

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8	9 V-F
0	A	A	A
1	B	B	B
2	C	C	C
3	D	D	D
4	E	E	E
5	F	F	F
6			
7			
8			
9			

1. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
2. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
3. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema:
 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
4. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
5. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
6. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
7. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
  - (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
8. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
  - (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (E) 1
  - (F)  $\frac{1}{2}$
9. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (B) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  - (C) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  - (E) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (F) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5	F	5	F
6	6	6		6	
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

### CONTROLE MIXNFIX

●	●	●			●				
●				●				●	
		●							

7	8 V-F	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5	F	5
6		6
7		7
8		8
9		9

1. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-

solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

2. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

3. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha^\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

4. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)

- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .

5. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)

6. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

(A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

(D)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(E)  $\frac{1}{2}$

(F) 1

7. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

8. Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (C) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (D) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (F) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..

9. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

7	8	9
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

1. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

2. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)

3. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)

- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .

4. Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (B) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (C) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (E) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.

(F) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.

5. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema:  

$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

6. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

7. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

8. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

9. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $u_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (B) 1
- (C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (D)  $\frac{1}{2}$
- (E)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (F)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

7	8	9
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

- 1.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  - (B) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  - (D) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (E) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (F) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- 2.** Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
- 3.** Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
- 4.** Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- 5.** Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
- 6.** Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
- 7.** Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(Nu(T))$ . (0.750, -0.750)
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A) 1
  - (B)  $\frac{1}{2}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (F)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 9.** Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5	6 V-F
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

	7	8	9
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $u_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (C)  $\frac{1}{2}$
- (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (E)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (F) 1

2. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

3. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

4. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)

5. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

6. Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.

(C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.

(D) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.

(E) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..

(F) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.

7. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

8. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)

- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .

9. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5	6
A	0		A	0	
B	1		B	1	
C	2		C	2	
D	3		D	3	
E	4		E	4	
F	5		F	5	
	6			6	
	7			7	
	8			8	
	9			9	

### CONTROLE MIXNFIX

●	●			●	●				
		●		●		●		●	

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A) 1  
 (B)  $\frac{1}{2}$   
 (C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
 (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
 (F)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
2. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
3. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.  
 (B) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.  
 (C) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..  
 (D) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.  
 (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.  
 (F) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
4. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
5. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .  
 (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .  
 (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .  
 (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .  
 (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .  
 (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
6. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
7. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
8. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha^\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
9. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	0	A	0	A
B	1	1	B	1	B
C	2	2	C	2	C
D	3	3	D	3	D
E	4	4	E	4	E
F	5	5	F	5	F
	6	6		6	
	7	7		7	
	8	8		8	
	9	9		9	

### CONTROLE MIXNFIX

●			●		●	●		●	
●									
●		●							

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (C) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (E) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (F) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.

2. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

3. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

4. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)

- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .

(F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .

5. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha^\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

6. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (B) 1
- (C)  $\frac{1}{2}$
- (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

7. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(Nu(T))$ . (0.750, -0.750)

8. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema:  

$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

9. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F	F	5	5	5	5
		6	6	6	6
		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8 V-F	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5	F	5
6		6
7		7
8		8
9		9

1. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
2. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (B) 1
- (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (D)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (E)  $\frac{1}{2}$
- (F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
3. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha^\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
4. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
5. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
6. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
7. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
8. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (C) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (D) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (E) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (F) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
9. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	A	0	0
B	B	1	B	1	1
C	C	2	C	2	2
D	D	3	D	3	3
E	E	4	E	4	4
F	F	5	F	5	5
		6		6	6
		7		7	7
		8		8	8
		9		9	9

### CONTROLE MIXNFIX

●			●		●	●	●		
			●				●		
●									

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (B) 1
- (C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (F)  $\frac{1}{2}$

2. Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (E) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (F) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.

3. Considere o seguinte sistema linear com soluções em

$$\mathbb{R}^4: \begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases} \quad \text{Qual é o valor que } a$$

deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

4. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)

- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .

5. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

6. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

7. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(Nu(T))$ . (0.750, -0.750)

8. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

9. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

7	8 V-F	9
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>

1. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha^\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
  
2. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
  
3. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
  - (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
  
4. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
  
5. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
  
6. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
  
7. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
  - (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (C) 1
  - (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (E)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (F)  $\frac{1}{2}$
  
8. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  - (C) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (D) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  - (E) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (F) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  
9. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5
0	0	A	0	0
1	1	B	1	1
2	2	C	2	2
3	3	D	3	3
4	4	E	4	4
5	5	F	5	5
6	6		6	6
7	7		7	7
8	8		8	8
9	9		9	9

### CONTROLE MIXNFIX

		●	●			●	●		
		●		●		●		●	

6	7	8	9
0	0	A	A
1	1	B	B
2	2	C	C
3	3	D	D
4	4	E	E
5	5	F	F
6	6		
7	7		
8	8		
9	9		

- 1.** Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
- 2.** Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha^\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
- 3.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (B) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  - (D) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  - (E) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (F) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- 4.** Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é l.i.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
- 5.** Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
- 6.** Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
- 7.** Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
- 8.** Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- 9.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (C)  $\frac{1}{2}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (E) 1
  - (F)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

7	8	9
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

1. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
2. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
3. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
4. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
5. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (D) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (E) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (F) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
6. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
7. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
8. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(Nu(T))$ . (0.750, -0.750)
9. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (B) 1
- (C)  $\frac{1}{2}$
- (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (F)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5	6
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

	7	8 V-F	9
0	<input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>		
7	<input type="radio"/>		
8	<input type="radio"/>		
9	<input type="radio"/>		

1. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
  
2. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
  
3. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
  
4. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema:
 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
  
5. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
  
6. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
  - (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (B) 1
  - (C)  $\frac{1}{2}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (E)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  
7. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
  
8. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  - (B) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  - (C) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (D) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (E) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (F) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  
9. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
  - (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>

7	8	9
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

1. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
2. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
3. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
4. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (B) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  - (C) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (D) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (E) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  - (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
5. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (C)  $\frac{1}{2}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (F) 1
6. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
7. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
8. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
9. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

7	8	9
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
2. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (C) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (E) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (F) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
3. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
4. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
5. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
6. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
7. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (B)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (C)  $\frac{1}{2}$
- (D) 1
- (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (F)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
8. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema:  

$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
9. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

7	8	9
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
2. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
 (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (C)  $\frac{1}{2}$   
 (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (E) 1  
 (F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
4. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
5. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
6. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (B) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (D) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (F) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
7. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
8. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
9. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

		●				●		●	●					
●				●		●								
●														

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	A	A	0
1	B	1	B	B	1
2	C	2	C	C	2
3	D	3	D	D	3
4	E	4	E	E	4
5	F	5	F	F	5
6		6			6
7		7			7
8		8			8
9		9			9

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
2. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (B) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (C) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
3. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
4. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{1}{2}$
- (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (F) 1
5. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
6. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
7. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
8. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
9. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	A	0	0	0
B	1	B	1	1	1
C	2	C	2	2	2
D	3	D	3	3	3
E	4	E	4	4	4
F	5	F	5	5	5
	6		6	6	6
	7		7	7	7
	8		8	8	8
	9		9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

●	●							●	●
						●		●	
●		●							

7	8	9 V-F
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	F
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (E)  $\frac{1}{2}$
- (F) 1

2. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

3. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)

- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .

4. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

5. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

6. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)

7. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema:  

$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

8. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

9. Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (C) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (D) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	0	0	A	A
B	1	1	1	1	B	B
C	2	2	2	2	C	C
D	3	3	3	3	D	D
E	4	4	4	4	E	E
F	5	5	5	5	F	F
	6	6	6	6		
	7	7	7	7		
	8	8	8	8		
	9	9	9	9		

### CONTROLE MIXNFIX

●			●	●		●			●
●		●		●					

	7	8	9
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

1. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (B)  $\frac{1}{2}$
- (C) 1
- (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

2. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

3. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

4. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

5. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)

- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .

- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .

6. Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (B) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (C) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (D) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (E) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (F) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.

7. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)

8. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

9. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	6	
	7	7	7	7	7	
	8	8	8	8	8	
	9	9	9	9	9	

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	●	○	○	○	○	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

	7 V-F	8	9
A	0	0	0
B	1	1	1
C	2	2	2
D	3	3	3
E	4	4	4
F	5	5	5
	6	6	6
	7	7	7
	8	8	8
	9	9	9

1. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $u_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (C)  $\frac{1}{2}$
- (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (F) 1

2. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

3. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

4. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

5. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)

6. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)

- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .

- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .

7. Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (B) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (C) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (D) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (F) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.

8. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

9. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	0	A
B	B	1	1	1	B
C	C	2	2	2	C
D	D	3	3	3	D
E	E	4	4	4	E
F	F	5	5	5	F
		6	6	6	
		7	7	7	
		8	8	8	
		9	9	9	

### CONTROLE MIXNFIX

			●	●			●	●	
	●		●						
●		●							

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .

2. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (B) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (C) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  - (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  - (E) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  - (F) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..

3. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema:
- $$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
- Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

4. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha^\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
5. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
6. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A)  $\frac{1}{2}$
- (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (F) 1

7. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
8. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

9. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
- $$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
- Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	A	0	0	0
B	B	B	1	1	1
C	C	C	2	2	2
D	D	D	3	3	3
E	E	E	4	4	4
F	F	F	5	5	5
			6	6	6
			7	7	7
			8	8	8
			9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	●	●	●	○	●	●
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .

2. Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (B) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (D) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.

3. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (C)  $\frac{1}{2}$
- (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (E)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (F) 1

4. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

5. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

6. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

7. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

8. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

9. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

7	8	9
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

- 1.** Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- 2.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (B) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  - (C) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  - (D) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (E) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- 3.** Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
- 4.** Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
- 5.** Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
- 6.** Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
- 7.** Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (C) 1
  - (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (E)  $\frac{1}{2}$
  - (F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- 9.** Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

7	8 V-F	9
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/>		

1. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
2. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
3. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
4. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
5. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
6. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha^\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
7. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
8. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  - (B) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  - (C) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (D) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  - (F) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
9. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (B)  $\frac{1}{2}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (E) 1
  - (F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
0	A	A	0	0	A
1	B	B	1	1	B
2	C	C	2	2	C
3	D	D	3	3	D
4	E	E	4	4	E
5	F	F	5	5	F
6			6	6	
7			7	7	
8			8	8	
9			9	9	

### CONTROLE MIXNFIX

●		●		●		●		●	
●						●		●	

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

- 1.** Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
- 2.** Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (E) 1
  - (F)  $\frac{1}{2}$
- 4.** Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
- 5.** Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
- 6.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  - (C) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (D) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  - (E) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  - (F) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- 7.** Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
- 8.** Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
- 9.** Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

	●			●		●	●			●				
				●		●								
		●												

1	2	3	4 V-F	5	6
0	A	0	A	0	A
1	B	1	B	1	B
2	C	2	C	2	C
3	D	3	D	3	D
4	E	4	E	4	E
5	F	5	F	5	F
6		6		6	
7		7		7	
8		8		8	
9		9		9	

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
2. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
3. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
4. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (D) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (F) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
5. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
6. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (C)  $\frac{1}{2}$
- (D) 1
- (E)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (F)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
7. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(Nu(T))$ . (0.750, -0.750)
8. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
9. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5	6
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

	7	8 V-F	9
0	<input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>		
7	<input type="radio"/>		
8	<input type="radio"/>		
9	<input type="radio"/>		

- 1.** Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
- 2.** Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
- 3.** Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
- 4.** Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
- 5.** Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
 (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (C)  $\frac{1}{2}$   
 (D) 1  
 (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
 (F)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 7.** Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha^\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
- 8.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.  
 (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.  
 (C) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.  
 (D) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..  
 (E) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.  
 (F) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- 9.** Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .  
 (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .  
 (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .  
 (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .  
 (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .  
 (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

7	8	9
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
  
2. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
  - (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (B)  $\frac{1}{2}$
  - (C) 1
  - (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  
3. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  - (B) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (C) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  - (D) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (E) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  
4. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
  
5. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
  - (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  
6. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
  
7. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
  
8. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema:
 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
  
9. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5	F	5
6	6	6		6
7	7	7		7
8	8	8		8
9	9	9		9

### CONTROLE MIXNFIX

●				●	●	●		●	
		●						●	
		●							

6	7	8	9
0	A	A	0
1	B	B	1
2	C	C	2
3	D	D	3
4	E	E	4
5	F	F	5
6			6
7			7
8			8
9			9

1. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
2. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
3. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
4. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  - (C) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  - (D) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (E) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (F) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
5. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
6. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
7. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
  - (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (E)  $\frac{1}{2}$
  - (F) 1
8. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
  - (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
9. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	A	0	0	A
B	1	B	1	1	B
C	2	C	2	2	C
D	3	D	3	3	D
E	4	E	4	4	E
F	5	F	5	5	F
	6		6	6	
	7		7	7	
	8		8	8	
	9		9	9	

### CONTROLE MIXNFIX

	●	●		●		●		●	
●		●		●					

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (B)  $\frac{1}{2}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (D) 1
  - (E)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
2. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
3. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
4. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha^\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
5. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
6. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  - (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  - (C) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (D) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (E) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (F) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
7. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
8. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
9. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0		A	0	
B	1		B	1	
C	2		C	2	
D	3		D	3	
E	4		E	4	
F	5		F	5	
	6			6	
	7			7	
	8			8	
	9			9	

### CONTROLE MIXNFIX

		●	●	●	●	●	●	●	●
					●		●		
●		●							

7 V-F	8	9
A	0	
B	1	
C	2	
D	3	
E	4	
F	5	
	6	
	7	
	8	
	9	

- 1.** Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- 2.** Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (E)  $\frac{1}{2}$
  - (F) 1
- 4.** Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
- 5.** Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
- 6.** Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(Nu(T))$ . (0.750, -0.750)
- 7.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  - (B) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (C) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  - (D) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  - (F) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- 8.** Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
- 9.** Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

7	8	9
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

1. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
2. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
(B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
(C) 1  
(D)  $\frac{1}{2}$   
(E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
(F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
4. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema:
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
5. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
6. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (C) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (D) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (E) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
7. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
8. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
9. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>				6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/>

7	8	9
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere o seguinte sistema linear com soluções em

$$\mathbb{R}^4: \begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases} \quad \text{Qual é o valor que } a$$

deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

2. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-

$$\text{solução do sistema: } \begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$

Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

3. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)

- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .

4. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (C) 1
- (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (F)  $\frac{1}{2}$

5. Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (B) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (C) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (F) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..

6. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha^\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

7. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

8. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)

9. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

7	8	9
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

1. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
- $$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
- Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

2. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)

3. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (C)  $\frac{1}{2}$
- (D)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (E)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (F) 1

4. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (B) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  - (D) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.

(E) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.

(F) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.

5. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

6. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema:
- $$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
- Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

7. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

8. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)

- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .

9. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	A	0	A	0
B	1	B	1	B	1
C	2	C	2	C	2
D	3	D	3	D	3
E	4	E	4	E	4
F	5	F	5	F	5
	6		6		6
	7		7		7
	8		8		8
	9		9		9

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

- 1.** Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- 2.** Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (B) 1
  - (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (D)  $\frac{1}{2}$
  - (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- 4.** Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
- 5.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (B) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (C) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (D) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  - (E) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  - (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- 6.** Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema:  

$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
- 7.** Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(Nu(T))$ . (0.750, -0.750)
- 8.** Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
- 9.** Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5	F	5
6	6	6		6
7	7	7		7
8	8	8		8
9	9	9		9

*CONTROLE MIXNFIX*

●	●		●		●				
	●			●		●			
●									

6	7	8	9
0	A	0	A
1	B	1	B
2	C	2	C
3	D	3	D
4	E	4	E
5	F	5	F
6		6	
7		7	
8		8	
9		9	

1. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
  
2. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
  
3. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
  
4. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
  - (B) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
  - (C) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
  - (D) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
  - (E) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
  - (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
  
5. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema:
 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
  
6. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
  
7. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
  - (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
  - (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
  - (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
  - (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
  - (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
  
8. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
  
9. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
  - (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (B) 1
  - (C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (D)  $\frac{1}{2}$
  - (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (F)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	A	0	0	0	A
B	B	1	1	1	B
C	C	2	2	2	C
D	D	3	3	3	D
E	E	4	4	4	E
F	F	5	5	5	F
		6	6	6	
		7	7	7	
		8	8	8	
		9	9	9	

*CONTROLE MIXNFIX*

●		●		●	●		●		
	●				●		●		

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (B) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (C) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (D) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.

2. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (B)  $\frac{1}{2}$
- (C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (D)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (F) 1

3. Considere o seguinte sistema linear com soluções em

$$\mathbb{R}^4: \begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases} \quad \text{Qual é o valor que } a$$

deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

4. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

5. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

6. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)

- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .

7. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(Nu(T))$ . (0.750, -0.750)

8. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

9. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5 V-F	6
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>

	7	8	9
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
F	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{1}{2}$   
 (B) 1  
 (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
 (F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
2. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha^\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)
3. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)
4. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
5. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (B) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (C) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (E) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (F) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
6. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
7. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
8. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
9. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0 ○ ○	A ○	A ○ ○	A ○	0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	B ○	B ○ ○	B ○	1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	C ○	C ○ ○	C ○	2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	D ○	D ○ ○	D ○	3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	E ○	E ○ ○	E ○	4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	F ○	F ○ ○	F ○	5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○				6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○				7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○				8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○				9 ○ ○	9 ○ ○

7	8	9
0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○

1. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)
2. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)
- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
3. Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (B) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (D) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
4. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)
- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (C) 1
- (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (E)  $\frac{1}{2}$
- (F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
5. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)
6. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)
7. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)
8. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(Nu(T))$ . (0.750, -0.750)
9. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

6	7	8	9
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>

1. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

2. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

3. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)

4. Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.
- (B) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (C) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (D) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[I]_{\alpha}^{\beta}$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.

5. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

6. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é l.i.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)

7. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (D)  $\frac{1}{2}$
- (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (F) 1

8. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)

- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .

9. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Exercício Escolar Final - 15/07/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
0 ○ ○	A ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	A ○
1 ○ ○	B ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	B ○
2 ○ ○	C ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	C ○
3 ○ ○	D ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	D ○
4 ○ ○	E ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	E ○
5 ○ ○	F ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	F ○	F ○
6 ○ ○		6 ○ ○	6 ○ ○		
7 ○ ○		7 ○ ○	7 ○ ○		
8 ○ ○		8 ○ ○	8 ○ ○		
9 ○ ○		9 ○ ○	9 ○ ○		

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	●	●	○	○	○
●	●	●	○	●	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8	9
0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○

1. Considere no  $\mathbb{R}^8$  os subespaços  $U$  e  $W$  tais que:  $\dim(U) = 4$ ,  $\dim(U \cap W) = 3$ , e  $W$  é conjunto-solução do sistema: 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_4 + x_5 + x_8 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 + 3x_5 - x_8 = 0 \\ 2x_1 - 11x_4 + x_5 + 5x_8 = 0 \end{cases}$$
 Marque  $\dim(U + W)$ . (1.000, -1.000)

2. Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Autovetores de operadores ortogonais, associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Considere duas retas reversas quaisquer. Nos dois pontos das retas (um em cada) que estão mais próximos entre si, passa uma única reta que é ortogonal às duas reversas.
- (C) Um operador que é auto-adjunto com relação a um p.i. será auto-adjunto com relação a qualquer p.i., pois o que o caracteriza como tal é que sua matriz é simétrica, e esta propriedade não depende de p.i..
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se a matriz de mudança de base  $[T]_\alpha^\beta$  for ortogonal e  $\beta$  for ortonormal então a base  $\alpha$  é obrigatoriamente ortonormal.
- (E) Seja  $T : P_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  transformação linear. Saber que  $T$  é injetiva não é suficiente para se dizer que  $T^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2$  existe.
- (F) A composta de dois operadores: um auto-adjunto com um ortogonal resulta num outro operador que em geral não é nem auto-adjunto nem ortogonal.

3. Considere  $T : V \rightarrow \mathbb{R}^4$  transformação linear, e seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$  uma base de  $V$ . Suponha que  $T(v_1) = (1, 2, 1, -1)$ ,  $T(v_2) = (2, 1, 2, 0)$ ,  $T(v_3) = (2, 7, 2, -4)$ ,  $T(v_4) = T(v_1) + T(v_2) - T(v_3)$  e o conjunto  $\{T(v_1), T(v_2), T(v_5)\}$  é L.I.. Marque  $\dim(\text{Nu}(T))$ . (0.750, -0.750)

4. Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Marque a soma dos quadrados dos autovalores. (0.750, -0.750)

5. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.250, -1.250)

- (A) 1

(B)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

(C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(E)  $\frac{1}{2}$

(F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

6. Considere a matriz  $A$  de outro quesito. Marque a alternativa verdadeira: (0.750, -0.750)

- (A) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (B) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{2}x$ .
- (C) Seus autovetores pertencem à reta  $y = 2x$  ou à reta  $y = -\frac{1}{2}x$ .
- (D) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -x$  ou à reta  $y = 2x$ .
- (E) Seus autovetores pertencem à reta  $y = x$  ou à reta  $y = -x$ .
- (F) Seus autovetores pertencem à reta  $y = -3x$  ou à reta  $y = \frac{1}{3}x$ .

7. Considere o seguinte sistema linear com soluções em  $\mathbb{R}^4$ : 
$$\begin{cases} x + y + z + 2w = 5 \\ -y + 2z - w = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 7w = a \end{cases}$$
 Qual é o valor que  $a$  deve assumir para que o sistema admita pelo menos uma solução? (1.000, -1.000)

8. Considere  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por:  $T(x, y, z) = (x + z, y + z, x + y)$ . Se  $\alpha = \{(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 1)\}$  então considere a matriz  $[T]_\alpha^\alpha$ . Marque a soma dos quadrados dos elementos dessa matriz. (1.000, -1.000)

9. Considere no  $\mathbb{R}^3$  o plano  $\pi$  de equação  $2x - y + z = 3$ . Seja  $(x_0, y_0, z_0)$  o ponto do plano que está mais próximo do ponto  $(-11, 7, 8)$ . Marque  $x_0 + y_0 + z_0$ . (1.000, -1.000)