

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

	6	7	8	9 V-F
0	○	○	○	A ○
1	○	○	○	B ○
2	○	○	○	C ○
3	○	○	○	D ○
4	○	○	○	E ○
5	○	○	○	
6	○	○	○	
7	○	○	○	
8	○	○	○	
9	○	○	○	

1. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
2. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
3. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
4. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
5. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são:

$$[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } [T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$
 onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
6. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
7. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
8. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{1} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
9. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (B) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (C) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (D) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (E) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	6	7 V-F	8	9
0	<input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
2. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
3. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
4. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
5. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
6. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
7. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (B) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (C) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (E) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
8. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
9. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5
A	0	0	0	0
B	1	1	1	1
C	2	2	2	2
D	3	3	3	3
E	4	4	4	4
	5	5	5	5
	6	6	6	6
	7	7	7	7
	8	8	8	8
	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

- 1.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(Nu(T)) = 180$, então $\dim(Im(T)) = 120$.
- (B) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (C) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (D) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (E) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1,2,-1)$ é o plano de equação: $x+2y+z = 0$.
- 2.** Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
- 3.** Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
- 9.** Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	●	○	●	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	6	7 V-F	8	9
0	○	A	○	○
1	○	B	○	○
2	○	C	○	○
3	○	D	○	○
4	○	E	○	○
5	○		○	○
6	○		○	○
7	○		○	○
8	○		○	○
9	○		○	○

- 1.** Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
- 2.** Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \text{ com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
- 7.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (B) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (C) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (E) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- 8.** Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
- 9.** Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	6	7	8 V-F	9
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>

1. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

2. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

3. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

4. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

5. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

6. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

7. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

8. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (B) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (C) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.

9. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5
0	0	A	0	0
1	1	B	1	1
2	2	C	2	2
3	3	D	3	3
4	4	E	4	4
5	5		5	5
6	6		6	6
7	7		7	7
8	8		8	8
9	9		9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	○	○	○	○
○	○	●	○	●	○	●	○	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

2. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

3. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (B) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (C) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (D) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (E) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.

4. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

5. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

6. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

7. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

8. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

9. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \text{ com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	
6	6	6	6	
7	7	7	7	
8	8	8	8	
9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	●	●	○	●	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

- 1.** Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
- 3.** Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
- 5.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- (B) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (C) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (D) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (E) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- 6.** Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
- 8.** Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
- 9.** Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	
6	6	6	6	
7	7	7	7	
8	8	8	8	
9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	●	○	○	○	●	○
○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

- 1.** Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
- $$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
- Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . **(1.000, 0.000)**
- 2.** Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. **(1.000, 0.000)**
- 3.** Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. **(1.000, 0.000)**
- 4.** Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são:
- $$[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } [T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$
- onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. **(1.000, 0.000)**
- 5.** Responda V ou F: **(2.000, -2.000)**
- (A) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- (B) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (C) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (D) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (E) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- 6.** Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. **(1.000, 0.000)**
- 7.** Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. **(1.000, 0.000)**
- 8.** Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . **(1.000, 0.000)**
- 9.** Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
 Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	●	●	●	○
○	○	○	○	●	○	○	○	●	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9 V-F
0	0	0	A
1	1	1	B
2	2	2	C
3	3	3	D
4	4	4	E
5	5	5	
6	6	6	
7	7	7	
8	8	8	
9	9	9	

1. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
2. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
3. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
4. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
5. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
6. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
7. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
8. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
9. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (B) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (C) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (D) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- (E) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	○	●	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8 V-F	9
0	0	A	0
1	1	B	1
2	2	C	2
3	3	D	3
4	4	E	4
5	5		5
6	6		6
7	7		7
8	8		8
9	9		9

1. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$.
(1.000, 0.000)
2. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores.
(1.000, 0.000)
3. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$.
(1.000, 0.000)
4. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$.
(1.000, 0.000)
5. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C .
(1.000, 0.000)
6. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k .
(1.000, 0.000)
7. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.
(1.000, 0.000)
8. Responda V ou F:
(2.000, -2.000)
 - (A) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (B) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (C) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (D) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (E) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
9. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$.
(1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	●	●	○	○
○	○	●	○	●	○	●	○	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	6	7	8	9 V-F
0	○	○	○	A ○ ○
1	○	○	○	B ○ ○
2	○	○	○	C ○ ○
3	○	○	○	D ○ ○
4	○	○	○	E ○ ○
5	○	○	○	
6	○	○	○	
7	○	○	○	
8	○	○	○	
9	○	○	○	

1. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

2. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1 + a)y + (1 + 2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2 - ab)y + (1 - b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

3. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

4. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

5. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

6. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a

essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

7. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

8. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

9. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- (B) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (C) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (D) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (E) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	
6	6	6	6	
7	7	7	7	
8	8	8	8	
9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	○	○	●	○	○
●	○	●	○	○	○	○	●	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
2. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
3. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
4. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
5. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (B) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (C) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (D) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (E) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
6. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 : $\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1+2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1-b^2 \end{cases}$ com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
7. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
8. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
9. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	
6	6	6	6	
7	7	7	7	
8	8	8	8	
9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	●	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
2. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
3. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
4. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
5. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(Nu(T)) = 180$, então $\dim(Im(T)) = 120$.
- (B) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (C) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (D) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (E) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
6. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
7. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{1} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
8. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
9. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5
0 ○ ○	A ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	B ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	C ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	D ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	E ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○		5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○		6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○		7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○		8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○		9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○

6	7	8	9
0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○

1. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

2. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (B) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (C) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.

3. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

4. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

5. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

6. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

7. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

8. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

9. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	○	●	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	6	7	8	9 V-F
0	○	○	○	A ○
1	○	○	○	B ○
2	○	○	○	C ○
3	○	○	○	D ○
4	○	○	○	E ○
5	○	○	○	
6	○	○	○	
7	○	○	○	
8	○	○	○	
9	○	○	○	

1. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

2. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

3. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

4. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

5. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

6. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a

essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{1} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

7. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

8. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

9. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (B) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- (C) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (D) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5		5
6	6	6		6
7	7	7		7
8	8	8		8
9	9	9		9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	●	●	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

2. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

3. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

4. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (B) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (C) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (D) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (E) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.

5. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

6. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

7. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

8. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

9. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5		5
6	6	6		6
7	7	7		7
8	8	8		8
9	9	9		9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	●	○	○	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
2. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
3. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
4. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (B) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (C) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (D) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (E) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
5. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
6. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
7. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_3}^{\epsilon_2}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
8. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são:

$$[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
 e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
9. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5
0	0	A	0	0
1	1	B	1	1
2	2	C	2	2
3	3	D	3	3
4	4	E	4	4
5	5		5	5
6	6		6	6
7	7		7	7
8	8		8	8
9	9		9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	●	●
○	○	○	○	○	○	●	○	●	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

2. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2^3}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

3. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (B) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(Nu(T)) = 180$, então $\dim(Im(T)) = 120$.
- (C) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.

4. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

5. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a

essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{1} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

6. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

7. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

8. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

9. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

6	7	8	9
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

2. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

3. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (B) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (C) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (D) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.

4. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

5. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

6. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

7. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

8. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são:

$$[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } [T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$
 onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

9. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	6	7	8 V-F	9
0	○	○	A ○	○
1	○	○	B ○	○
2	○	○	C ○	○
3	○	○	D ○	○
4	○	○	E ○	○
5	○	○		○
6	○	○		○
7	○	○		○
8	○	○		○
9	○	○		○

1. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
2. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
3. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
4. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2^3}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
5. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
6. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
7. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
8. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (B) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (C) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
9. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	○	○	○	●	●
○	○	●	○	●	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	6	7	8	9 V-F
0	○	○	○	A ○
1	○	○	○	B ○
2	○	○	○	C ○
3	○	○	○	D ○
4	○	○	○	E ○
5	○	○	○	
6	○	○	○	
7	○	○	○	
8	○	○	○	
9	○	○	○	

1. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são:

$$[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } [T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ onde}$$

$\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
2. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \text{ com } a, b \in \mathbb{R}.$$

Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
3. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
4. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
5. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
6. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
7. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
8. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
9. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

 - (A) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (B) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (C) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (E) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	
6	6	6	6	
7	7	7	7	
8	8	8	8	
9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	●	●	●	○	●	●
●	○	●	○	○	○	○	○	●	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

- 1.** Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1+2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1-b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
- 3.** Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
- 4.** Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
- 5.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(Nu(T)) = 180$, então $\dim(Im(T)) = 120$.
- (B) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (C) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (E) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- 6.** Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{1} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
- 7.** Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
- 8.** Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
- 9.** Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	●	○	○	○	●
○	○	○	○	●	○	●	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	6	7	8 V-F	9
0	○	○	A	○
1	○	○	B	○
2	○	○	C	○
3	○	○	D	○
4	○	○	E	○
5	○	○		○
6	○	○		○
7	○	○		○
8	○	○		○
9	○	○		○

1. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
2. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
3. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
4. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
5. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
6. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
7. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
8. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (B) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (C) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (D) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (E) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
9. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \text{ com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5		5	5	5
6		6	6	6
7		7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

- 1.** Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
- $$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
- Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
- 2.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (B) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (C) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (E) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- 3.** Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
- 4.** Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
- 7.** Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
- 9.** Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5		5
6	6	6		6
7	7	7		7
8	8	8		8
9	9	9		9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	●	○	○	●	○	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
2. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
3. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
4. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (B) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (C) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (D) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (E) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
5. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
6. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
7. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
8. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
9. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	●	○	●	●	○	●
○	○	○	○	●	○	●	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	6	7 V-F	8	9
0	○	A	○	○
1	○	B	○	○
2	○	C	○	○
3	○	D	○	○
4	○	E	○	○
5	○		○	○
6	○		○	○
7	○		○	○
8	○		○	○
9	○		○	○

1. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
- $$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$

Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

2. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

3. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

4. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

5. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde

$\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

6. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

7. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (B) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (C) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- (D) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.

8. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

9. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	●	●	●	○
●	○	●	○	○	○	○	○	●	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	6	7 V-F	8	9
0	○	A	○	○
1	○	B	○	○
2	○	C	○	○
3	○	D	○	○
4	○	E	○	○
5	○		○	○
6	○		○	○
7	○		○	○
8	○		○	○
9	○		○	○

1. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são:

$$[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } [T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ onde}$$

$\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

2. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}, \text{ onde } C \in M_{2 \times 2}.$$

Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

3. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

4. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \text{ com } a, b \in \mathbb{R}.$$

Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

5. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se

multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

6. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

7. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- (B) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (C) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (D) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (E) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.

8. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

9. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	
6	6	6	6	
7	7	7	7	
8	8	8	8	
9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	○	○	●	●	●	●
○	○	●	○	●	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1+2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1-b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

2. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

3. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

4. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

5. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (B) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (C) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (E) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.

6. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

7. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

8. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

9. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

- 1.** Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são:
 $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
- 2.** Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
- 4.** Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
- 6.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 (A) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- (B) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (C) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- 7.** Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
- 9.** Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	
6	6	6	6	
7	7	7	7	
8	8	8	8	
9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	○	●	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

- 1.** Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são:
 $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
- 5.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 (B) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (C) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 (E) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- 6.** Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
- 9.** Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5		5	5	5
6		6	6	6
7		7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

- 1.** Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
- 2.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1,2,-1)$ é o plano de equação: $x+2y+z=0$.
- (B) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (C) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (D) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- 3.** Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
- 4.** Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
- 5.** Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
- 9.** Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são:
 $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5
0	0	A	0	0
1	1	B	1	1
2	2	C	2	2
3	3	D	3	3
4	4	E	4	4
5	5		5	5
6	6		6	6
7	7		7	7
8	8		8	8
9	9		9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	●	○	●	●	●
●	○	○	○	●	○	●	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
2. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
3. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (B) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (C) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
4. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
5. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
6. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
7. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
8. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
9. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \text{ com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

	6	7 V-F	8	9
0	○	A	○	○
1	○	B	○	○
2	○	C	○	○
3	○	D	○	○
4	○	E	○	○
5	○		○	○
6	○		○	○
7	○		○	○
8	○		○	○
9	○		○	○

1. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

2. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

3. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

4. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

5. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gram-Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

6. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

7. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (B) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (C) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (D) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.

8. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

9. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5		5
6	6	6		6
7	7	7		7
8	8	8		8
9	9	9		9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	○	●	○	○	○
○	●	●	○	●	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

2. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

3. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

4. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (B) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (C) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (D) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (E) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.

5. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

6. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{1} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{1} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

7. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1+2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1-b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

8. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

9. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	6	7 V-F	8	9
0	○	A	○	○
1	○	B	○	○
2	○	C	○	○
3	○	D	○	○
4	○	E	○	○
5	○		○	○
6	○		○	○
7	○		○	○
8	○		○	○
9	○		○	○

1. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

2. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

3. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

4. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

5. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

6. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

7. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (B) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (C) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.

8. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

9. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	●	○	○	○	○
○	●	○	○	●	○	●	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	6	7	8	9 V-F
0	○	○	○	A ○
1	○	○	○	B ○
2	○	○	○	C ○
3	○	○	○	D ○
4	○	○	○	E ○
5	○	○	○	
6	○	○	○	
7	○	○	○	
8	○	○	○	
9	○	○	○	

1. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
2. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
3. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
4. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
5. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
6. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
7. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
8. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
9. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (B) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (C) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (D) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (E) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5		5	5	5
6		6	6	6
7		7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

●		●			●	●		●	
	●					●		●	

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
2. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (B) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (C) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- (D) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (E) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
3. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
4. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
5. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
6. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
7. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
8. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são:
$$[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } [T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$
onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
9. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	●	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	6	7	8	9 V-F
0	○	○	○	A ○
1	○	○	○	B ○
2	○	○	○	C ○
3	○	○	○	D ○
4	○	○	○	E ○
5	○	○	○	
6	○	○	○	
7	○	○	○	
8	○	○	○	
9	○	○	○	

- 1.** Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
- 2.** Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
- 5.** Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
- 7.** Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
- 9.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (B) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (C) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (E) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5		5	5	5
6		6	6	6
7		7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	●	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$.
(1.000, 0.000)

2. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (B) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (C) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (D) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (E) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.

3. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

4. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \text{ com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

5. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

6. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

7. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

8. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

9. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	○	○	○	○
●	●	●	○	●	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	6	7	8	9 V-F
0	○	○	○	A ○
1	○	○	○	B ○
2	○	○	○	C ○
3	○	○	○	D ○
4	○	○	○	E ○
5	○	○	○	
6	○	○	○	
7	○	○	○	
8	○	○	○	
9	○	○	○	

1. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
2. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
3. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
4. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
5. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
6. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
7. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
8. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
9. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (B) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (C) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (D) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	●	●	○	○	○
●	●	●	○	●	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6 V-F	7	8	9
A ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○
B ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○
C ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○
D ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○
E ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○
	5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○
	6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○
	7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○
	8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○
	9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○

- 1.** Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
- 4.** Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :
$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
- 6.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (B) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- (C) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (D) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- 7.** Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
- 9.** Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5		5
6	6	6		6
7	7	7		7
8	8	8		8
9	9	9		9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2^3}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
2. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
3. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
4. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (B) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (C) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (D) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (E) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
5. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
6. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
7. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)
8. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são:

$$[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } [T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$
 onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
9. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	○	●	●	●	○
●	●	○	○	●	○	●	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6 V-F	7	8	9
A ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○
B ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○
C ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○
D ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○
E ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○
	5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○
	6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○
	7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○
	8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○
	9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○

- 1.** Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases}$$
 com $a, b \in \mathbb{R}$. Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)
- 3.** Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)
- 6.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
- (B) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
- (C) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
- (D) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
- (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
- 7.** Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)
- 9.** Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	
6	6	6	6	
7	7	7	7	
8	8	8	8	
9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	○	●	●	○
○	●	○	○	○	○	○	●	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

2. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[T]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

3. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

4. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

5. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(Nu(T)) = 180$, então $\dim(Im(T)) = 120$.
 - (B) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (C) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (D) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (E) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.

6. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

7. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

8. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são: $[S]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $[T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

9. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \text{ com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F
0	0	0	0	A
1	1	1	1	B
2	2	2	2	C
3	3	3	3	D
4	4	4	4	E
5	5	5	5	
6	6	6	6	
7	7	7	7	
8	8	8	8	
9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	●	○	○	○	○
○	●	○	○	●	○	●	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

2. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

3. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)

4. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

5. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.
 - (B) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (C) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (D) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (E) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.

6. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são:

$$[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } [T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$
 onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

7. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

8. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

9. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.1
Exercício Escolar Final - 03/07/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	●	●	○	○
●	●	○	○	○	○	●	○	●	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	6	7	8 V-F	9
0	○	○	A	○
1	○	○	B	○
2	○	○	C	○
3	○	○	D	○
4	○	○	E	○
5	○	○		○
6	○	○		○
7	○	○		○
8	○	○		○
9	○	○		○

1. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que: $T(1, 1, 0) = (3, 1)$, $T(1, 0, -1) = (4, -2)$ e $T(2, 1, 1) = (1, -1)$. Assinale o valor obtido ao se multiplicarem os elementos não nulos de $[T]_{\epsilon_2}^{\epsilon_3}$, onde ϵ_j é a base canônica do \mathbb{R}^j , $j \in \{2, 3\}$. (1.000, 0.000)

2. Considere o sistema com soluções em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} 3x + 2(1+a)y + (1+2b)z = 1 + 2b \\ 3x + 3ay + 3bz = 3b \\ (2-ab)y + (1-b^2)z = 1 - b^2 \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}.$$
 Para que a matriz dos coeficientes tenha posto 2, no caso de $b \neq 1$, então $a = kb$, para algum k . Determine k . (1.000, 0.000)

3. Considere as seguintes transformações lineares: $S : P_2 \rightarrow P_1$ e $T : P_1 \rightarrow P_2$, cujas matrizes são:

$$[S]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } [T]_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$
 onde $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e β é uma base arbitrária de P_1 . Se $p(t) = 2 - t - 3t^2$ e $q(t) = T \circ S(p(t))$, então assinale $q(1)$. (1.000, 0.000)

4. Considere $M_{2 \times 2}$ com o p.i. $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Seja α a base: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$. Aplicando Gramm Schmidt a essa base, obtém-se: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}, C \right\}$, onde $C \in M_{2 \times 2}$. Assinale a soma dos módulos dos elementos de C . (1.000, 0.000)

5. Marque a soma dos autovalores (não levando em conta multiplicidade) da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1.000, 0.000)

6. Considere a matriz A do enunciado de uma outra questão da prova. Forme uma base de autovetores de A de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula é igual a 1. Marque o quadrado da soma dos módulos das coordenadas dos três vetores. (1.000, 0.000)

7. Seja $\alpha = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^2 , e β uma base tal que $[I]_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Considere o vetor (a, b) tal que $[(a, b)]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$. Assinale $a + b$. (1.000, 0.000)

8. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
 - (A) Todo operador ortogonal é um isomorfismo.
 - (B) Se uma transformação $T : \mathbb{R}^{300} \rightarrow \mathbb{R}^{250}$ é tal que $\dim(\text{Nu}(T)) = 180$, então $\dim(\text{Im}(T)) = 120$.
 - (C) Todo operador auto-adjunto preserva a norma de um vetor.
 - (D) No \mathbb{R}^3 com o p.i. de matriz $G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, o complemento ortogonal do vetor $(1, 2, -1)$ é o plano de equação: $x + 2y + z = 0$.
 - (E) A base canônica do \mathbb{R}^2 é ortonormal em qualquer produto interno.

9. Considere o plano $\pi : 2x + y - z = 9$ e o ponto $P = (1, -3, 2)$. Considere duas retas que passam por P : uma com a direção ortogonal a π e a outra com a direção do vetor $(3, -1, 1)$. Seja a a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e as interseções das retas com π . Marque $\sqrt{2}a$. (1.000, 0.000)