(1, 1, 2)]$
- (D)  $[(2, 1, 1)]$
- (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

|   | 1 | 2     | 3     | 4 | 5 V-F | 6     |
|---|---|-------|-------|---|-------|-------|
| A | ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | A | A ○ ○ | 0 ○ ○ |
| B | ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | B | B ○ ○ | 1 ○ ○ |
| C | ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | C | C ○ ○ | 2 ○ ○ |
| D | ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | D | D ○ ○ | 3 ○ ○ |
| E | ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | E | E ○ ○ | 4 ○ ○ |
|   |   | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |   |       | 5 ○ ○ |
|   |   | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |   |       | 6 ○ ○ |
|   |   | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |   |       | 7 ○ ○ |
|   |   | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |   |       | 8 ○ ○ |
|   |   | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |   |       | 9 ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ● | ● | ● | ● | ● | ● | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

|   | 7   | 8     |
|---|-----|-------|
| 0 | ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 | ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 | ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 | ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 | ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 | ○ ○ | 5 ○ ○ |
| 6 | ○ ○ | 6 ○ ○ |
| 7 | ○ ○ | 7 ○ ○ |
| 8 | ○ ○ | 8 ○ ○ |
| 9 | ○ ○ | 9 ○ ○ |

1. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)

- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- (C)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- (E) Este operador não é diagonalizável.

2. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)

3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)

4. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)

- (A)  $[(1, 1, 2)]$
- (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- (D)  $[(2, 1, 1)]$
- (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$

5. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)

- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.

6. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)

7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)

8. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
 Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 V-F | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------|---|---|---|---|---|
| A     | 0 | 0 | 0 | A | 0 |
| B     | 1 | 1 | 1 | B | 1 |
| C     | 2 | 2 | 2 | C | 2 |
| D     | 3 | 3 | 3 | D | 3 |
| E     | 4 | 4 | 4 | E | 4 |
|       | 5 | 5 | 5 |   | 5 |
|       | 6 | 6 | 6 |   | 6 |
|       | 7 | 7 | 7 |   | 7 |
|       | 8 | 8 | 8 |   | 8 |
|       | 9 | 9 | 9 |   | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ● | ● |
| ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 | 8 |
|---|---|
| A | 0 |
| B | 1 |
| C | 2 |
| D | 3 |
| E | 4 |
|   | 5 |
|   | 6 |
|   | 7 |
|   | 8 |
|   | 9 |

- 1.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (C) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 3.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 4.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 5.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (B)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (D)  $[(2, 1, 1)]$
  - (E)  $[(1, 1, 2)]$
- 6.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 7.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (C)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (E) Este operador não é diagonalizável.
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1     | 2   | 3     | 4     | 5   | 6 V-F |
|-------|-----|-------|-------|-----|-------|
| 0 ○ ○ | A ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | A ○ | A ○ ○ |
| 1 ○ ○ | B ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | B ○ | B ○ ○ |
| 2 ○ ○ | C ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | C ○ | C ○ ○ |
| 3 ○ ○ | D ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | D ○ | D ○ ○ |
| 4 ○ ○ | E ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | E ○ | E ○ ○ |
| 5 ○ ○ |     | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |     |       |
| 6 ○ ○ |     | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |     |       |
| 7 ○ ○ |     | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |     |       |
| 8 ○ ○ |     | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |     |       |
| 9 ○ ○ |     | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |     |       |

### CONTROLE MIXNFIX

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ● |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ● | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8     |
|-------|-------|
| 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
| 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
| 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
| 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
| 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

1. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**

2. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**

- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
- (B)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- (C)  $[(1, 1, 2)]$
- (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- (E)  $[(2, 1, 1)]$

3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**

4. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**

5. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**

- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- (B)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (D) Este operador não é diagonalizável.
- (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$

6. Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**

- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.

7. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**

8. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-1)$ . **(1.111, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2                     | 3 | 4                     | 5 | 6                     |                       |   |                       |
|---|-----------------------|---|-----------------------|---|-----------------------|-----------------------|---|-----------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | A | <input type="radio"/> | 0 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | A | <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | B | <input type="radio"/> | 1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | B | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | C | <input type="radio"/> | 2 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | C | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | D | <input type="radio"/> | 3 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | D | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | E | <input type="radio"/> | 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | E | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> |   |                       | 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   |                       |
| 6 | <input type="radio"/> |   |                       | 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   |                       |
| 7 | <input type="radio"/> |   |                       | 7 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   |                       |
| 8 | <input type="radio"/> |   |                       | 8 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   |                       |
| 9 | <input type="radio"/> |   |                       | 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   |                       |

### CONTROLE MIXNFIX

|                                  |                       |                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                       |                       |                                  |
|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |

| 7 | 8 V-F                 |   |                       |                       |
|---|-----------------------|---|-----------------------|-----------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | A | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | B | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | C | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | D | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | E | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> |   |                       |                       |
| 6 | <input type="radio"/> |   |                       |                       |
| 7 | <input type="radio"/> |   |                       |                       |
| 8 | <input type="radio"/> |   |                       |                       |
| 9 | <input type="radio"/> |   |                       |                       |

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
2. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$
3. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_{\alpha} = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
4. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
5. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
6. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) Este operador não é diagonalizável.  
 (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (C)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
7. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gram-Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
8. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gram-Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (B) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (C) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^{\perp}$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |                       |                       |
|---|---|-----------------------|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

| 1                       | 2                       | 3 V-F                   | 4                       | 5                       | 6                       |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| A <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> |
| B <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> |
| C <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> |
| D <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> |
| E <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> |
|                         |                         |                         | 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> |
|                         |                         |                         | 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> |
|                         |                         |                         | 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> |
|                         |                         |                         | 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> |
|                         |                         |                         | 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                       |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                       |                       |                                  |                                  |
|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |

| 7                       | 8                       |
|-------------------------|-------------------------|
| 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> |
| 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> |
| 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> |
| 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> |
| 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> |
| 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> |
| 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> |
| 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> |
| 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> |
| 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> |

1. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)

- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- (B) Este operador não é diagonalizável.
- (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$

2. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)

- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
- (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- (C)  $[(1, 1, 2)]$
- (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- (E)  $[(2, 1, 1)]$

3. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)

- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.

(D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .

(E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.

4. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)

5. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)

6. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)

7. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)

8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 V-F | 2     | 3   | 4     | 5     | 6     |
|-------|-------|-----|-------|-------|-------|
| A ○ ○ | 0 ○ ○ | A ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| B ○ ○ | 1 ○ ○ | B ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| C ○ ○ | 2 ○ ○ | C ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| D ○ ○ | 3 ○ ○ | D ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| E ○ ○ | 4 ○ ○ | E ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
|       | 5 ○ ○ |     | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
|       | 6 ○ ○ |     | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
|       | 7 ○ ○ |     | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
|       | 8 ○ ○ |     | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
|       | 9 ○ ○ |     | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ● |
| ○ | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8   |
|-------|-----|
| 0 ○ ○ | A ○ |
| 1 ○ ○ | B ○ |
| 2 ○ ○ | C ○ |
| 3 ○ ○ | D ○ |
| 4 ○ ○ | E ○ |
| 5 ○ ○ |     |
| 6 ○ ○ |     |
| 7 ○ ○ |     |
| 8 ○ ○ |     |
| 9 ○ ○ |     |

- 1.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (B) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- 2.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
. O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 3.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (B)  $[(2, 1, 1)]$
  - (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (E)  $[(1, 1, 2)]$
- 4.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 5.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 8.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) Este operador não é diagonalizável.
  - (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (D) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2 V-F | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|-------|---|---|---|---|
| 0 | A     | 0 | 0 | 0 | A |
| 1 | B     | 1 | 1 | 1 | B |
| 2 | C     | 2 | 2 | 2 | C |
| 3 | D     | 3 | 3 | 3 | D |
| 4 | E     | 4 | 4 | 4 | E |
| 5 |       | 5 | 5 | 5 |   |
| 6 |       | 6 | 6 | 6 |   |
| 7 |       | 7 | 7 | 7 |   |
| 8 |       | 8 | 8 | 8 |   |
| 9 |       | 9 | 9 | 9 |   |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |

| 7 | 8 |
|---|---|
| A | 0 |
| B | 1 |
| C | 2 |
| D | 3 |
| E | 4 |
|   | 5 |
|   | 6 |
|   | 7 |
|   | 8 |
|   | 9 |

- 1.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
 Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
 (1.111, -1.000)
- 2.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- 3.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é:  
 (0.000, 0.000)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ .  
 (1.111, -1.000)
- 5.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é:  
 (1.111, -1.000)
- 6.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (D)  $[(2, 1, 1)]$   
 (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- 7.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (D) Este operador não é diagonalizável.  
 (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  
 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em:  
 (1.667, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 V-F | 6 |
|---|---|---|---|---|-------|---|
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | A     | 0 |
| B | 1 | 1 | 1 | 1 | B     | 1 |
| C | 2 | 2 | 2 | 2 | C     | 2 |
| D | 3 | 3 | 3 | 3 | D     | 3 |
| E | 4 | 4 | 4 | 4 | E     | 4 |
|   | 5 | 5 | 5 |   |       | 5 |
|   | 6 | 6 | 6 |   |       | 6 |
|   | 7 | 7 | 7 |   |       | 7 |
|   | 8 | 8 | 8 |   |       | 8 |
|   | 9 | 9 | 9 |   |       | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                       |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |

| 7 | 8 |
|---|---|
| 0 | A |
| 1 | B |
| 2 | C |
| 3 | D |
| 4 | E |
| 5 |   |
| 6 |   |
| 7 |   |
| 8 |   |
| 9 |   |

1. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(2, 1, 1)]$
  - (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (D)  $[(1, 1, 2)]$
  - (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
2. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_{\alpha} = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
3. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
5. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^{\perp}$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
7. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
8. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (C) Este operador não é diagonalizável.
  - (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 0 | A | 0 | 0 | 0 |
| B | 1 | 1 | B | 1 | 1 | 1 |
| C | 2 | 2 | C | 2 | 2 | 2 |
| D | 3 | 3 | D | 3 | 3 | 3 |
| E | 4 | 4 | E | 4 | 4 | 4 |
|   | 5 | 5 |   | 5 | 5 | 5 |
|   | 6 | 6 |   | 6 | 6 | 6 |
|   | 7 | 7 |   | 7 | 7 | 7 |
|   | 8 | 8 |   | 8 | 8 | 8 |
|   | 9 | 9 |   | 9 | 9 | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            |

|   | 7 V-F | 8 |
|---|-------|---|
| A | 0     | 0 |
| B | 1     | 1 |
| C | 2     | 2 |
| D | 3     | 3 |
| E | 4     | 4 |
|   | 5     | 5 |
|   | 6     | 6 |
|   | 7     | 7 |
|   | 8     | 8 |
|   | 9     | 9 |

1. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
3. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) Este operador não é diagonalizável.  
 (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
4. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
6. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
7. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
8. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
 Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 V-F |
|---|---|---|---|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | A     |
| 1 | 1 | 1 | 1 | B     |
| 2 | 2 | 2 | 2 | C     |
| 3 | 3 | 3 | 3 | D     |
| 4 | 4 | 4 | 4 | E     |
| 5 | 5 | 5 | 5 |       |
| 6 | 6 | 6 | 6 |       |
| 7 | 7 | 7 | 7 |       |
| 8 | 8 | 8 | 8 |       |
| 9 | 9 | 9 | 9 |       |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                       |                                  |                       |                                  |                       |                                  |                       |                                  |                       |
|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|
| 0 | A | A |
| 1 | B | B |
| 2 | C | C |
| 3 | D | D |
| 4 | E | E |
| 5 |   |   |
| 6 |   |   |
| 7 |   |   |
| 8 |   |   |
| 9 |   |   |

1. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
2. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1,2), (-1,2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2,8), (8,4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**
5. Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
6. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**
7. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1,1,2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(2,1,1)]$
  - (B)  $[(1,1,-1), (0,2,-1)]$
  - (C)  $[(1,0, -\frac{1}{2})]$
  - (D)  $[(1,0, -\frac{1}{2}), (2,1,1)]$
  - (E)  $[(1,1,2)]$
8. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (B)  $V_2 = [(1,0,0), (0,1,4)]$
  - (C) Este operador não é diagonalizável.
  - (D)  $V_6 = [(1,-1,0), (0,0,1)]$
  - (E)  $V_2 = [(0,4,-1)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2                     | 3 V-F | 4                     | 5 | 6                     |
|---|-----------------------|-------|-----------------------|---|-----------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | A     | <input type="radio"/> | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | B     | <input type="radio"/> | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | C     | <input type="radio"/> | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | D     | <input type="radio"/> | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | E     | <input type="radio"/> | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> |       |                       | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | <input type="radio"/> |       |                       | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | <input type="radio"/> |       |                       | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | <input type="radio"/> |       |                       | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | <input type="radio"/> |       |                       | 9 | <input type="radio"/> |

### CONTROLE MIXNFIX

|                       |                                  |                                  |                       |                                  |                       |                                  |                                  |                       |                                  |
|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |

| 7 | 8 |                       |
|---|---|-----------------------|
| A | 0 | <input type="radio"/> |
| B | 1 | <input type="radio"/> |
| C | 2 | <input type="radio"/> |
| D | 3 | <input type="radio"/> |
| E | 4 | <input type="radio"/> |
|   | 5 | <input type="radio"/> |
|   | 6 | <input type="radio"/> |
|   | 7 | <input type="radio"/> |
|   | 8 | <input type="radio"/> |
|   | 9 | <input type="radio"/> |

1. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
3. Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
4. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(2, 1, 1)]$
  - (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (C)  $[(1, 1, 2)]$
  - (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
5. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
6. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**
7. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (D) Este operador não é diagonalizável.
  - (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | ○ | 0 | ○ | ○ | 0 | ○ | ○ | ○ |   |   |
| B | ○ | 1 | ○ | ○ | 1 | ○ | ○ | 1 | ○ | ○ |
| C | ○ | 2 | ○ | ○ | 2 | ○ | ○ | 2 | ○ | ○ |
| D | ○ | 3 | ○ | ○ | 3 | ○ | ○ | 3 | ○ | ○ |
| E | ○ | 4 | ○ | ○ | 4 | ○ | ○ | 4 | ○ | ○ |
|   |   | 5 | ○ | ○ | 5 | ○ | ○ | 5 | ○ | ○ |
|   |   | 6 | ○ | ○ | 6 | ○ | ○ | 6 | ○ | ○ |
|   |   | 7 | ○ | ○ | 7 | ○ | ○ | 7 | ○ | ○ |
|   |   | 8 | ○ | ○ | 8 | ○ | ○ | 8 | ○ | ○ |
|   |   | 9 | ○ | ○ | 9 | ○ | ○ | 9 | ○ | ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ● | ● |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ○ |
| ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

|   | 7 V-F | 8 |   |   |   |
|---|-------|---|---|---|---|
| A | ○     | ○ | 0 | ○ | ○ |
| B | ○     | ○ | 1 | ○ | ○ |
| C | ○     | ○ | 2 | ○ | ○ |
| D | ○     | ○ | 3 | ○ | ○ |
| E | ○     | ○ | 4 | ○ | ○ |
|   |       |   | 5 | ○ | ○ |
|   |       |   | 6 | ○ | ○ |
|   |       |   | 7 | ○ | ○ |
|   |       |   | 8 | ○ | ○ |
|   |       |   | 9 | ○ | ○ |

- 1.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (E) Este operador não é diagonalizável.
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 3.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 4.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(2, 1, 1)]$   
 (C)  $[(1, 1, 2)]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- 5.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 7.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- 8.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2 V-F | 3                     | 4 | 5                     | 6 |
|---|-------|-----------------------|---|-----------------------|---|
| A | A     | <input type="radio"/> | 0 | <input type="radio"/> | A |
| B | B     | <input type="radio"/> | 1 | <input type="radio"/> | B |
| C | C     | <input type="radio"/> | 2 | <input type="radio"/> | C |
| D | D     | <input type="radio"/> | 3 | <input type="radio"/> | D |
| E | E     | <input type="radio"/> | 4 | <input type="radio"/> | E |
|   |       | 5                     | 5 | 5                     |   |
|   |       | 6                     | 6 | 6                     |   |
|   |       | 7                     | 7 | 7                     |   |
|   |       | 8                     | 8 | 8                     |   |
|   |       | 9                     | 9 | 9                     |   |

### CONTROLE MIXNFIX

|                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                                  |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |

| 7 | 8                     |   |                       |
|---|-----------------------|---|-----------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | <input type="radio"/> | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | <input type="radio"/> | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | <input type="radio"/> | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | <input type="radio"/> | 9 | <input type="radio"/> |

- 1.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$
- 2.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (B) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- 3.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 4.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 6.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (B)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (E) Este operador não é diagonalizável.
- 7.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1   | 2     | 3 V-F | 4     | 5     | 6     |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|
| A ○ | 0 ○ ○ | A ○ ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| B ○ | 1 ○ ○ | B ○ ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| C ○ | 2 ○ ○ | C ○ ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| D ○ | 3 ○ ○ | D ○ ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| E ○ | 4 ○ ○ | E ○ ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
|     | 5 ○ ○ |       | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
|     | 6 ○ ○ |       | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
|     | 7 ○ ○ |       | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
|     | 8 ○ ○ |       | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
|     | 9 ○ ○ |       | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ● | ● | ○ | ● |
| ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8   |
|-------|-----|
| 0 ○ ○ | A ○ |
| 1 ○ ○ | B ○ |
| 2 ○ ○ | C ○ |
| 3 ○ ○ | D ○ |
| 4 ○ ○ | E ○ |
| 5 ○ ○ |     |
| 6 ○ ○ |     |
| 7 ○ ○ |     |
| 8 ○ ○ |     |
| 9 ○ ○ |     |

1. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$
2. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
 O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
3. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (B) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
 Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
6. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
 Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
7. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
8. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (C)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (E) Este operador não é diagonalizável.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 | 2   | 3 | 4   | 5 V-F | 6   |   |     |
|---|-----|---|-----|-------|-----|---|-----|
| 0 | ○ ○ | 0 | ○ ○ | A     | ○ ○ | A | ○ ○ |
| 1 | ○ ○ | 1 | ○ ○ | B     | ○ ○ | B | ○ ○ |
| 2 | ○ ○ | 2 | ○ ○ | C     | ○ ○ | C | ○ ○ |
| 3 | ○ ○ | 3 | ○ ○ | D     | ○ ○ | D | ○ ○ |
| 4 | ○ ○ | 4 | ○ ○ | E     | ○ ○ | E | ○ ○ |
| 5 | ○ ○ |   | 5   | ○ ○   |     |   |     |
| 6 | ○ ○ |   | 6   | ○ ○   |     |   |     |
| 7 | ○ ○ |   | 7   | ○ ○   |     |   |     |
| 8 | ○ ○ |   | 8   | ○ ○   |     |   |     |
| 9 | ○ ○ |   | 9   | ○ ○   |     |   |     |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ● | ● | ○ | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ● |
| ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 | 8   |   |     |
|---|-----|---|-----|
| 0 | ○ ○ | 0 | ○ ○ |
| 1 | ○ ○ | 1 | ○ ○ |
| 2 | ○ ○ | 2 | ○ ○ |
| 3 | ○ ○ | 3 | ○ ○ |
| 4 | ○ ○ | 4 | ○ ○ |
| 5 | ○ ○ | 5 | ○ ○ |
| 6 | ○ ○ | 6 | ○ ○ |
| 7 | ○ ○ | 7 | ○ ○ |
| 8 | ○ ○ | 8 | ○ ○ |
| 9 | ○ ○ | 9 | ○ ○ |

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
2. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
3. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(1, 1, 2)]$
  - (B)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (E)  $[(2, 1, 1)]$
4. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
5. Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (B) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
6. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A) Este operador não é diagonalizável.
  - (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**
8. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

| 1 V-F | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------|---|---|---|---|---|
| A     | 0 | A | 0 | 0 | 0 |
| B     | 1 | B | 1 | 1 | 1 |
| C     | 2 | C | 2 | 2 | 2 |
| D     | 3 | D | 3 | 3 | 3 |
| E     | 4 | E | 4 | 4 | 4 |
|       | 5 |   | 5 | 5 | 5 |
|       | 6 |   | 6 | 6 | 6 |
|       | 7 |   | 7 | 7 | 7 |
|       | 8 |   | 8 | 8 | 8 |
|       | 9 |   | 9 | 9 | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                       |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |
|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |

| 7 | 8 |
|---|---|
| A | 0 |
| B | 1 |
| C | 2 |
| D | 3 |
| E | 4 |
|   | 5 |
|   | 6 |
|   | 7 |
|   | 8 |
|   | 9 |

- 1.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (B) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- 2.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 3.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (C)  $[(2, 1, 1)]$
  - (D)  $[(1, 1, 2)]$
  - (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 5.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 6.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 7.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) Este operador não é diagonalizável.
  - (B)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 | 2   | 3 | 4   | 5 V-F | 6   |
|---|-----|---|-----|-------|-----|
| 0 | ○ ○ | A | ○ ○ | A     | ○ ○ |
| 1 | ○ ○ | B | ○ ○ | B     | ○ ○ |
| 2 | ○ ○ | C | ○ ○ | C     | ○ ○ |
| 3 | ○ ○ | D | ○ ○ | D     | ○ ○ |
| 4 | ○ ○ | E | ○ ○ | E     | ○ ○ |
| 5 | ○ ○ |   | ○ ○ |       | ○ ○ |
| 6 | ○ ○ |   | ○ ○ |       | ○ ○ |
| 7 | ○ ○ |   | ○ ○ |       | ○ ○ |
| 8 | ○ ○ |   | ○ ○ |       | ○ ○ |
| 9 | ○ ○ |   | ○ ○ |       | ○ ○ |

### CONTROLE MIXNFIX

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ● | ○ | ● | ● | ● | ○ | ● | ● | ● |
| ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 | 8   |
|---|-----|
| A | ○ ○ |
| B | ○ ○ |
| C | ○ ○ |
| D | ○ ○ |
| E | ○ ○ |
|   | ○ ○ |
|   | ○ ○ |
|   | ○ ○ |
|   | ○ ○ |
|   | ○ ○ |

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
2. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
3. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (B) Este operador não é diagonalizável.  
 (C)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
4. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
5. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
7. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
8. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 V-F | 2     | 3   | 4     | 5     | 6     |
|-------|-------|-----|-------|-------|-------|
| A ○ ○ | 0 ○ ○ | A ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| B ○ ○ | 1 ○ ○ | B ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| C ○ ○ | 2 ○ ○ | C ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| D ○ ○ | 3 ○ ○ | D ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| E ○ ○ | 4 ○ ○ | E ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
|       | 5 ○ ○ |     | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
|       | 6 ○ ○ |     | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
|       | 7 ○ ○ |     | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
|       | 8 ○ ○ |     | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
|       | 9 ○ ○ |     | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7   | 8     |
|-----|-------|
| A ○ | 0 ○ ○ |
| B ○ | 1 ○ ○ |
| C ○ | 2 ○ ○ |
| D ○ | 3 ○ ○ |
| E ○ | 4 ○ ○ |
|     | 5 ○ ○ |
|     | 6 ○ ○ |
|     | 7 ○ ○ |
|     | 8 ○ ○ |
|     | 9 ○ ○ |

- 1.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (B) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- 2.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 3.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- (B)  $[(2, 1, 1)]$
- (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
- (D)  $[(1, 1, 2)]$
- (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- 4.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 5.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  
 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 7.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (C) Este operador não é diagonalizável.
- (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2 V-F | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|-------|---|---|---|---|
| 0 | A     | 0 | 0 | A | 0 |
| 1 | B     | 1 | 1 | B | 1 |
| 2 | C     | 2 | 2 | C | 2 |
| 3 | D     | 3 | 3 | D | 3 |
| 4 | E     | 4 | 4 | E | 4 |
| 5 |       | 5 | 5 |   | 5 |
| 6 |       | 6 | 6 |   | 6 |
| 7 |       | 7 | 7 |   | 7 |
| 8 |       | 8 | 8 |   | 8 |
| 9 |       | 9 | 9 |   | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                       |                                  |                                  |                       |                                  |                       |                                  |                       |                                  |                       |
|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 | 8 |
|---|---|
| A | 0 |
| B | 1 |
| C | 2 |
| D | 3 |
| E | 4 |
|   | 5 |
|   | 6 |
|   | 7 |
|   | 8 |
|   | 9 |

- 1.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
- 2.** Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- 3.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projecção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
- 5.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A) Este operador não é diagonalizável.
- (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (C)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- 6.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**
- 7.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(1,1,-1), (0,2,-1)]$
- (B)  $[(1,1,2)]$
- (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
- (D)  $[(2,1,1)]$
- (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1   | 2     | 3   | 4 V-F | 5     | 6     |
|-----|-------|-----|-------|-------|-------|
| A ○ | 0 ○ ○ | A ○ | A ○ ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| B ○ | 1 ○ ○ | B ○ | B ○ ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| C ○ | 2 ○ ○ | C ○ | C ○ ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| D ○ | 3 ○ ○ | D ○ | D ○ ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| E ○ | 4 ○ ○ | E ○ | E ○ ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
|     | 5 ○ ○ |     |       | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
|     | 6 ○ ○ |     |       | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
|     | 7 ○ ○ |     |       | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
|     | 8 ○ ○ |     |       | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
|     | 9 ○ ○ |     |       | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8     |
|-------|-------|
| 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
| 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
| 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
| 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
| 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

- 1.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (B)  $[(1, 1, 2)]$
  - (C)  $[(2, 1, 1)]$
  - (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- 2.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t + 1$  e  $q(t) = t - 1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
- 3.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (E) Este operador não é diagonalizável.
- 4.** Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (B) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- 5.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
- 7.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**



1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
2. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-1)$ . **(1.111, -1.000)**
3. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1,2), (-1,2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2,8), (8,4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**
5. Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (B) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
6. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1,1,2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(2,1,1)]$
  - (B)  $[(1,1,2)]$
  - (C)  $[(1,0,-\frac{1}{2})]$
  - (D)  $[(1,0,-\frac{1}{2}), (2,1,1)]$
  - (E)  $[(1,1,-1), (0,2,-1)]$
7. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A)  $V_2 = [(1,0,0), (0,1,4)]$
  - (B) Este operador não é diagonalizável.
  - (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (D)  $V_6 = [(1,-1,0), (0,0,1)]$
  - (E)  $V_2 = [(0,4,-1)]$
8. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1   | 2   | 3     | 4     | 5     | 6     |
|-----|-----|-------|-------|-------|-------|
| A ○ | A ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| B ○ | B ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| C ○ | C ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| D ○ | D ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| E ○ | E ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
|     |     | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
|     |     | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
|     |     | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
|     |     | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
|     |     | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ● | ● | ○ | ● | ○ |
| ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ● | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 V-F | 8     |
|-------|-------|
| A ○ ○ | 0 ○ ○ |
| B ○ ○ | 1 ○ ○ |
| C ○ ○ | 2 ○ ○ |
| D ○ ○ | 3 ○ ○ |
| E ○ ○ | 4 ○ ○ |
|       | 5 ○ ○ |
|       | 6 ○ ○ |
|       | 7 ○ ○ |
|       | 8 ○ ○ |
|       | 9 ○ ○ |

- 1.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (B) Este operador não é diagonalizável.
  - (C)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (D) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- 2.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (B)  $[(1, 1, 2)]$
  - (C)  $[(2, 1, 1)]$
  - (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 4.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 6.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 7.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- 8.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 V-F | 6 |
|---|---|---|---|-------|---|
| 0 | A | 0 | 0 | A     | 0 |
| 1 | B | 1 | 1 | B     | 1 |
| 2 | C | 2 | 2 | C     | 2 |
| 3 | D | 3 | 3 | D     | 3 |
| 4 | E | 4 | 4 | E     | 4 |
| 5 |   | 5 | 5 |       | 5 |
| 6 |   | 6 | 6 |       | 6 |
| 7 |   | 7 | 7 |       | 7 |
| 8 |   | 8 | 8 |       | 8 |
| 9 |   | 9 | 9 |       | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                                  |                       |                       |                                  |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 | 8 |
|---|---|
| 0 | A |
| 1 | B |
| 2 | C |
| 3 | D |
| 4 | E |
| 5 |   |
| 6 |   |
| 7 |   |
| 8 |   |
| 9 |   |

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
. Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
2. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(2, 1, 1)]$   
 (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
3. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
 Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
4. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
. O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**
5. Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (C) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
6. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**
8. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (B) Este operador não é diagonalizável.
- (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 | 2 V-F | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|-------|---|---|---|---|
| 0 | A     | 0 | A | A | 0 |
| 1 | B     | 1 | B | B | 1 |
| 2 | C     | 2 | C | C | 2 |
| 3 | D     | 3 | D | D | 3 |
| 4 | E     | 4 | E | E | 4 |
| 5 |       | 5 |   |   | 5 |
| 6 |       | 6 |   |   | 6 |
| 7 |       | 7 |   |   | 7 |
| 8 |       | 8 |   |   | 8 |
| 9 |       | 9 |   |   | 9 |

### CONTROLE MIXNFIX

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ● | ● | ● | ● | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 | 8 |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | 4 |
| 5 | 5 |
| 6 | 6 |
| 7 | 7 |
| 8 | 8 |
| 9 | 9 |

- 1.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
- 2.** Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (C) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- 3.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
- 4.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (B) Este operador não é diagonalizável.
  - (C)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- 5.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(2, 1, 1)]$
  - (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (C)  $[(1, 1, 2)]$
  - (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**
- 7.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2                     | 3                     | 4                     | 5                     | 6                       |
|---|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |                         |
| 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |                         |
| 7 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |                         |
| 8 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |                         |
| 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |                         |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                       |                       |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

| 7 V-F | 8                     |                         |
|-------|-----------------------|-------------------------|
| A     | <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> |
| B     | <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> |
| C     | <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> |
| D     | <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> |
| E     | <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> |

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)

2. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t + 1$  e  $q(t) = t - 1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)

3. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
. O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)

4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
. Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)

5. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$
. A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)

6. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)  
 (A)  $[(2, 1, 1)]$

- (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
- (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- (D)  $[(1, 1, 2)]$
- (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$

7. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)

- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (C) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .

8. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
. Então: (1.111, -1.000)

- (A)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (C) Este operador não é diagonalizável.
- (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$



- 1.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
. O produto de seus autovalores é:  
(1.111, -1.000)
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
. Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em:  
(1.667, -1.500)
- 3.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é:  
(0.000, 0.000)
- 4.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (D) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- 5.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
(1.111, -1.000)
- 6.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (D) Este operador não é diagonalizável.
  - (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- 7.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$
  - (B)  $[(2, 1, 1)]$
  - (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ .  
(1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | A | A | 0 | 0 | 0 |
| 1 | B | B | 1 | 1 | 1 |
| 2 | C | C | 2 | 2 | 2 |
| 3 | D | D | 3 | 3 | 3 |
| 4 | E | E | 4 | 4 | 4 |
| 5 |   |   | 5 | 5 | 5 |
| 6 |   |   | 6 | 6 | 6 |
| 7 |   |   | 7 | 7 | 7 |
| 8 |   |   | 8 | 8 | 8 |
| 9 |   |   | 9 | 9 | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                       |                       |                       |                       |                                  |                                  |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 | 8 V-F |
|---|-------|
| 0 | A     |
| 1 | B     |
| 2 | C     |
| 3 | D     |
| 4 | E     |
| 5 |       |
| 6 |       |
| 7 |       |
| 8 |       |
| 9 |       |

1. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
. O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
2. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (D) Este operador não é diagonalizável.  
 (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
3. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(2, 1, 1)]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
5. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
7. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
8. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (C) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 V-F |
|---|---|---|---|---|-------|
| 0 | A | A | 0 | 0 | A     |
| 1 | B | B | 1 | 1 | B     |
| 2 | C | C | 2 | 2 | C     |
| 3 | D | D | 3 | 3 | D     |
| 4 | E | E | 4 | 4 | E     |
| 5 |   |   | 5 | 5 |       |
| 6 |   |   | 6 | 6 |       |
| 7 |   |   | 7 | 7 |       |
| 8 |   |   | 8 | 8 |       |
| 9 |   |   | 9 | 9 |       |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                                  |                                  |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 | 8 |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | 4 |
| 5 | 5 |
| 6 | 6 |
| 7 | 7 |
| 8 | 8 |
| 9 | 9 |

1. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
(1.111, -1.000)
2. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (C)  $[(2, 1, 1)]$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
3. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (B) Este operador não é diagonalizável.  
 (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
4. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
5. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
6. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
7. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  
 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)



- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 2.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
Sejam  $p(t) = 2t + 1$  e  $q(t) = t - 1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
(1.111, -1.000)
- 3.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é:  
(0.000, 0.000)
- 4.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (C) Este operador não é diagonalizável.  
 (D) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- 5.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é:  
(1.111, -1.000)
- 6.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (B) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- 7.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  
 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em:  
(1.667, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1     | 2   | 3 V-F | 4     | 5     | 6   |
|-------|-----|-------|-------|-------|-----|
| 0 ○ ○ | A ○ | A ○ ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | A ○ |
| 1 ○ ○ | B ○ | B ○ ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | B ○ |
| 2 ○ ○ | C ○ | C ○ ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | C ○ |
| 3 ○ ○ | D ○ | D ○ ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | D ○ |
| 4 ○ ○ | E ○ | E ○ ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | E ○ |
| 5 ○ ○ |     |       | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |     |
| 6 ○ ○ |     |       | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |     |
| 7 ○ ○ |     |       | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |     |
| 8 ○ ○ |     |       | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |     |
| 9 ○ ○ |     |       | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |     |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ● | ● | ○ | ● | ○ | ○ |
| ○ | ● | ○ | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8     |
|-------|-------|
| 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
| 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
| 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
| 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
| 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
2. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (C) Este operador não é diagonalizável.  
 (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
3. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
5. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
6. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (D)  $[(2, 1, 1)]$   
 (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
7. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
8. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)



1. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
3. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**
4. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
5. Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (B) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (C) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
6. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (D) Este operador não é diagonalizável.
- (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
7. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
- (B)  $[(1, 1, 2)]$
- (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- (D)  $[(2, 1, 1)]$
- (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 V-F |   |   |
|---|---|---|---|---|-------|---|---|
| 0 | ○ | ○ | A | ○ | ○     | ○ | ○ |
| 1 | ○ | ○ | B | ○ | ○     | ○ | ○ |
| 2 | ○ | ○ | C | ○ | ○     | ○ | ○ |
| 3 | ○ | ○ | D | ○ | ○     | ○ | ○ |
| 4 | ○ | ○ | E | ○ | ○     | ○ | ○ |
| 5 | ○ | ○ |   | ○ | ○     | ○ | ○ |
| 6 | ○ | ○ |   | ○ | ○     | ○ | ○ |
| 7 | ○ | ○ |   | ○ | ○     | ○ | ○ |
| 8 | ○ | ○ |   | ○ | ○     | ○ | ○ |
| 9 | ○ | ○ |   | ○ | ○     | ○ | ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ○ |
| ○ | ● | ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 | 8 |   |   |
|---|---|---|---|
| A | ○ | ○ | ○ |
| B | ○ | ○ | ○ |
| C | ○ | ○ | ○ |
| D | ○ | ○ | ○ |
| E | ○ | ○ | ○ |
|   | 5 | ○ | ○ |
|   | 6 | ○ | ○ |
|   | 7 | ○ | ○ |
|   | 8 | ○ | ○ |
|   | 9 | ○ | ○ |

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
3. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
  - (A)  $[(2, 1, 1)]$
  - (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (D)  $[(1, 1, 2)]$
  - (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
4. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_{\alpha} = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
5. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t + 1$  e  $q(t) = t - 1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
6. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
  - (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (B) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^{\perp}$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
7. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
  - (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (D) Este operador não é diagonalizável.
  - (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
8. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | ○ | ○ | 0 | ○ | ○ | A | ○ | A | ○ |
| 1 | ○ | ○ | 1 | ○ | ○ | B | ○ | B | ○ |
| 2 | ○ | ○ | 2 | ○ | ○ | C | ○ | C | ○ |
| 3 | ○ | ○ | 3 | ○ | ○ | D | ○ | D | ○ |
| 4 | ○ | ○ | 4 | ○ | ○ | E | ○ | E | ○ |
| 5 | ○ | ○ | 5 | ○ | ○ |   |   |   |   |
| 6 | ○ | ○ | 6 | ○ | ○ |   |   |   |   |
| 7 | ○ | ○ | 7 | ○ | ○ |   |   |   |   |
| 8 | ○ | ○ | 8 | ○ | ○ |   |   |   |   |
| 9 | ○ | ○ | 9 | ○ | ○ |   |   |   |   |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ● | ● | ● | ○ | ● | ● | ● | ● | ○ |
| ● | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 V-F | 8 |   |   |   |   |
|-------|---|---|---|---|---|
| A     | ○ | ○ | 0 | ○ | ○ |
| B     | ○ | ○ | 1 | ○ | ○ |
| C     | ○ | ○ | 2 | ○ | ○ |
| D     | ○ | ○ | 3 | ○ | ○ |
| E     | ○ | ○ | 4 | ○ | ○ |
|       |   |   | 5 | ○ | ○ |
|       |   |   | 6 | ○ | ○ |
|       |   |   | 7 | ○ | ○ |
|       |   |   | 8 | ○ | ○ |
|       |   |   | 9 | ○ | ○ |

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
  
2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
  
3. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
  
4. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
  
5. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
  - (A)  $[(2, 1, 1)]$
  - (B)  $[(1, 1, 2)]$
  - (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  
6. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
  - (A) Este operador não é diagonalizável.
  - (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  
7. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
  - (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (C) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  
8. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
 Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

|   | 1                     | 2                       | 3                       | 4                       | 5                       | 6                       |
|---|-----------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| A | <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> |
| B | <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> |
| C | <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> |
| D | <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> |
| E | <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> |
|   |                       | 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> |                         | 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> |
|   |                       | 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> |                         | 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> |
|   |                       | 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> |                         | 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> |
|   |                       | 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> |                         | 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> |
|   |                       | 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> |                         | 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                       |                                  |                       |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |

| 7                       | 8 V-F                   |
|-------------------------|-------------------------|
| 0 <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> |
| 1 <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> |
| 2 <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> |
| 3 <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> |
| 4 <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> |
| 5 <input type="radio"/> |                         |
| 6 <input type="radio"/> |                         |
| 7 <input type="radio"/> |                         |
| 8 <input type="radio"/> |                         |
| 9 <input type="radio"/> |                         |

1. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) Este operador não é diagonalizável.  
 (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
3. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
4. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (B)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (D)  $[(2, 1, 1)]$   
 (E)  $[(1, 1, 2)]$
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
6. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
7. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
8. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (C) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 | 2 V-F | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|-------|---|---|---|---|
| 0 | A     | A | 0 | A | 0 |
| 1 | B     | B | 1 | B | 1 |
| 2 | C     | C | 2 | C | 2 |
| 3 | D     | D | 3 | D | 3 |
| 4 | E     | E | 4 | E | 4 |
| 5 |       |   | 5 |   | 5 |
| 6 |       |   | 6 |   | 6 |
| 7 |       |   | 7 |   | 7 |
| 8 |       |   | 8 |   | 8 |
| 9 |       |   | 9 |   | 9 |

### CONTROLE MIXNFIX

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ● | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ● |
| ● | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 | 8 |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | 4 |
| 5 | 5 |
| 6 | 6 |
| 7 | 7 |
| 8 | 8 |
| 9 | 9 |

1. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
. O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
2. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (C) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (D) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
3. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$
- (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- (C)  $[(2, 1, 1)]$
- (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
5. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) Este operador não é diagonalizável.
- (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- (D) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
6. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
7. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
8. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2                     | 3                     | 4                     | 5 V-F | 6                     |
|---|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------|-----------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | A     | <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | B     | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | C     | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | D     | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | E     | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |       |                       |
| 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |       |                       |
| 7 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |       |                       |
| 8 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |       |                       |
| 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |       |                       |

### CONTROLE MIXNFIX

|                       |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                                  |                       |
|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 | 8                     |   |                       |
|---|-----------------------|---|-----------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | A | <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | B | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | C | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | D | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | E | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> |   |                       |
| 6 | <input type="radio"/> |   |                       |
| 7 | <input type="radio"/> |   |                       |
| 8 | <input type="radio"/> |   |                       |
| 9 | <input type="radio"/> |   |                       |

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
2. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1,2), (-1,2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2,8), (8,4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**
4. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
5. Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
6. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1,1,2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(1,1,2)]$
  - (B)  $[(1,0,-\frac{1}{2}), (2,1,1)]$
  - (C)  $[(2,1,1)]$
  - (D)  $[(1,0,-\frac{1}{2})]$
  - (E)  $[(1,1,-1),(0,2,-1)]$
7. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
8. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A) Este operador não é diagonalizável.
  - (B)  $V_2 = [(0,4,-1)]$
  - (C)  $V_6 = [(1,-1,0), (0,0,1)]$
  - (D) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (E)  $V_2 = [(1,0,0), (0,1,4)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

| 1 | 2 V-F | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|-------|---|---|---|---|
| 0 | A     | A | 0 | 0 | 0 |
| 1 | B     | B | 1 | 1 | 1 |
| 2 | C     | C | 2 | 2 | 2 |
| 3 | D     | D | 3 | 3 | 3 |
| 4 | E     | E | 4 | 4 | 4 |
| 5 |       |   | 5 | 5 | 5 |
| 6 |       |   | 6 | 6 | 6 |
| 7 |       |   | 7 | 7 | 7 |
| 8 |       |   | 8 | 8 | 8 |
| 9 |       |   | 9 | 9 | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                       |                       |                       |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |

| 7 | 8 |
|---|---|
| 0 | A |
| 1 | B |
| 2 | C |
| 3 | D |
| 4 | E |
| 5 |   |
| 6 |   |
| 7 |   |
| 8 |   |
| 9 |   |

1. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
 Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
 (1.111, -1.000)
2. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
3. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (C)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (D) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (E) Este operador não é diagonalizável.
4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
6. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
7. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
8. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (B)  $[(2, 1, 1)]$
  - (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (D)  $[(1, 1, 2)]$
  - (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
 Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2                     | 3 V-F | 4                     | 5 | 6                     |
|---|-----------------------|-------|-----------------------|---|-----------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | A     | <input type="radio"/> | A | <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | B     | <input type="radio"/> | B | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | C     | <input type="radio"/> | C | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | D     | <input type="radio"/> | D | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | E     | <input type="radio"/> | E | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> |       | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> |
| 6 | <input type="radio"/> |       | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> |
| 7 | <input type="radio"/> |       | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> |
| 8 | <input type="radio"/> |       | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> |
| 9 | <input type="radio"/> |       | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                       |                       |                                  |                       |                       |                       |                                  |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 | 8 |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | A | <input type="radio"/> |
| 1 | B | <input type="radio"/> |
| 2 | C | <input type="radio"/> |
| 3 | D | <input type="radio"/> |
| 4 | E | <input type="radio"/> |
| 5 |   | <input type="radio"/> |
| 6 |   | <input type="radio"/> |
| 7 |   | <input type="radio"/> |
| 8 |   | <input type="radio"/> |
| 9 |   | <input type="radio"/> |

1. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:
 
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
. Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
  
2. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
  
3. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
  - (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (D) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
  
5. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
  - (A)  $[(1, 1, 2)]$
  - (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (C)  $[(2, 1, 1)]$
  - (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  
6. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
  
7. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :
 
$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
. O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
  
8. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
  - (A) Este operador não é diagonalizável.
  - (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 | 2   | 3 | 4 V-F | 5 | 6   |
|---|-----|---|-------|---|-----|
| 0 | ○ ○ | 0 | ○ ○   | A | ○ ○ |
| 1 | ○ ○ | 1 | ○ ○   | B | ○ ○ |
| 2 | ○ ○ | 2 | ○ ○   | C | ○ ○ |
| 3 | ○ ○ | 3 | ○ ○   | D | ○ ○ |
| 4 | ○ ○ | 4 | ○ ○   | E | ○ ○ |
| 5 | ○ ○ |   |       | 5 | ○ ○ |
| 6 | ○ ○ |   |       | 6 | ○ ○ |
| 7 | ○ ○ |   |       | 7 | ○ ○ |
| 8 | ○ ○ |   |       | 8 | ○ ○ |
| 9 | ○ ○ |   |       | 9 | ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ● | ● | ○ | ○ | ● | ● | ○ | ○ | ● |
| ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 | 8   |
|---|-----|
| 0 | ○ ○ |
| 1 | ○ ○ |
| 2 | ○ ○ |
| 3 | ○ ○ |
| 4 | ○ ○ |
| 5 | ○ ○ |
| 6 | ○ ○ |
| 7 | ○ ○ |
| 8 | ○ ○ |
| 9 | ○ ○ |

1. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**

2. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**

3. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**

- (A)  $[(2, 1, 1)]$
- (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
- (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- (D)  $[(1, 1, 2)]$
- (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$

4. Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**

- (A) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (D) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma

base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.

(E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**

6. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**

- (A) Este operador não é diagonalizável.
- (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$

7. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**

8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

|   | 1 | 2     | 3     | 4 | 5 V-F | 6     |
|---|---|-------|-------|---|-------|-------|
| A | ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | A | A ○ ○ | 0 ○ ○ |
| B | ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | B | B ○ ○ | 1 ○ ○ |
| C | ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | C | C ○ ○ | 2 ○ ○ |
| D | ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | D | D ○ ○ | 3 ○ ○ |
| E | ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | E | E ○ ○ | 4 ○ ○ |
|   |   | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |   |       | 5 ○ ○ |
|   |   | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |   |       | 6 ○ ○ |
|   |   | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |   |       | 7 ○ ○ |
|   |   | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |   |       | 8 ○ ○ |
|   |   | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |   |       | 9 ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ● | ● | ● | ○ | ○ | ● | ● |
| ● | ● | ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

|   | 7   | 8     |
|---|-----|-------|
| 0 | ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 | ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 | ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 | ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 | ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 | ○ ○ | 5 ○ ○ |
| 6 | ○ ○ | 6 ○ ○ |
| 7 | ○ ○ | 7 ○ ○ |
| 8 | ○ ○ | 8 ○ ○ |
| 9 | ○ ○ | 9 ○ ○ |

- 1.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$
  - (B)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (C)  $[(2, 1, 1)]$
  - (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
- 2.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 4.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (B) Este operador não é diagonalizável.
  - (C)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- 5.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- 6.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 8.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1   | 2   | 3     | 4     | 5     | 6     |
|-----|-----|-------|-------|-------|-------|
| A ○ | A ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| B ○ | B ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| C ○ | C ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| D ○ | D ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| E ○ | E ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
|     |     | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
|     |     | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
|     |     | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
|     |     | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
|     |     | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ● | ○ | ● | ● | ● | ● | ○ | ● | ● |
| ○ | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8 V-F |
|-------|-------|
| 0 ○ ○ | A ○ ○ |
| 1 ○ ○ | B ○ ○ |
| 2 ○ ○ | C ○ ○ |
| 3 ○ ○ | D ○ ○ |
| 4 ○ ○ | E ○ ○ |
| 5 ○ ○ |       |
| 6 ○ ○ |       |
| 7 ○ ○ |       |
| 8 ○ ○ |       |
| 9 ○ ○ |       |

- 1.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (D) Este operador não é diagonalizável.  
 (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- 2.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (D)  $[(2, 1, 1)]$   
 (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- 3.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 4.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 6.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 8.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | A | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | B | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | C | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | D | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | E | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 |   | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 |   | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 |   | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 |   | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 |   | 9 | 9 | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ● | ● |
| ○ | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 V-F | 8 |
|-------|---|
| A     | A |
| B     | B |
| C     | C |
| D     | D |
| E     | E |

- 1.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**
- 3.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (C)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (D) Este operador não é diagonalizável.
  - (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- 4.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t + 1$  e  $q(t) = t - 1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
- 6.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**
- 7.** Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- 8.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (C)  $[(1, 1, 2)]$
  - (D)  $[(2, 1, 1)]$
  - (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2 V-F | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|-------|---|---|---|---|
| 0 | A     | 0 | A | 0 | 0 |
| 1 | B     | 1 | B | 1 | 1 |
| 2 | C     | 2 | C | 2 | 2 |
| 3 | D     | 3 | D | 3 | 3 |
| 4 | E     | 4 | E | 4 | 4 |
| 5 |       | 5 |   | 5 | 5 |
| 6 |       | 6 |   | 6 | 6 |
| 7 |       | 7 |   | 7 | 7 |
| 8 |       | 8 |   | 8 | 8 |
| 9 |       | 9 |   | 9 | 9 |

### CONTROLE MIXNFIX

|                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                       |                                  |                                  |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |

| 7 | 8 |
|---|---|
| A | 0 |
| B | 1 |
| C | 2 |
| D | 3 |
| E | 4 |
|   | 5 |
|   | 6 |
|   | 7 |
|   | 8 |
|   | 9 |

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)

2. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)

- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (B) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.

3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)

4. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)

- (A)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$

- (C)  $[(2, 1, 1)]$
- (D)  $[(1, 1, 2)]$
- (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$

5. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)

6. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)

7. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)

- (A)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (B) Este operador não é diagonalizável.
- (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$

8. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1                       | 2                       | 3                       | 4                       | 5 V-F                   | 6                       |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 0 <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> |
| 1 <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> |
| 2 <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> |
| 3 <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> |
| 4 <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> |
| 5 <input type="radio"/> |                         | 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> |                         |                         |
| 6 <input type="radio"/> |                         | 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> |                         |                         |
| 7 <input type="radio"/> |                         | 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> |                         |                         |
| 8 <input type="radio"/> |                         | 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> |                         |                         |
| 9 <input type="radio"/> |                         | 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> |                         |                         |

### CONTROLE MIXNFIX

|                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                       |                                  |                       |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |

| 7                       | 8                       |
|-------------------------|-------------------------|
| 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> |
| 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> |
| 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> |
| 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> |
| 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> |
| 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> |
| 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> |
| 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> |
| 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> |
| 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> |

1. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
. O produto de seus autovalores é:  
(1.111, -1.000)

2. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ :  
(1.111, -1.000)

- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- (B)  $[(2, 1, 1)]$
- (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
- (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- (E)  $[(1, 1, 2)]$

3. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
 Sejam  $p(t) = 2t + 1$  e  $q(t) = t - 1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
(1.111, -1.000)

4. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é:  
(0.000, 0.000)

5. Assinale V ou F:  
(2.778, -2.500)

- (A) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .

(B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.

(C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.

(D) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.

(E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .

6. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então:  
(1.111, -1.000)

- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- (C)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (D) Este operador não é diagonalizável.
- (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.

7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ .  
(1.111, -1.000)

8. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em:  
(1.667, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 V-F | 6 |
|---|---|---|---|---|-------|---|
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | A     | 0 |
| B | 1 | 1 | 1 | 1 | B     | 1 |
| C | 2 | 2 | 2 | 2 | C     | 2 |
| D | 3 | 3 | 3 | 3 | D     | 3 |
| E | 4 | 4 | 4 | 4 | E     | 4 |
|   | 5 | 5 | 5 |   |       | 5 |
|   | 6 | 6 | 6 |   |       | 6 |
|   | 7 | 7 | 7 |   |       | 7 |
|   | 8 | 8 | 8 |   |       | 8 |
|   | 9 | 9 | 9 |   |       | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                                  |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            |

|   | 7 | 8 |
|---|---|---|
| A | 0 | 0 |
| B | 1 | 1 |
| C | 2 | 2 |
| D | 3 | 3 |
| E | 4 | 4 |
|   | 5 | 5 |
|   | 6 | 6 |
|   | 7 | 7 |
|   | 8 | 8 |
|   | 9 | 9 |

1. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
2. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_{\alpha} = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
3. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
4. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
5. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (B) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^{\perp}$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
7. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (C)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (D) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (E) Este operador não é diagonalizável.
8. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
 Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 | 2   | 3 | 4 | 5 | 6   |
|---|-----|---|---|---|-----|
| 0 | ○ ○ | A | A | 0 | ○ ○ |
| 1 | ○ ○ | B | B | 1 | ○ ○ |
| 2 | ○ ○ | C | C | 2 | ○ ○ |
| 3 | ○ ○ | D | D | 3 | ○ ○ |
| 4 | ○ ○ | E | E | 4 | ○ ○ |
| 5 | ○ ○ |   |   | 5 | ○ ○ |
| 6 | ○ ○ |   |   | 6 | ○ ○ |
| 7 | ○ ○ |   |   | 7 | ○ ○ |
| 8 | ○ ○ |   |   | 8 | ○ ○ |
| 9 | ○ ○ |   |   | 9 | ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ● | ● | ● | ● | ● |
| ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 V-F | 8     |
|-------|-------|
| A     | ○ ○   |
| B     | ○ ○   |
| C     | ○ ○   |
| D     | ○ ○   |
| E     | ○ ○   |
|       | 5 ○ ○ |
|       | 6 ○ ○ |
|       | 7 ○ ○ |
|       | 8 ○ ○ |
|       | 9 ○ ○ |

- 1.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
- 3.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$
- 4.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (E) Este operador não é diagonalizável.
- 5.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**
- 6.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
- 7.** Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (C) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (D) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | ○ | 0 | ○ | A | 0 | ○ |
| B | ○ | 1 | ○ | B | 1 | ○ |
| C | ○ | 2 | ○ | C | 2 | ○ |
| D | ○ | 3 | ○ | D | 3 | ○ |
| E | ○ | 4 | ○ | E | 4 | ○ |
|   |   | 5 |   |   | 5 |   |
|   |   | 6 |   |   | 6 |   |
|   |   | 7 |   |   | 7 |   |
|   |   | 8 |   |   | 8 |   |
|   |   | 9 |   |   | 9 |   |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ● | ● | ○ | ● | ● | ○ | ● | ● | ● |
| ○ | ● | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ |
| ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 | 8 V-F |   |   |
|---|-------|---|---|
| 0 | ○     | A | ○ |
| 1 | ○     | B | ○ |
| 2 | ○     | C | ○ |
| 3 | ○     | D | ○ |
| 4 | ○     | E | ○ |
| 5 | ○     |   |   |
| 6 | ○     |   |   |
| 7 | ○     |   |   |
| 8 | ○     |   |   |
| 9 | ○     |   |   |

1. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (E)  $[(1, 1, 2)]$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
3. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (C) Este operador não é diagonalizável.  
 (D) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
5. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
6. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
7. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-1)$ . (1.111, -1.000)
8. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | A | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | B | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | C | 2 | 0 | 2 | 0 |
| 3 | 0 | D | 3 | 0 | 3 | 0 |
| 4 | 0 | E | 4 | 0 | 4 | 0 |
| 5 | 0 |   | 5 | 0 | 5 | 0 |
| 6 | 0 |   | 6 | 0 | 6 | 0 |
| 7 | 0 |   | 7 | 0 | 7 | 0 |
| 8 | 0 |   | 8 | 0 | 8 | 0 |
| 9 | 0 |   | 9 | 0 | 9 | 0 |

### CONTROLE MIXNFIX

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ● | ○ | ● | ● | ○ | ○ | ● |
| ● | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 V-F | 8 |
|-------|---|
| A     | A |
| B     | B |
| C     | C |
| D     | D |
| E     | E |

- 1.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
 Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
 (1.111, -1.000)
- 2.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (C) Este operador não é diagonalizável.  
 (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- 3.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 5.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 7.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (B) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- 8.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (C)  $[(1, 1, 2)]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 | 2   | 3 | 4 V-F | 5 | 6   |
|---|-----|---|-------|---|-----|
| 0 | ○ ○ | 0 | ○ ○   | A | ○ ○ |
| 1 | ○ ○ | 1 | ○ ○   | B | ○ ○ |
| 2 | ○ ○ | 2 | ○ ○   | C | ○ ○ |
| 3 | ○ ○ | 3 | ○ ○   | D | ○ ○ |
| 4 | ○ ○ | 4 | ○ ○   | E | ○ ○ |
| 5 | ○ ○ |   |       | 5 | ○ ○ |
| 6 | ○ ○ |   |       | 6 | ○ ○ |
| 7 | ○ ○ |   |       | 7 | ○ ○ |
| 8 | ○ ○ |   |       | 8 | ○ ○ |
| 9 | ○ ○ |   |       | 9 | ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ● |
| ○ | ● | ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7 | 8   |
|---|-----|
| 0 | ○ ○ |
| 1 | ○ ○ |
| 2 | ○ ○ |
| 3 | ○ ○ |
| 4 | ○ ○ |
| 5 | ○ ○ |
| 6 | ○ ○ |
| 7 | ○ ○ |
| 8 | ○ ○ |
| 9 | ○ ○ |

1. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
 Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
 (1.111, -1.000)

2. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é:  
 (0.000, 0.000)

3. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ :  
 (1.111, -1.000)

- (A)  $[(1,1,-1), (0,2,-1)]$
- (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
- (D)  $[(1,1,2)]$
- (E)  $[(2,1,1)]$

4. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)

- (A) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos

Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.

- (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.

5. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é:  
 (1.111, -1.000)

6. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)

- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (C)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- (D) Este operador não é diagonalizável.
- (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.

7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ .  
 (1.111, -1.000)

8. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  
 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em:  
 (1.667, -1.500)



1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
2. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t + 1$  e  $q(t) = t - 1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
4. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$
5. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
6. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
7. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (D) Este operador não é diagonalizável.  
 (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
8. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 V-F |
|---|---|---|---|---|-------|
| 0 | A | A | 0 | 0 | A     |
| 1 | B | B | 1 | 1 | B     |
| 2 | C | C | 2 | 2 | C     |
| 3 | D | D | 3 | 3 | D     |
| 4 | E | E | 4 | 4 | E     |
| 5 |   |   | 5 | 5 |       |
| 6 |   |   | 6 | 6 |       |
| 7 |   |   | 7 | 7 |       |
| 8 |   |   | 8 | 8 |       |
| 9 |   |   | 9 | 9 |       |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                       |                       |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

| 7 | 8 |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | 4 |
| 5 | 5 |
| 6 | 6 |
| 7 | 7 |
| 8 | 8 |
| 9 | 9 |

- 1.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
 Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
 (1.111, -1.000)
- 2.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (C)  $[(1, 1, 2)]$   
 (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$
- 3.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (B)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (C)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (E) Este operador não é diagonalizável.
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 5.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 6.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 8.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 V-F                   | 2                       | 3                       | 4                       | 5                       | 6                       |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| A <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> |
| B <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> |
| C <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> |
| D <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> |
| E <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> |
|                         |                         | 5 <input type="radio"/> |                         | 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> |
|                         |                         | 6 <input type="radio"/> |                         | 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> |
|                         |                         | 7 <input type="radio"/> |                         | 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> |
|                         |                         | 8 <input type="radio"/> |                         | 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> |
|                         |                         | 9 <input type="radio"/> |                         | 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                       |                       |                                  |                                  |                       |                                  |                       |                                  |                       |
|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7                       | 8                       |
|-------------------------|-------------------------|
| 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> |
| 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> |
| 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> |
| 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> |
| 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> |
| 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> |
| 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> |
| 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> |
| 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> |
| 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> |

- 1.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- 2.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(2, 1, 1)]$
  - (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (E)  $[(1, 1, 2)]$
- 3.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
 O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 4.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (D) Este operador não é diagonalizável.
  - (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- 5.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 7.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t + 1$  e  $q(t) = t - 1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2                     | 3                     | 4 | 5 V-F                 | 6                     |
|---|-----------------------|-----------------------|---|-----------------------|-----------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | A | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | B | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | C | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | D | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | E | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   |                       |                       |
| 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   |                       |                       |
| 7 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   |                       |                       |
| 8 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   |                       |                       |
| 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   |                       |                       |

### CONTROLE MIXNFIX

|                       |                                  |                                  |                                  |                       |                       |                                  |                       |                                  |                       |
|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 | 8                     |                       |
|---|-----------------------|-----------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 7 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 8 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

1. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
  
2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
  
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**
  
4. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
  - (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (B) Este operador não é diagonalizável.
  - (C)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (D) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  
5. Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
  - (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (C) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (D) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  
6. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
  - (A)  $[(1, 1, 2)]$
  - (B)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (D)  $[(2, 1, 1)]$
  - (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  
7. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
  
8. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1   | 2     | 3   | 4 V-F | 5     | 6     |
|-----|-------|-----|-------|-------|-------|
| A ○ | 0 ○ ○ | A ○ | A ○ ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| B ○ | 1 ○ ○ | B ○ | B ○ ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| C ○ | 2 ○ ○ | C ○ | C ○ ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| D ○ | 3 ○ ○ | D ○ | D ○ ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| E ○ | 4 ○ ○ | E ○ | E ○ ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
|     | 5 ○ ○ |     |       | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
|     | 6 ○ ○ |     |       | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
|     | 7 ○ ○ |     |       | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
|     | 8 ○ ○ |     |       | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
|     | 9 ○ ○ |     |       | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ● | ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8     |
|-------|-------|
| 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
| 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
| 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
| 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
| 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

1. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
3. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (B) Este operador não é diagonalizável.  
 (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
4. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (D) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
6. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
7. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
8. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 0 | A | 0 | 0 | 0 |
| B | 1 | 1 | B | 1 | 1 | 1 |
| C | 2 | 2 | C | 2 | 2 | 2 |
| D | 3 | 3 | D | 3 | 3 | 3 |
| E | 4 | 4 | E | 4 | 4 | 4 |
|   | 5 | 5 |   | 5 | 5 | 5 |
|   | 6 | 6 |   | 6 | 6 | 6 |
|   | 7 | 7 |   | 7 | 7 | 7 |
|   | 8 | 8 |   | 8 | 8 | 8 |
|   | 9 | 9 |   | 9 | 9 | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                                  |                       |                       |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

|   | 7 V-F | 8 |
|---|-------|---|
| A | 0     | 0 |
| B | 1     | 1 |
| C | 2     | 2 |
| D | 3     | 3 |
| E | 4     | 4 |
|   | 5     | 5 |
|   | 6     | 6 |
|   | 7     | 7 |
|   | 8     | 8 |
|   | 9     | 9 |

1. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (B)  $[(2, 1, 1)]$
  - (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (E)  $[(1, 1, 2)]$
2. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
3. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
  - (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (E) Este operador não é diagonalizável.
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
6. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
7. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
8. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | ○ | 0 | ○ | ○ | 0 | ○ | ○ | A | ○ | 0 | ○ | ○ | 0 | ○ | ○ |
| B | ○ | 1 | ○ | ○ | 1 | ○ | ○ | B | ○ | 1 | ○ | ○ | 1 | ○ | ○ |
| C | ○ | 2 | ○ | ○ | 2 | ○ | ○ | C | ○ | 2 | ○ | ○ | 2 | ○ | ○ |
| D | ○ | 3 | ○ | ○ | 3 | ○ | ○ | D | ○ | 3 | ○ | ○ | 3 | ○ | ○ |
| E | ○ | 4 | ○ | ○ | 4 | ○ | ○ | E | ○ | 4 | ○ | ○ | 4 | ○ | ○ |
|   |   | 5 | ○ | ○ | 5 | ○ | ○ |   |   | 5 | ○ | ○ | 5 | ○ | ○ |
|   |   | 6 | ○ | ○ | 6 | ○ | ○ |   |   | 6 | ○ | ○ | 6 | ○ | ○ |
|   |   | 7 | ○ | ○ | 7 | ○ | ○ |   |   | 7 | ○ | ○ | 7 | ○ | ○ |
|   |   | 8 | ○ | ○ | 8 | ○ | ○ |   |   | 8 | ○ | ○ | 8 | ○ | ○ |
|   |   | 9 | ○ | ○ | 9 | ○ | ○ |   |   | 9 | ○ | ○ | 9 | ○ | ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ● | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

|   | 7 V-F | 8 |   |   |   |
|---|-------|---|---|---|---|
| A | ○     | ○ | 0 | ○ | ○ |
| B | ○     | ○ | 1 | ○ | ○ |
| C | ○     | ○ | 2 | ○ | ○ |
| D | ○     | ○ | 3 | ○ | ○ |
| E | ○     | ○ | 4 | ○ | ○ |
|   |       |   | 5 | ○ | ○ |
|   |       |   | 6 | ○ | ○ |
|   |       |   | 7 | ○ | ○ |
|   |       |   | 8 | ○ | ○ |
|   |       |   | 9 | ○ | ○ |

1. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (B) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (D) Este operador não é diagonalizável.  
 (E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
2. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
3. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
4. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (C)  $[(2, 1, 1)]$   
 (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (E)  $[(1, 1, 2)]$
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
6. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
7. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (C) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
8. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | A | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | B | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | C | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | D | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | E | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 |   | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 |   | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 |   | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 |   | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 |   | 9 | 9 | 9 | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                       |                       |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            |

| 7 V-F | 8 |
|-------|---|
| A     | A |
| B     | B |
| C     | C |
| D     | D |
| E     | E |

1. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
(1.111, -1.000)
2. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (B)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (D) Este operador não é diagonalizável.  
 (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ .  
(1.111, -1.000)
4. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é:  
(0.000, 0.000)
5. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é:  
(1.111, -1.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  
 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em:  
(1.667, -1.500)
7. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
8. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $[(2, 1, 1)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1   | 2     | 3 V-F | 4     | 5   | 6     |
|-----|-------|-------|-------|-----|-------|
| A ○ | 0 ○ ○ | A ○ ○ | 0 ○ ○ | A ○ | 0 ○ ○ |
| B ○ | 1 ○ ○ | B ○ ○ | 1 ○ ○ | B ○ | 1 ○ ○ |
| C ○ | 2 ○ ○ | C ○ ○ | 2 ○ ○ | C ○ | 2 ○ ○ |
| D ○ | 3 ○ ○ | D ○ ○ | 3 ○ ○ | D ○ | 3 ○ ○ |
| E ○ | 4 ○ ○ | E ○ ○ | 4 ○ ○ | E ○ | 4 ○ ○ |
|     | 5 ○ ○ |       | 5 ○ ○ |     | 5 ○ ○ |
|     | 6 ○ ○ |       | 6 ○ ○ |     | 6 ○ ○ |
|     | 7 ○ ○ |       | 7 ○ ○ |     | 7 ○ ○ |
|     | 8 ○ ○ |       | 8 ○ ○ |     | 8 ○ ○ |
|     | 9 ○ ○ |       | 9 ○ ○ |     | 9 ○ ○ |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ● | ● | ○ |
| ● | ○ | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8     |
|-------|-------|
| 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
| 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
| 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
| 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
| 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

1. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) Este operador não é diagonalizável.  
 (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (C)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
2. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
3. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (B) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
 (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (E) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
5. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(2, 1, 1)]$   
 (C)  $[(1, 1, 2)]$   
 (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
 (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
7. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
8. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |                       |   |                       |
|---|-----------------------|---|-----------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | <input type="radio"/> | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | <input type="radio"/> | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | <input type="radio"/> | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | <input type="radio"/> | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 | 2                     | 3                     | 4 | 5 V-F                 | 6                     |
|---|-----------------------|-----------------------|---|-----------------------|-----------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | A | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | B | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | C | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | D | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | E | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 7 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 8 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                       |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                       |                                  |                                  |                       |
|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 | 8                     |   |                       |
|---|-----------------------|---|-----------------------|
| 0 | <input type="radio"/> | A | <input type="radio"/> |
| 1 | <input type="radio"/> | B | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | C | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | D | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | E | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> |   |                       |
| 6 | <input type="radio"/> |   |                       |
| 7 | <input type="radio"/> |   |                       |
| 8 | <input type="radio"/> |   |                       |
| 9 | <input type="radio"/> |   |                       |

1. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
(1.111, -1.000)
2. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é:  
(0.000, 0.000)
3. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)  
(A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
(B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
(C) Este operador não é diagonalizável.  
(D) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
(E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
4. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é:  
(1.111, -1.000)
5. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)  
(A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (B) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (C) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (D) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
6. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  
 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em:  
(1.667, -1.500)
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ .  
(1.111, -1.000)
8. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)  
(A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
(B)  $[(2, 1, 1)]$   
(C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
(D)  $[(1, 1, 2)]$   
(E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1     | 2   | 3     | 4     | 5   | 6 V-F |
|-------|-----|-------|-------|-----|-------|
| 0 ○ ○ | A ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | A ○ | A ○ ○ |
| 1 ○ ○ | B ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | B ○ | B ○ ○ |
| 2 ○ ○ | C ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | C ○ | C ○ ○ |
| 3 ○ ○ | D ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | D ○ | D ○ ○ |
| 4 ○ ○ | E ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | E ○ | E ○ ○ |
| 5 ○ ○ |     | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |     |       |
| 6 ○ ○ |     | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |     |       |
| 7 ○ ○ |     | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |     |       |
| 8 ○ ○ |     | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |     |       |
| 9 ○ ○ |     | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |     |       |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ● | ● | ○ | ● | ● | ○ | ○ |
| ● | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8     |
|-------|-------|
| 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
| 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
| 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
| 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
| 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

1. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: **(0.000, 0.000)**
2. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : **(1.111, -1.000)**
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
 (D)  $[(2, 1, 1)]$   
 (E)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
3. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t + 1$  e  $q(t) = t - 1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . **(1.111, -1.000)**
4. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: **(1.667, -1.500)**
5. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: **(1.111, -1.000)**
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (D) Este operador não é diagonalizável.  
 (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
6. Assinale V ou F: **(2.778, -2.500)**
- (A) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
 (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
 (C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
 (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .  
 (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . **(1.111, -1.000)**
8. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: **(1.111, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 V-F                   | 2                       | 3                       | 4                       | 5                       | 6                       |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| A <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> |
| B <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> |
| C <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> |
| D <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> |
| E <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> |
|                         | 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> |                         |                         | 5 <input type="radio"/> |
|                         | 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> |                         |                         | 6 <input type="radio"/> |
|                         | 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> |                         |                         | 7 <input type="radio"/> |
|                         | 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> |                         |                         | 8 <input type="radio"/> |
|                         | 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> |                         |                         | 9 <input type="radio"/> |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |                                  |                                  |                                  |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7                       | 8                       |
|-------------------------|-------------------------|
| 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> |
| 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> |
| 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> |
| 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> |
| 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> |
| 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> |
| 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> |
| 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> |
| 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> |
| 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> |

- 1.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (D) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gram-Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
  - (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gram-Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 3.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 4.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
 (B)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
 (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
 (D)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$   
 (E) Este operador não é diagonalizável.
- 5.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (B)  $[(2, 1, 1)]$
  - (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (E)  $[(1, 1, 2)]$
- 6.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 7.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |                       |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | <input type="radio"/> |
| 1 | 1 | <input type="radio"/> |
| 2 | 2 | <input type="radio"/> |
| 3 | 3 | <input type="radio"/> |
| 4 | 4 | <input type="radio"/> |
| 5 | 5 | <input type="radio"/> |
| 6 | 6 | <input type="radio"/> |
| 7 | 7 | <input type="radio"/> |
| 8 | 8 | <input type="radio"/> |
| 9 | 9 | <input type="radio"/> |

| 1 V-F                   | 2                       | 3                       | 4                       | 5                       | 6                       |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| A <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> | A <input type="radio"/> |
| B <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | B <input type="radio"/> |
| C <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | C <input type="radio"/> |
| D <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | D <input type="radio"/> |
| E <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | E <input type="radio"/> |
|                         |                         | 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> |                         |
|                         |                         | 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> |                         |
|                         |                         | 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> |                         |
|                         |                         | 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> |                         |
|                         |                         | 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> |                         |

### CONTROLE MIXNFIX

|                                  |                                  |                       |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7                       | 8                       |
|-------------------------|-------------------------|
| 0 <input type="radio"/> | 0 <input type="radio"/> |
| 1 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> |
| 2 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> |
| 3 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> |
| 4 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> |
| 5 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> |
| 6 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> |
| 7 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> |
| 8 <input type="radio"/> | 8 <input type="radio"/> |
| 9 <input type="radio"/> | 9 <input type="radio"/> |

- 1.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
- (C) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
- (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (E) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
- 2.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(2, 1, 1)]$
- (B)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
- (C)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
- (E)  $[(1, 1, 2)]$
- 3.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 4.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 6.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
- (C) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (D) Este operador não é diagonalizável.
- (E)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
- 8.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1 V-F | 2     | 3   | 4     | 5     | 6   |
|-------|-------|-----|-------|-------|-----|
| A ○ ○ | 0 ○ ○ | A ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ | A ○ |
| B ○ ○ | 1 ○ ○ | B ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ | B ○ |
| C ○ ○ | 2 ○ ○ | C ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ | C ○ |
| D ○ ○ | 3 ○ ○ | D ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ | D ○ |
| E ○ ○ | 4 ○ ○ | E ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ | E ○ |
|       | 5 ○ ○ |     | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |     |
|       | 6 ○ ○ |     | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |     |
|       | 7 ○ ○ |     | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |     |
|       | 8 ○ ○ |     | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |     |
|       | 9 ○ ○ |     | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |     |

*CONTROLE MIXNFIX*

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ● | ● | ○ | ● | ● | ● | ● | ○ | ○ |
| ● | ○ | ○ | ○ | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8     |
|-------|-------|
| 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
| 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
| 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
| 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
| 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

- 1.** Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (B) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (C) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (D) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
- 2.** Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t + 1$  e  $q(t) = t - 1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)
- 3.** Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(2, 1, 1)]$
  - (B)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
  - (D)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (E)  $[(1, 1, 2)]$
- 4.** Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
 O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
- 5.** Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
- 6.** Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (C) Este operador não é diagonalizável.
  - (D)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ○ |
| 1 | 1 | ○ |
| 2 | 2 | ○ |
| 3 | 3 | ○ |
| 4 | 4 | ○ |
| 5 | 5 | ○ |
| 6 | 6 | ○ |
| 7 | 7 | ○ |
| 8 | 8 | ○ |
| 9 | 9 | ○ |

| 1   | 2   | 3     | 4 V-F | 5     | 6     |
|-----|-----|-------|-------|-------|-------|
| A ○ | A ○ | 0 ○ ○ | A ○ ○ | 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| B ○ | B ○ | 1 ○ ○ | B ○ ○ | 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| C ○ | C ○ | 2 ○ ○ | C ○ ○ | 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| D ○ | D ○ | 3 ○ ○ | D ○ ○ | 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| E ○ | E ○ | 4 ○ ○ | E ○ ○ | 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
|     |     | 5 ○ ○ |       | 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
|     |     | 6 ○ ○ |       | 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
|     |     | 7 ○ ○ |       | 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
|     |     | 8 ○ ○ |       | 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
|     |     | 9 ○ ○ |       | 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

### CONTROLE MIXNFIX

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ● | ○ | ● | ○ | ● | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ● | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ● | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

| 7     | 8     |
|-------|-------|
| 0 ○ ○ | 0 ○ ○ |
| 1 ○ ○ | 1 ○ ○ |
| 2 ○ ○ | 2 ○ ○ |
| 3 ○ ○ | 3 ○ ○ |
| 4 ○ ○ | 4 ○ ○ |
| 5 ○ ○ | 5 ○ ○ |
| 6 ○ ○ | 6 ○ ○ |
| 7 ○ ○ | 7 ○ ○ |
| 8 ○ ○ | 8 ○ ○ |
| 9 ○ ○ | 9 ○ ○ |

1. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)

- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
- (B)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
- (C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
- (D) Este operador não é diagonalizável.
- (E)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$

2. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)

- (A)  $[(1, 1, 2)]$
- (B)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
- (C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
- (D)  $[(2, 1, 1)]$
- (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$

3. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)

4. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)

- (A) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
- (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.

(C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.

(D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .

(E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.

5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)

6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)

7. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)

8. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 23/01/2008

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | A | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | B | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | C | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | D | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | E | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 |   | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 |   | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 |   | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 |   | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 |   | 9 | 9 | 9 | 9 |

*CONTROLE MIXNFIX*

|                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |                       |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> |

| 7 V-F | 8 |
|-------|---|
| A     | A |
| B     | B |
| C     | C |
| D     | D |
| E     | E |

1. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ .  
Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ .  
(1.111, -1.000)
2. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(2, 1, 1)]$   
(B)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$   
(C)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$   
(D)  $[(1, 1, 2)]$   
(E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
3. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
5. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
6. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  
 $\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ . O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
7. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.  
(B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.  
(C) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.  
(D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .  
(E) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
8. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é:  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Então: (1.111, -1.000)
- (A) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.  
(B)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$   
(C)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$   
(D) Este operador não é diagonalizável.  
(E)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$



1. Considere a matriz abaixo, onde  $a \cdot b = 17$ :  

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ b & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
. O produto de seus autovalores é: (1.111, -1.000)
2. Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
. Ao aplicarmos Gramm Schmidt à base canônica obtemos uma base cujo terceiro vetor possui uma norma que, multiplicada por 10 resulta em: (1.667, -1.500)
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. tal que a base  $\alpha = \{(1, 2), (-1, 2)\}$  é ortonormal. Encontre  $\langle (2, 8), (8, 4) \rangle$ . (1.111, -1.000)
4. Assinale V ou F: (2.778, -2.500)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. fixado. Sejam  $\alpha$  base ortogonal de  $U \subset V$  e  $\beta$  base arbitrária de  $U^\perp$ . Então  $\alpha \cup \beta$  é uma base ortogonal de  $V$ .
  - (B) Nem todo operador que preserva a norma é ortogonal.
  - (C) Se um operador ortogonal é diagonalizável, então ele é algum tipo de reflexão ou é a identidade.
  - (D) Se  $A$  é matriz de operador auto-adjunto numa base ortonormal, e  $u$  e  $v$  são vetores com coordenadas na mesma base, então:  $\langle Au, Av \rangle = \langle u, A^2v \rangle$ .
  - (E) Seja  $T$  operador auto-adjunto de um espaço com p.i. fixado. Para encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ , primeiro encontramos uma base qualquer de autovetores e depois utilizamos Gramm Schmidt para cada subconjunto de autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade algébrica maior que 1.
5. Considere  $\mathbb{R}^3$  com um certo p.i.. Sejam  $\alpha$  base ortonormal do  $\mathbb{R}^3$  e  $T$  um operador ortogonal cuja matriz em  $\alpha$  é: 
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$
. A soma das coordenadas em  $\alpha$  de  $T^{-1}v$ , onde  $[v]_\alpha = (1 \ 2 \ -1)^t$  é: (0.000, 0.000)
6. Considere um operador do  $\mathbb{R}^3$  cuja matriz canônica é: 
$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 6 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
. Então: (1.111, -1.000)
- (A)  $V_2 = [(1, 0, 0), (0, 1, 4)]$
  - (B) Este operador não é diagonalizável.
  - (C)  $V_2 = [(0, 4, -1)]$
  - (D)  $V_6 = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$
  - (E) A multiplicidade algébrica do autovalor 2 não é igual à sua multiplicidade geométrica.
7. Considere um operador auto-adjunto do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual, cujos autovalores são 11 e 17. Sabendo que  $V_{11} = [(1, 1, 2)]$  então assinale a única alternativa válida para  $V_{17}$ : (1.111, -1.000)
- (A)  $[(1, 0, -\frac{1}{2})]$
  - (B)  $[(1, 1, 2)]$
  - (C)  $[(2, 1, 1)]$
  - (D)  $[(1, 1, -1), (0, 2, -1)]$
  - (E)  $[(1, 0, -\frac{1}{2}), (2, 1, 1)]$
8. Considere  $P_1$  com o p.i.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ . Sejam  $p(t) = 2t+1$  e  $q(t) = t-1$ ; se  $r(t)$  é a projeção ortogonal de  $p(t)$  sobre  $q(t)$  então encontre  $r(-11)$ . (1.111, -1.000)