Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F	F	5
6	6	6			6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

7 V-F	8	9 V-F
A	0	A
B	1	B
C	2	C
D	3	D
E	4	E
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	

1. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

2. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

3. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

4. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$ Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$
(B) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$
(C) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$
(D) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$
(E) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$
(F) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

5. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x + 7y + 2z + 7w = 0$
(B) $x - y - z - 3w = 0$
(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$
(D) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$
(E) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$
(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

6. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

7. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(B) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(C) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

8. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

9. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(B) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2 V-F	3	4	5 V-F	6	7	8	9
A	A	0	0	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4	4	E	4
F		5	5		5	5	F	5
		6	6		6	6		6
		7	7		7	7		7
		8	8		8	8		8
		9	9		9	9		9

1. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(B) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(C) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(D) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(E) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(F) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

2. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(B) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

3. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

4. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

5. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(B) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(C) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

6. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

7. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

8. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(D) $x - y - z - 3w = 0$

(E) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(F) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

9. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3 V-F	4 V-F	5	6
A	0	A	A	0	0
B	1	B	B	1	1
C	2	C	C	2	2
D	3	D	D	3	3
E	4	E	E	4	4
F	5			5	5
	6			6	6
	7			7	7
	8			8	8
	9			9	9

7	8	9
A	0	0
B	1	1
C	2	2
D	3	3
E	4	4
F	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9

1. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x - y - z - 3w = 0$

(B) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

2. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \ \ 14 \ \ 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

3. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(C) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(D) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(E) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

4. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(B) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(C) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(D) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(E) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

6. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$:
$s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$
Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

7. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$.
Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(B) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(C) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(D) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(E) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(F) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

8. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

9. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3 V-F	4	5
0	0	A	0	0
1	1	B	1	1
2	2	C	2	2
3	3	D	3	3
4	4	E	4	4
5	5		5	5
6	6		6	6
7	7		7	7
8	8		8	8
9	9		9	9

6	7 V-F	8	9
0	A	A	A
1	B	B	B
2	C	C	C
3	D	D	D
4	E	E	E
5		F	F
6			
7			
8			
9			

1. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

3. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(B) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(C) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(D) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(E) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

4. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$:
$$s: \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$$
Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

5. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s: \begin{cases} x = 4+3t \\ y = 2-t \\ z = -1+2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x+y+z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r: \begin{cases} x+2y-z = 5 \\ 2x-y+z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

6. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

7. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(C) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(E) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

8. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x - y - z - 3w = 0$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(F) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

9. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(B) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(C) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(D) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(E) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(F) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5	F	5		5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

7	8	9 V-F
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5	F	
6		
7		
8		
9		

1. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

2. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

3. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(B) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(C) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(D) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(E) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(F) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

5. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(C) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

6. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

7. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

8. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(D) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(E) $x - y - z - 3w = 0$

(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

9. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(B) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________ **Identificação:** ______________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3 V-F	4	5 V-F	6
0	A	A	0	A	0
1	B	B	1	B	1
2	C	C	2	C	2
3	D	D	3	D	3
4	E	E	4	E	4
5	F		5		5
6			6		6
7			7		7
8			8		8
9			9		9

7	8	9
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	F
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano π : $x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

2. Considere os subespaços do $I\!R^4$: U_1 : $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(B) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(C) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(D) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(E) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(F) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

3. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(B) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(C) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(D) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(E) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

5. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$.
Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(C) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

6. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

7. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$
Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

8. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

9. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(B) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(F) $x - y - z - 3w = 0$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3 V-F	4 V-F	5	6
A	A	A	A	0	0
B	B	B	B	1	1
C	C	C	C	2	2
D	D	D	D	3	3
E	E	E	E	4	4
F	F			5	5
				6	6
				7	7
				8	8
				9	9

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(C) $x - y - z - 3w = 0$

(D) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(F) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

2. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1, 0, 0, 2/3), (0, 1, 0, -1/3), (0, 0, 1, 1/3)\}$

(B) $\{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 2, 3), (-1, 1, 2, 1)\}$

(C) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

(D) $\{(1, 0, 0, -1/7), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, -2/7)\}$

(E) $\{(1, 1, 0, -1), (2, 1, 0, -3), (0, 1, 1, -2)\}$

(F) $\{(2, -1, 1, -1), (1, 2, 1, 2), (1, 7, 2, 7)\}$

3. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(B) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(C) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2, 1), (2, -1)\}$

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

4. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(B) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(C) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(D) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

5. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$:

$$s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$$

Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

6. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 1, -1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

8. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1, 2) = (2, -1)$, $T(2, 1) = (1, 1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$. (1.000, 0.000)

9. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4	5	6 V-F
0	A	A	0	0	A
1	B	B	1	1	B
2	C	C	2	2	C
3	D	D	3	3	D
4	E	E	4	4	E
5	F	F	5	5	
6			6	6	
7			7	7	
8			8	8	
9			9	9	

7	8 V-F	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5		5
6		6
7		7
8		8
9		9

1. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s: \begin{cases} x = 4+3t \\ y = 2-t \\ z = -1+2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano π : $x+y+z=1$. Seja d a distância de P à reta $r: \begin{cases} x+2y-z=5 \\ 2x-y+z=-2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

2. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: U_1+U_2. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x-y+z-w=0 \\ x-y-z-3w=0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x+2w/3=0 \\ y-w/3=0 \\ z+w/3=0 \end{cases}$

(C) $x+7y+2z+7w=0$

(D) $x-y-z-3w=0$

(E) $\begin{cases} 2x-y+z-w=0 \\ x+2y+z+2w=0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} x-w/7=0 \\ y-w=0 \\ z-2w/7=0 \end{cases}$

3. Considere os subespaços do $I\!R^4$: U_1 : $\begin{cases} 2x-y+z-w=0 \\ x+2y+z+2w=0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x+7y+2z+7w=0 \\ x-y-z-3w=0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para U_1+U_2. (1.000, -1.000)

(A) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(B) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(C) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(D) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(E) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(F) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

4. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v=(a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

5. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2)=(2,-1)$, $T(2,1)=(1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y)=(x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v=(S\circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

6. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W)=20$, $dim(Im(S))=15$ e $dim(Nu(T))=12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V)=35$.

(B) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(D) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1,v_2,v_3]^\perp = [v_4,v_5,...,v_n]$.

(E) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t),g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1,v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t)=v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

8. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a,b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(B) Se $a=1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(C) Se $a=4$ e $b=1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(D) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(E) Se $a=4$ e $b=1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

9. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax-ay-az=-2a \\ (a-1)x+(2-a)y-(a+1)z=a \\ (2a-1)x+(2-a)y-(2a+1)z=1-a \end{cases}$ Encontre o valor de $a>0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x=-\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○	0 ○	0 ○	0 ○	0 ○	0 ○	0 ○	0 ○	0 ○	0 ○	0 ○
1 ○	1 ○	1 ○	1 ○	1 ○	1 ○	1 ○	1 ○	1 ○	1 ○	1 ○
2 ○	2 ○	2 ○	2 ○	2 ○	2 ○	2 ○	2 ○	2 ○	2 ○	2 ○
3 ○	3 ○	3 ○	3 ○	3 ○	3 ○	3 ○	3 ○	3 ○	3 ○	3 ○
4 ○	4 ○	4 ○	4 ○	4 ○	4 ○	4 ○	4 ○	4 ○	4 ○	4 ○
5 ○	5 ○	5 ○	5 ○	5 ○	5 ○	5 ○	5 ○	5 ○	5 ○	5 ○
6 ○	6 ○	6 ○	6 ○	6 ○	6 ○	6 ○	6 ○	6 ○	6 ○	6 ○
7 ○	7 ○	7 ○	7 ○	7 ○	7 ○	7 ○	7 ○	7 ○	7 ○	7 ○
8 ○	8 ○	8 ○	8 ○	8 ○	8 ○	8 ○	8 ○	8 ○	8 ○	8 ○
9 ○	9 ○	9 ○	9 ○	9 ○	9 ○	9 ○	9 ○	9 ○	9 ○	9 ○

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	●	●	●	○
○	○	○	○	●	○	○	○	●	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4 V-F	5	6
0 ○ ○	0 ○ ○	A ○ ○	A ○ ○	A ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○	B ○ ○	B ○ ○	B ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○	C ○ ○	C ○ ○	C ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○	D ○ ○	D ○ ○	D ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○	E ○ ○	E ○ ○	E ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○			F ○	5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○				6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○				7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○				8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○				9 ○ ○

7	8	9
0 ○ ○	0 ○ ○	A ○
1 ○ ○	1 ○ ○	B ○
2 ○ ○	2 ○ ○	C ○
3 ○ ○	3 ○ ○	D ○
4 ○ ○	4 ○ ○	E ○
5 ○ ○	5 ○ ○	F ○
6 ○ ○	6 ○ ○	
7 ○ ○	7 ○ ○	
8 ○ ○	8 ○ ○	
9 ○ ○	9 ○ ○	

1. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

3. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(B) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(C) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(D) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(E) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

4. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1), (2,-1)\}$

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(E) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

5. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x - y - z - 3w = 0$

(B) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(D) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

6. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0), (2,0,1), (0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

7. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$:
$$s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$$
Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

8. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

9. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,1,0,-1), (2,1,0,-3), (0,1,1,-2)\}$

(B) $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$

(C) $\{(0,0,0,1), (0,1,2,3), (-1,1,2,1)\}$

(D) $\{(2,-1,1,-1), (1,2,1,2), (1,7,2,7)\}$

(E) $\{(1,0,0,-1/7), (0,1,0,-1), (0,0,1,-2/7)\}$

(F) $\{(1,0,0,2/3), (0,1,0,-1/3), (0,0,1,1/3)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4	5	6 V-F	7	8 V-F	9
0	0	0	0	A	A	A	A	0
1	1	1	1	B	B	B	B	1
2	2	2	2	C	C	C	C	2
3	3	3	3	D	D	D	D	3
4	4	4	4	E	E	E	E	4
5	5	5	5	F		F		5
6	6	6	6					6
7	7	7	7					7
8	8	8	8					8
9	9	9	9					9

1. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

2. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

3. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

4. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

5. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(B) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(C) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(D) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(E) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(F) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

6. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(B) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(C) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(D) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(E) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

7. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(B) $x - y - z - 3w = 0$

(C) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(D) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

8. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

9. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4 V-F	5	6
0	A	0	A	0	0
1	B	1	B	1	1
2	C	2	C	2	2
3	D	3	D	3	3
4	E	4	E	4	4
5	F	5		5	5
6		6		6	6
7		7		7	7
8		8		8	8
9		9		9	9

7	8	9 V-F
A	0	A
B	1	B
C	2	C
D	3	D
E	4	E
F	5	
	6	
	7	
	8	
	9	

1. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$
Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

2. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x - y - z - 3w = 0$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(C) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(D) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

3. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

4. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(B) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2, 1), (2, -1)\}$

(D) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

5. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1, 2) = (2, -1)$, $T(2, 1) = (1, 1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$. (1.000, 0.000)

6. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 1, -1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

7. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$.
Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1, 1, 0, -1), (2, 1, 0, -3), (0, 1, 1, -2)\}$

(B) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

(C) $\{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 2, 3), (-1, 1, 2, 1)\}$

(D) $\{(2, -1, 1, -1), (1, 2, 1, 2), (1, 7, 2, 7)\}$

(E) $\{(1, 0, 0, -1/7), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, -2/7)\}$

(F) $\{(1, 0, 0, 2/3), (0, 1, 0, -1/3), (0, 0, 1, 1/3)\}$

8. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

9. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(B) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(C) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(D) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(E) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1 V-F	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	A	A
B	B	1	1	B	B
C	C	2	2	C	C
D	D	3	3	D	D
E	E	4	4	E	E
		5	5	F	F
		6	6		
		7	7		
		8	8		
		9	9		

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(B) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(C) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

2. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(C) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2, 1), (2, -1)\}$

(E) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

3. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 1, -1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \quad 14 \quad 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

4. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

5. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(D) $x - y - z - 3w = 0$

(E) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(F) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

6. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

(B) $\{(2, -1, 1, -1), (1, 2, 1, 2), (1, 7, 2, 7)\}$

(C) $\{(1, 0, 0, -1/7), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, -2/7)\}$

(D) $\{(1, 1, 0, -1), (2, 1, 0, -3), (0, 1, 1, -2)\}$

(E) $\{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 2, 3), (-1, 1, 2, 1)\}$

(F) $\{(1, 0, 0, 2/3), (0, 1, 0, -1/3), (0, 0, 1, 1/3)\}$

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

8. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

9. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1, 2) = (2, -1)$, $T(2, 1) = (1, 1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3 V-F	4	5
0	0	A	0	0
1	1	B	1	1
2	2	C	2	2
3	3	D	3	3
4	4	E	4	4
5	5		5	5
6	6		6	6
7	7		7	7
8	8		8	8
9	9		9	9

6 V-F	7	8	9
A	A	0	A
B	B	1	B
C	C	2	C
D	D	3	D
E	E	4	E
	F	5	F
		6	
		7	
		8	
		9	

1. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7\ \ 14\ \ 21)^t$, então encontre o $v=(a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

2. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4+3t \\ y = 2-t \\ z = -1+2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x+y+z=1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x+2y-z=5 \\ 2x-y+z=-2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

3. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a,b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a=1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(B) Se $a=4$ e $b=1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se $a=4$ e $b=1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

4. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax-ay-az=-2a \\ (a-1)x+(2-a)y-(a+1)z=a \\ (2a-1)x+(2-a)y-(2a+1)z=1-a \end{cases}$ Encontre o valor de $a>0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

5. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2)=(2,-1)$, $T(2,1)=(1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y)=(x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

6. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1,v_2,v_3]^\perp = [v_4,v_5,...,v_n]$.

(B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(C) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W)=20$, $dim(Im(S))=15$ e $dim(Nu(T))=12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V)=35$.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

7. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: U_1+U_2. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x-w/7=0 \\ y-w=0 \\ z-2w/7=0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x-y+z-w=0 \\ x-y-z-3w=0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x-y+z-w=0 \\ x+2y+z+2w=0 \end{cases}$

(D) $x+7y+2z+7w=0$

(E) $\begin{cases} x+2w/3=0 \\ y-w/3=0 \\ z+w/3=0 \end{cases}$

(F) $x-y-z-3w=0$

8. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t),g(t)\rangle = \displaystyle\int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1,v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t)=v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

9. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x-y+z-w=0 \\ x+2y+z+2w=0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x+7y+2z+7w=0 \\ x-y-z-3w=0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para U_1+U_2. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(B) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(C) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(D) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(E) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(F) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5	F	
6	6	6	6		
7	7	7	7		
8	8	8	8		
9	9	9	9		

7	8 V-F	9
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5		F
6		
7		
8		
9		

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

2. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

3. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$:

$$s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$$

Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

4. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0), (2,0,1), (0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

5. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(0,0,0,1), (0,1,2,3), (-1,1,2,1)\}$
(B) $\{(1,0,0,2/3), (0,1,0,-1/3), (0,0,1,1/3)\}$
(C) $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$
(D) $\{(1,1,0,-1), (2,1,0,-3), (0,1,1,-2)\}$
(E) $\{(2,-1,1,-1), (1,2,1,2), (1,7,2,7)\}$
(F) $\{(1,0,0,-1/7), (0,1,0,-1), (0,0,1,-2/7)\}$

6. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
(B) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.
(C) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.
(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.
(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

7. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

8. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1), (2,-1)\}$
(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.
(C) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.
(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.
(E) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

9. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$
(B) $x + 7y + 2z + 7w = 0$
(C) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$
(D) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$
(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$
(F) $x - y - z - 3w = 0$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3 V-F	4	5	6
A	0	A	0	0	0
B	1	B	1	1	1
C	2	C	2	2	2
D	3	D	3	3	3
E	4	E	4	4	4
F	5		5	5	5
	6		6	6	6
	7		7	7	7
	8		8	8	8
	9		9	9	9

7	8 V-F	9
A	A	0
B	B	1
C	C	2
D	D	3
E	E	4
F		5
		6
		7
		8
		9

1. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(B) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(C) $x - y - z - 3w = 0$

(D) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

2. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

3. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(B) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

4. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

6. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

7. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(B) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(C) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(D) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(E) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(F) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

8. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(B) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(C) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

9. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	A
1	1	1	B	B	B
2	2	2	C	C	C
3	3	3	D	D	D
4	4	4	E	E	E
5	5	5	F		F
6	6	6			
7	7	7			
8	8	8			
9	9	9			

7	8 V-F	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5		5
6		6
7		7
8		8
9		9

1. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \ \ 14 \ \ 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

2. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s \ : \ \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

4. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(D) $x - y - z - 3w = 0$

(E) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

5. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

6. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(B) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(C) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(D) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(E) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(F) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

7. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

8. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(C) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(D) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(E) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

9. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s \ : \ \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	0	0
1	B	B	1	1	1
2	C	C	2	2	2
3	D	D	3	3	3
4	E	E	4	4	4
5		F	5	5	5
6			6	6	6
7			7	7	7
8			8	8	8
9			9	9	9

7	8	9 V-F
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5	F	
6		
7		
8		
9		

1. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano π : $x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

2. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(B) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(C) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

3. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

(B) $\{(1, 0, 0, 2/3), (0, 1, 0, -1/3), (0, 0, 1, 1/3)\}$

(C) $\{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 2, 3), (-1, 1, 2, 1)\}$

(D) $\{(2, -1, 1, -1), (1, 2, 1, 2), (1, 7, 2, 7)\}$

(E) $\{(1, 1, 0, -1), (2, 1, 0, -3), (0, 1, 1, -2)\}$

(F) $\{(1, 0, 0, -1/7), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, -2/7)\}$

4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

5. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 1, -1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

6. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1, 2) = (2, -1)$, $T(2, 1) = (1, 1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$. (1.000, 0.000)

7. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

8. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(B) $x - y - z - 3w = 0$

(C) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(F) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

9. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(B) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2, 1), (2, -1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2 V-F	3	4	5	6	7	8 V-F	9
0	A	0	A	0	0	0	A	A
1	B	1	B	1	1	1	B	B
2	C	2	C	2	2	2	C	C
3	D	3	D	3	3	3	D	D
4	E	4	E	4	4	4	E	E
5		5	F	5	5	5		F
6		6		6	6	6		
7		7		7	7	7		
8		8		8	8	8		
9		9		9	9	9		

1. Considere duas transformações lineares: $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

2. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in \mathbb{R}$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(B) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

4. Considere o subespaço do $\mathbb{R}^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(D) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(E) $x - y - z - 3w = 0$

(F) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

5. Considere o seguinte sistema, onde $a \in \mathbb{R}$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

6. Considere no $\mathbb{R}^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $\mathbb{R}^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

7. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

8. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(B) No espaço $\mathbb{R}$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(D) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(E) Em $\mathbb{R}^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

9. Considere os subespaços do $\mathbb{R}^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(B) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(C) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(D) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(E) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(F) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

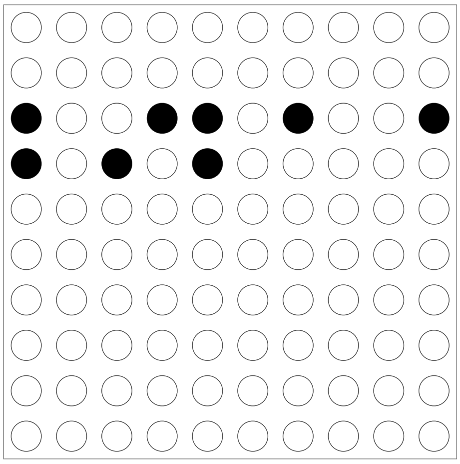
Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX



1 V-F	2	3	4	5	6
A	A	0	A	0	0
B	B	1	B	1	1
C	C	2	C	2	2
D	D	3	D	3	3
E	E	4	E	4	4
	F	5	F	5	5
		6		6	6
		7		7	7
		8		8	8
		9		9	9

7	8 V-F	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5		5
6		6
7		7
8		8
9		9

1. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(B) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(D) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

2. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x - y - z - 3w = 0$

(B) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(C) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

3. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

4. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(B) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(C) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(D) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(E) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(F) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

5. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

7. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \ \ 14 \ \ 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

8. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(B) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(C) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

9. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3 V-F	4 V-F	5	6
0	0	A	A	A	0
1	1	B	B	B	1
2	2	C	C	C	2
3	3	D	D	D	3
4	4	E	E	E	4
5	5			F	5
6	6				6
7	7				7
8	8				8
9	9				9

7	8	9
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	F
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano π : $x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

2. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

3. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(B) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(D) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(E) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

4. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

5. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x - y - z - 3w = 0$

(B) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(D) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

7. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

8. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

9. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(B) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(C) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(D) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(E) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(F) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2 V-F	3 V-F	4	5	6
A	A	A	A	0	0
B	B	B	B	1	1
C	C	C	C	2	2
D	D	D	D	3	3
E	E	E	E	4	4
F			F	5	5
				6	6
				7	7
				8	8
				9	9

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(B) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(C) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(D) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(E) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(F) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

2. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(B) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(C) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

3. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(C) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(E) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

4. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x - y - z - 3w = 0$

(B) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(C) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(D) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

6. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

7. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7\ \ 14\ \ 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

8. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

9. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1 V-F	2	3	4	5 V-F	6
A	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4
	F	5	5		5
		6	6		6
		7	7		7
		8	8		8
		9	9		9

7	8	9
A	0	0
B	1	1
C	2	2
D	3	3
E	4	4
F	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9

1. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1), (2,-1)\}$

(B) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(E) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

2. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(D) $x - y - z - 3w = 0$

(E) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(F) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

3. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

4. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

5. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(B) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(C) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(D) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

6. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

7. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(2,-1,1,-1), (1,2,1,2), (1,7,2,7)\}$

(B) $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$

(C) $\{(1,0,0,-1/7), (0,1,0,-1), (0,0,1,-2/7)\}$

(D) $\{(0,0,0,1), (0,1,2,3), (-1,1,2,1)\}$

(E) $\{(1,1,0,-1), (2,1,0,-3), (0,1,1,-2)\}$

(F) $\{(1,0,0,2/3), (0,1,0,-1/3), (0,0,1,1/3)\}$

8. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0), (2,0,1), (0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

9. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ________________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4	5	6 V-F
0	A	A	0	0	A
1	B	B	1	1	B
2	C	C	2	2	C
3	D	D	3	3	D
4	E	E	4	4	E
5	F	F	5	5	
6			6	6	
7			7	7	
8			8	8	
9			9	9	

7	8 V-F	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5		5
6		6
7		7
8		8
9		9

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

2. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(E) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(F) $x - y - z - 3w = 0$

3. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,-1/7), (0,1,0,-1), (0,0,1,-2/7)\}$

(B) $\{(0,0,0,1), (0,1,2,3), (-1,1,2,1)\}$

(C) $\{(2,-1,1,-1), (1,2,1,2), (1,7,2,7)\}$

(D) $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$

(E) $\{(1,0,0,2/3), (0,1,0,-1/3), (0,0,1,1/3)\}$

(F) $\{(1,1,0,-1), (2,1,0,-3), (0,1,1,-2)\}$

4. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

5. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

6. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(B) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(C) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(D) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

7. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

8. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1), (2,-1)\}$

(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(E) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

9. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0), (2,0,1), (0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2 V-F	3	4	5 V-F	6
A	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4
F		5	5		5
		6	6		6
		7	7		7
		8	8		8
		9	9		9

7	8	9
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	F
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(C) $x - y - z - 3w = 0$

(D) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(F) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

2. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(C) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2, 1), (2, -1)\}$

(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

3. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

4. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 1, -1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

5. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(B) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(C) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(D) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(E) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

7. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1, 2) = (2, -1)$, $T(2, 1) = (1, 1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$. (1.000, 0.000)

8. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

9. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 2, 3), (-1, 1, 2, 1)\}$

(B) $\{(1, 0, 0, -1/7), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, -2/7)\}$

(C) $\{(1, 0, 0, 2/3), (0, 1, 0, -1/3), (0, 0, 1, 1/3)\}$

(D) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

(E) $\{(1, 1, 0, -1), (2, 1, 0, -3), (0, 1, 1, -2)\}$

(F) $\{(2, -1, 1, -1), (1, 2, 1, 2), (1, 7, 2, 7)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4 V-F	5 V-F	6
A	0	0	A	A	0
B	1	1	B	B	1
C	2	2	C	C	2
D	3	3	D	D	3
E	4	4	E	E	4
F	5	5			5
	6	6			6
	7	7			7
	8	8			8
	9	9			9

7	8	9
A	0	0
B	1	1
C	2	2
D	3	3
E	4	4
F	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9

1. Considere o subespaço do $\mathbb{R}^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(D) $x - y - z - 3w = 0$

(E) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

2. Considere o seguinte sistema, onde $a \in \mathbb{R}$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

3. Considere no $\mathbb{R}^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0), (2,0,1), (0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $\mathbb{R}^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

4. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in \mathbb{R}$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1), (2,-1)\}$

(B) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(D) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(E) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

5. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Em $\mathbb{R}^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(B) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(C) No espaço $\mathbb{R}$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(D) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

6. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

7. Considere os subespaços do $\mathbb{R}^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,-1/7), (0,1,0,-1), (0,0,1,-2/7)\}$

(B) $\{(2,-1,1,-1), (1,2,1,2), (1,7,2,7)\}$

(C) $\{(1,1,0,-1), (2,1,0,-3), (0,1,1,-2)\}$

(D) $\{(0,0,0,1), (0,1,2,3), (-1,1,2,1)\}$

(E) $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$

(F) $\{(1,0,0,2/3), (0,1,0,-1/3), (0,0,1,1/3)\}$

8. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \displaystyle\int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

9. Considere duas transformações lineares: $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

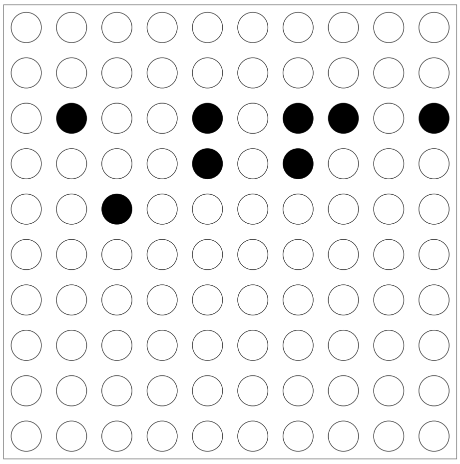
Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX



1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

6 V-F	7	8 V-F	9
A	A	A	A
B	B	B	B
C	C	C	C
D	D	D	D
E	E	E	E
	F		F

1. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$:
$$s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$$
Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

2. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4+3t \\ y = 2-t \\ z = -1+2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano π : $x+y+z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x+2y-z = 5 \\ 2x-y+z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

3. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

4. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \displaystyle\int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

6. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(E) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

7. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(B) $x - y - z - 3w = 0$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(F) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

8. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(B) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(C) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

9. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(B) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(C) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(D) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(E) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(F) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1 V-F	2	3	4	5	6	7	8 V-F	9
A	A	0	0	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4	4	E	4
	F	5	5	F	5	5		5
		6	6		6	6		6
		7	7		7	7		7
		8	8		8	8		8
		9	9		9	9		9

1. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(C) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

2. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(D) $x - y - z - 3w = 0$

(E) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(F) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

3. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 1, -1)\}$ e a matriz $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_{\alpha} = (7 \ \ 14 \ \ 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

5. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1, 0, 0, -1/7), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, -2/7)\}$

(B) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

(C) $\{(2, -1, 1, -1), (1, 2, 1, 2), (1, 7, 2, 7)\}$

(D) $\{(1, 0, 0, 2/3), (0, 1, 0, -1/3), (0, 0, 1, 1/3)\}$

(E) $\{(1, 1, 0, -1), (2, 1, 0, -3), (0, 1, 1, -2)\}$

(F) $\{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 2, 3), (-1, 1, 2, 1)\}$

6. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

7. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

8. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2, 1), (2, -1)\}$

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

9. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1, 2) = (2, -1)$, $T(2, 1) = (1, 1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3 V-F	4	5	6 V-F	7	8	9
A	0	A	0	0	A	0	A	0
B	1	B	1	1	B	1	B	1
C	2	C	2	2	C	2	C	2
D	3	D	3	3	D	3	D	3
E	4	E	4	4	E	4	E	4
F	5		5	5		5	F	5
	6		6	6		6		6
	7		7	7		7		7
	8		8	8		8		8
	9		9	9		9		9

1. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x - y - z - 3w = 0$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(C) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(D) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

2. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

3. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2, 1), (2, -1)\}$

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

4. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1, 2) = (2, -1)$, $T(2, 1) = (1, 1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$. (1.000, 0.000)

5. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

6. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(C) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(D) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(E) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

8. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1, 1, 0, -1), (2, 1, 0, -3), (0, 1, 1, -2)\}$

(B) $\{(1, 0, 0, -1/7), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, -2/7)\}$

(C) $\{(2, -1, 1, -1), (1, 2, 1, 2), (1, 7, 2, 7)\}$

(D) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

(E) $\{(1, 0, 0, 2/3), (0, 1, 0, -1/3), (0, 0, 1, 1/3)\}$

(F) $\{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 2, 3), (-1, 1, 2, 1)\}$

9. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 1, -1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4 V-F	5	6
0	A	A	A	0	0
1	B	B	B	1	1
2	C	C	C	2	2
3	D	D	D	3	3
4	E	E	E	4	4
5	F	F		5	5
6				6	6
7				7	7
8				8	8
9				9	9

7 V-F	8	9
A	0	0
B	1	1
C	2	2
D	3	3
E	4	4
	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9

1. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$:

$$s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$$

Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

2. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x - y - z - 3w = 0$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(E) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(F) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

3. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$.
Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(0,0,0,1), (0,1,2,3), (-1,1,2,1)\}$

(B) $\{(1,0,0,-1/7), (0,1,0,-1), (0,0,1,-2/7)\}$

(C) $\{(1,0,0,2/3), (0,1,0,-1/3), (0,0,1,1/3)\}$

(D) $\{(2,-1,1,-1), (1,2,1,2), (1,7,2,7)\}$

(E) $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$

(F) $\{(1,1,0,-1), (2,1,0,-3), (0,1,1,-2)\}$

4. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(B) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(C) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(D) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(E) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

5. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

6. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0), (2,0,1), (0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \ \ 14 \ \ 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

7. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$.
Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1), (2,-1)\}$

(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(C) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(D) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

8. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \displaystyle\int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

9. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	A	A	0
1	B	1	B	B	1
2	C	2	C	C	2
3	D	3	D	D	3
4	E	4	E	E	4
5		5	F	F	5
6		6			6
7		7			7
8		8			8
9		9			9

7	8	9 V-F
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

2. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(C) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(D) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(E) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

3. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_{\alpha} = (7 \quad 14 \quad 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

4. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(B) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(F) $x - y - z - 3w = 0$

5. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(B) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(C) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(D) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(E) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(F) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

6. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

8. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

9. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$.

Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(B) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(C) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(E) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	A	A	0	A
1	1	B	B	1	B
2	2	C	C	2	C
3	3	D	D	3	D
4	4	E	E	4	E
5	5	F		5	F
6	6			6	
7	7			7	
8	8			8	
9	9			9	

7	8 V-F	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5		5
6		6
7		7
8		8
9		9

1. Considere duas transformações lineares: $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

2. Considere no $\mathbb{R}^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $\mathbb{R}^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

3. Considere os subespaços do $\mathbb{R}^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(B) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(C) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(D) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(E) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(F) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

4. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in \mathbb{R}$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(D) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(E) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

6. Considere o subespaço do $\mathbb{R}^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(E) $x - y - z - 3w = 0$

(F) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

7. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

8. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Em $\mathbb{R}^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(B) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(D) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

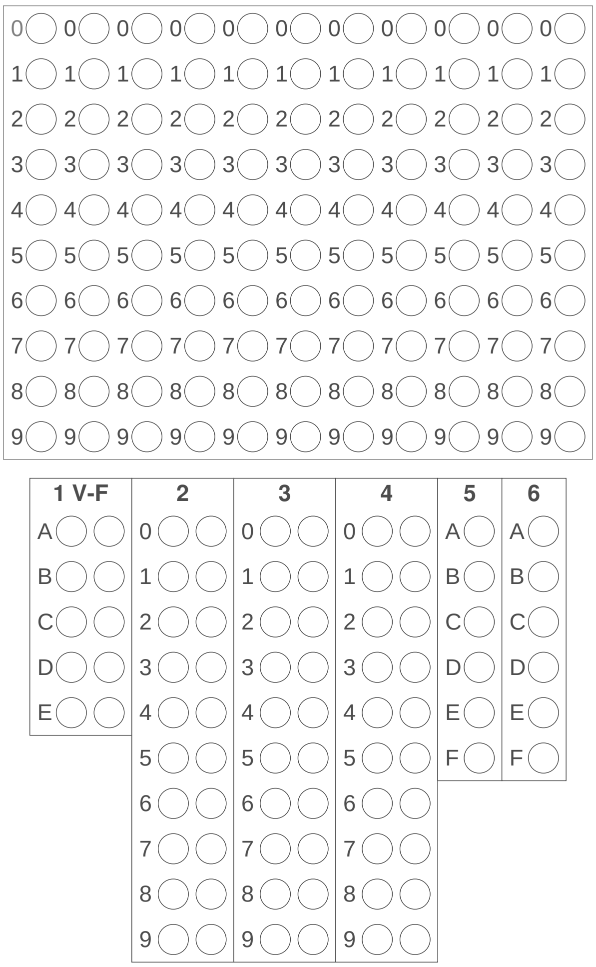
(E) No espaço $\mathbb{R}$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

9. Considere o seguinte sistema, onde $a \in \mathbb{R}$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

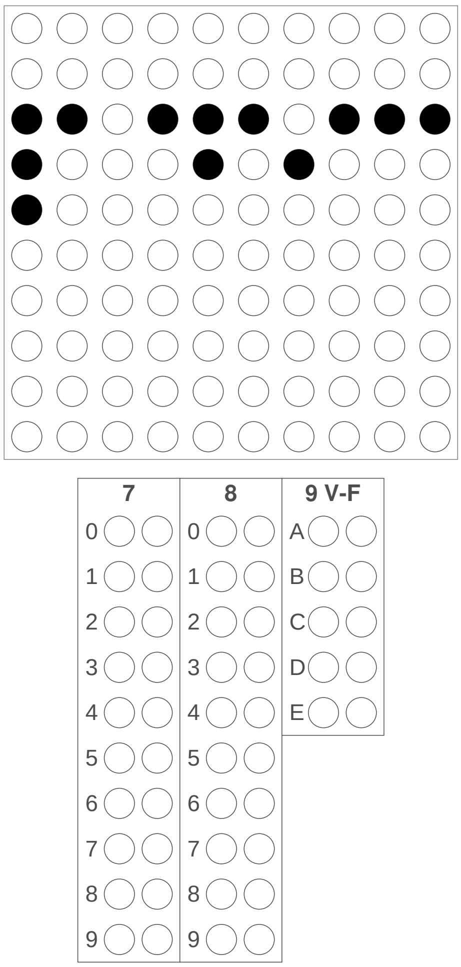
Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ________________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO



CONTROLE MIXNFIX



1. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(B) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(C) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(D) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

2. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

3. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0), (2,0,1), (0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_{\alpha} = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

4. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

5. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,1,0,-1), (2,1,0,-3), (0,1,1,-2)\}$

(B) $\{(0,0,0,1), (0,1,2,3), (-1,1,2,1)\}$

(C) $\{(1,0,0,-1/7), (0,1,0,-1), (0,0,1,-2/7)\}$

(D) $\{(1,0,0,2/3), (0,1,0,-1/3), (0,0,1,1/3)\}$

(E) $\{(2,-1,1,-1), (1,2,1,2), (1,7,2,7)\}$

(F) $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$

6. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(F) $x - y - z - 3w = 0$

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

8. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

9. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1), (2,-1)\}$

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	A	0	0	A
1	1	B	1	1	B
2	2	C	2	2	C
3	3	D	3	3	D
4	4	E	4	4	E
5	5	F	5	5	
6	6		6	6	
7	7		7	7	
8	8		8	8	
9	9		9	9	

7	8	9 V-F
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5	F	
6		
7		
8		
9		

1. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

2. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

3. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(D) $x - y - z - 3w = 0$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

4. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

6. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

7. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

8. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(B) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(C) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(D) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(E) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(F) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

9. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(B) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(C) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(D) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(E) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2 V-F	3 V-F	4	5	6
0	A	A	A	A	0
1	B	B	B	B	1
2	C	C	C	C	2
3	D	D	D	D	3
4	E	E	E	E	4
5			F	F	5
6					6
7					7
8					8
9					9

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$:
$$s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$$
Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

2. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(B) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(C) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(D) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

3. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$.
Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(B) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2, 1), (2, -1)\}$

4. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$.
Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1, 1, 0, -1), (2, 1, 0, -3), (0, 1, 1, -2)\}$
(B) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$
(C) $\{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 2, 3), (-1, 1, 2, 1)\}$
(D) $\{(2, -1, 1, -1), (1, 2, 1, 2), (1, 7, 2, 7)\}$
(E) $\{(1, 0, 0, -1/7), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, -2/7)\}$
(F) $\{(1, 0, 0, 2/3), (0, 1, 0, -1/3), (0, 0, 1, 1/3)\}$

5. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(B) $x - y - z - 3w = 0$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

6. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1, 2) = (2, -1)$, $T(2, 1) = (1, 1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$. (1.000, 0.000)

7. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 1, -1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_{\alpha} = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

8. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

9. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________ **Identificação:** ______________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5	F	5		5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

7	8	9 V-F
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5	F	
6		
7		
8		
9		

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

2. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

3. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x - y - z - 3w = 0$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(D) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

4. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

5. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1), (2,-1)\}$

(B) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(E) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

6. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0), (2,0,1), (0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \ \ 14 \ \ 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

7. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

8. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(0,0,0,1), (0,1,2,3), (-1,1,2,1)\}$

(B) $\{(1,0,0,2/3), (0,1,0,-1/3), (0,0,1,1/3)\}$

(C) $\{(2,-1,1,-1), (1,2,1,2), (1,7,2,7)\}$

(D) $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$

(E) $\{(1,1,0,-1), (2,1,0,-3), (0,1,1,-2)\}$

(F) $\{(1,0,0,-1/7), (0,1,0,-1), (0,0,1,-2/7)\}$

9. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(B) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(C) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(D) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(E) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	A	A	0	A
1	1	B	B	1	B
2	2	C	C	2	C
3	3	D	D	3	D
4	4	E	E	4	E
5	5	F		5	F
6	6			6	
7	7			7	
8	8			8	
9	9			9	

7 V-F	8	9
A	0	0
B	1	1
C	2	2
D	3	3
E	4	4
	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9

1. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano π : $x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

2. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$
Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

3. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$.
Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$
(B) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$
(C) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$
(D) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$
(E) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$
(F) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

4. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Sejam $T : V \rightarrow U$ e $S : U \rightarrow W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(B) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(C) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

5. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \rightarrow I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \rightarrow I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

6. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(B) $x - y - z - 3w = 0$

(C) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(D) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

7. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$.
Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(D) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

8. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

9. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	A	A	0	A
1	1	B	B	1	B
2	2	C	C	2	C
3	3	D	D	3	D
4	4	E	E	4	E
5	5	F	F	5	
6	6			6	
7	7			7	
8	8			8	
9	9			9	

7 V-F	8	9
A	0	0
B	1	1
C	2	2
D	3	3
E	4	4
	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9

1. Considere o seguinte sistema, onde $a \in \mathbb{R}$:

$$s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$$

Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

2. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4+3t \\ y = 2-t \\ z = -1+2t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ com o plano $\pi : x+y+z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x+2y-z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

3. Considere o subespaço do $\mathbb{R}^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(E) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(F) $x - y - z - 3w = 0$

4. Considere os subespaços do $\mathbb{R}^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,-1/7), (0,1,0,-1), (0,0,1,-2/7)\}$

(B) $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$

(C) $\{(1,0,0,2/3), (0,1,0,-1/3), (0,0,1,1/3)\}$

(D) $\{(0,0,0,1), (0,1,2,3), (-1,1,2,1)\}$

(E) $\{(2,-1,1,-1), (1,2,1,2), (1,7,2,7)\}$

(F) $\{(1,1,0,-1), (2,1,0,-3), (0,1,1,-2)\}$

5. Considere duas transformações lineares: $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

6. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in \mathbb{R}$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(B) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(C) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1), (2,-1)\}$

7. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(B) Em $\mathbb{R}^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(C) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(D) No espaço $\mathbb{R}$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

8. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

9. Considere no $\mathbb{R}^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0), (2,0,1), (0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $\mathbb{R}^3$. Se $[v]_{\alpha} = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4 V-F	5	6 V-F
0	0	0	A	A	A
1	1	1	B	B	B
2	2	2	C	C	C
3	3	3	D	D	D
4	4	4	E	E	E
5	5	5		F	
6	6	6			
7	7	7			
8	8	8			
9	9	9			

7	8	9
A	0	0
B	1	1
C	2	2
D	3	3
E	4	4
F	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9

1. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s: \begin{cases} x = 4+3t \\ y = 2-t \\ z = -1+2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano π : $x+y+z=1$. Seja d a distância de P à reta $r: \begin{cases} x+2y-z=5 \\ 2x-y+z=-2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

2. Considere duas transformações lineares: $T: I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S: I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

4. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a=4$ e $b=1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(B) Se $a=4$ e $b=1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(E) Se $a=1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

5. Considere os subespaços do $I\!R^4$: U_1 : $\begin{cases} 2x-y+z-w=0 \\ x+2y+z+2w=0 \end{cases}$ e $U_2: \begin{cases} x+7y+2z+7w=0 \\ x-y-z-3w=0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para U_1+U_2. (1.000, -1.000)

(A) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(B) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(C) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(D) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(E) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(F) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

6. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(B) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(C) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(D) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(E) Sejam $T: V \to U$ e $S: U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

7. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: U_1+U_2. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x-w/7=0 \\ y-w=0 \\ z-2w/7=0 \end{cases}$

(B) $x+7y+2z+7w=0$

(C) $x-y-z-3w=0$

(D) $\begin{cases} 2x-y+z-w=0 \\ x-y-z-3w=0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} x+2w/3=0 \\ y-w/3=0 \\ z+w/3=0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} 2x-y+z-w=0 \\ x+2y+z+2w=0 \end{cases}$

8. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

9. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s: \begin{cases} ax-ay-az=-2a \\ (a-1)x+(2-a)y-(a+1)z=a \\ (2a-1)x+(2-a)y-(2a+1)z=1-a \end{cases}$ Encontre o valor de $a>0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

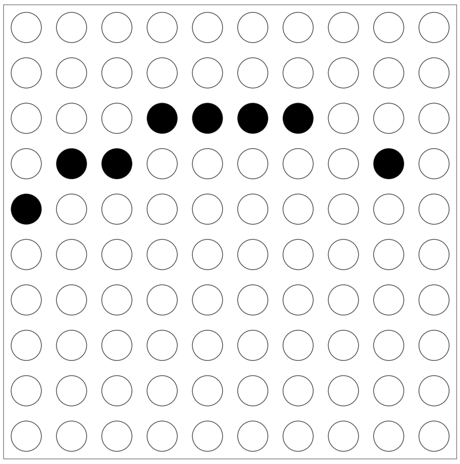
Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX



1 V-F	2	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
	F	5	5	5	5
		6	6	6	6
		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

7	8	9 V-F
A	0	A
B	1	B
C	2	C
D	3	D
E	4	E
F	5	
	6	
	7	
	8	
	9	

1. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2, 1), (2, -1)\}$

(D) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

2. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(C) $x - y - z - 3w = 0$

(D) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(E) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(F) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

4. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1, 2) = (2, -1)$, $T(2, 1) = (1, 1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$. (1.000, 0.000)

5. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 1, -1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

6. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$:

$$s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$$

Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

7. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 2, 3), (-1, 1, 2, 1)\}$

(B) $\{(1, 0, 0, 2/3), (0, 1, 0, -1/3), (0, 0, 1, 1/3)\}$

(C) $\{(1, 0, 0, -1/7), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, -2/7)\}$

(D) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

(E) $\{(2, -1, 1, -1), (1, 2, 1, 2), (1, 7, 2, 7)\}$

(F) $\{(1, 1, 0, -1), (2, 1, 0, -3), (0, 1, 1, -2)\}$

8. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

9. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(B) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5		5
6	6	6		6
7	7	7		7
8	8	8		8
9	9	9		9

6 V-F	7	8	9
A	A	0	A
B	B	1	B
C	C	2	C
D	D	3	D
E	E	4	E
	F	5	F
		6	
		7	
		8	
		9	

1. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano π : $x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

2. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$
Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

3. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

4. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(B) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(C) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

5. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

6. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(B) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(C) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(D) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

7. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(E) $x - y - z - 3w = 0$

(F) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

8. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

9. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$.
Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(B) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(C) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(D) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(E) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(F) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________ **Identificação:** ______________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3 V-F	4 V-F	5	6
0	0	A	A	A	0
1	1	B	B	B	1
2	2	C	C	C	2
3	3	D	D	D	3
4	4	E	E	E	4
5	5			F	5
6	6				6
7	7				7
8	8				8
9	9				9

7	8	9
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	F
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

2. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

3. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(B) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(C) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(D) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(E) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

4. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

5. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(B) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(C) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(D) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(E) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(F) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

6. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

8. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

9. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(E) $x - y - z - 3w = 0$

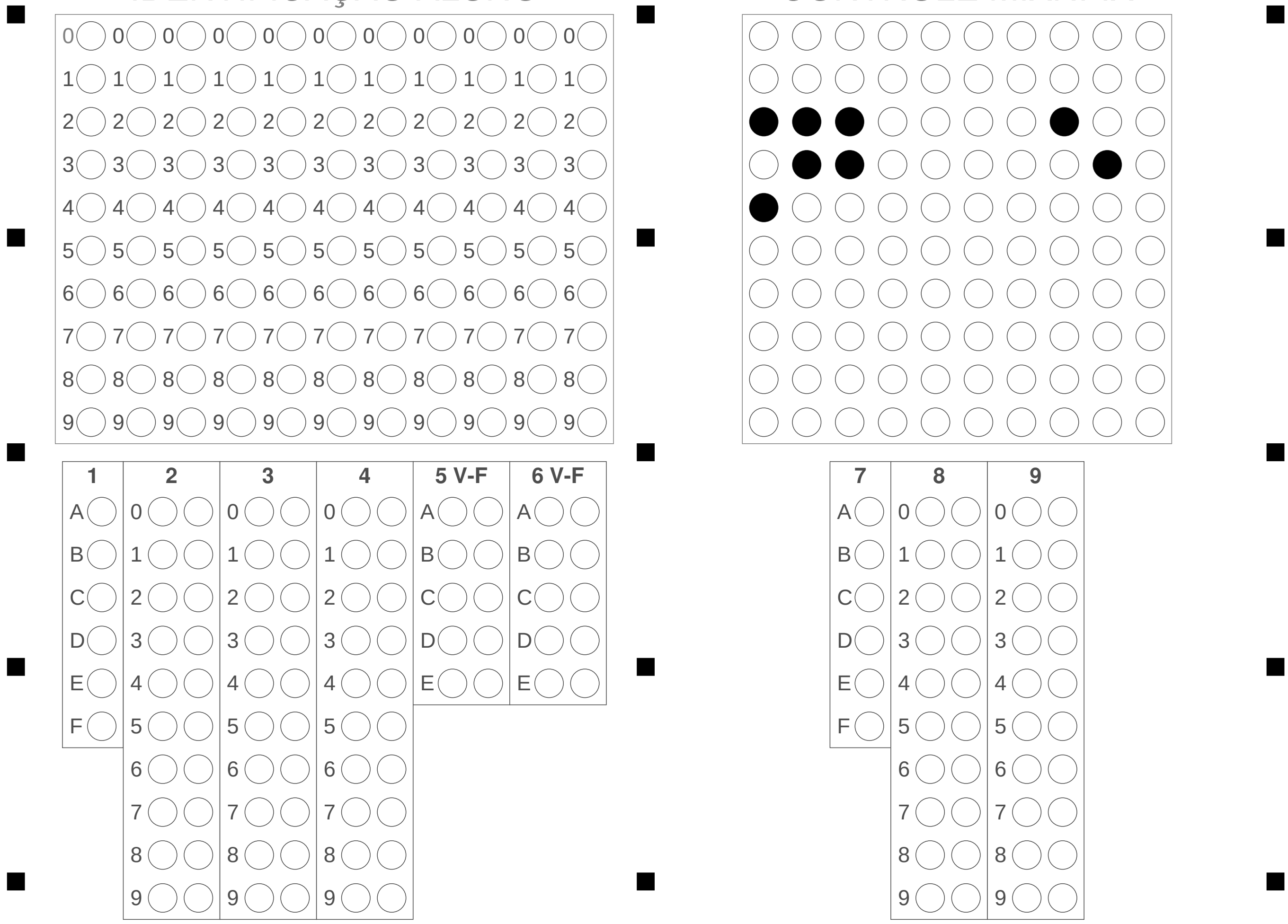
(F) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

CONTROLE MIXNFIX



1. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$.
Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 2, 3), (-1, 1, 2, 1)\}$
(B) $\{(1, 0, 0, -1/7), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, -2/7)\}$
(C) $\{(1, 1, 0, -1), (2, 1, 0, -3), (0, 1, 1, -2)\}$
(D) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$
(E) $\{(1, 0, 0, 2/3), (0, 1, 0, -1/3), (0, 0, 1, 1/3)\}$
(F) $\{(2, -1, 1, -1), (1, 2, 1, 2), (1, 7, 2, 7)\}$

2. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$:
$$s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$$
Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

3. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 1, -1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

4. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano π : $x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

5. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.
(B) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.
(C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
(D) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
(E) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

6. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$.
Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2, 1), (2, -1)\}$
(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.
(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.
(D) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.
(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

7. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$
(B) $x + 7y + 2z + 7w = 0$
(C) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$
(D) $x - y - z - 3w = 0$
(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$
(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

8. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$.
Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

9. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1, 2) = (2, -1)$, $T(2, 1) = (1, 1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	A	0	0	A
1	1	B	1	1	B
2	2	C	2	2	C
3	3	D	3	3	D
4	4	E	4	4	E
5	5	F	5	5	
6	6		6	6	
7	7		7	7	
8	8		8	8	
9	9		9	9	

7	8	9 V-F
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5	F	
6		
7		
8		
9		

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

2. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

3. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(B) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(D) $x - y - z - 3w = 0$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

4. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0), (2,0,1), (0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \ \ 14 \ \ 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

5. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

6. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(B) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(C) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(D) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(E) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

7. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

8. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(2,-1,1,-1), (1,2,1,2), (1,7,2,7)\}$

(B) $\{(0,0,0,1), (0,1,2,3), (-1,1,2,1)\}$

(C) $\{(1,1,0,-1), (2,1,0,-3), (0,1,1,-2)\}$

(D) $\{(1,0,0,2/3), (0,1,0,-1/3), (0,0,1,1/3)\}$

(E) $\{(1,0,0,-1/7), (0,1,0,-1), (0,0,1,-2/7)\}$

(F) $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$

9. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(C) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

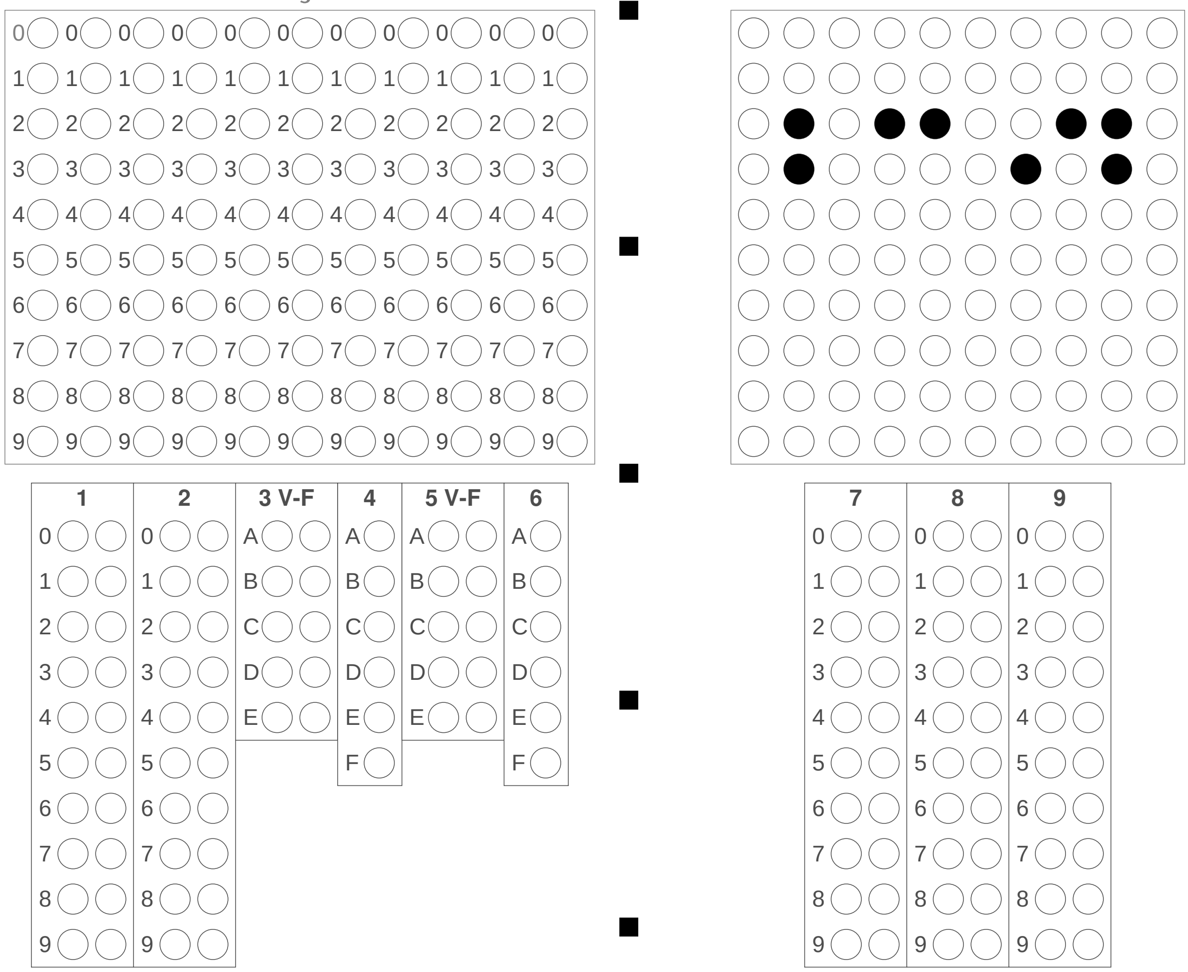
(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1), (2,-1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ____________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

CONTROLE MIXNFIX



1. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4+3t \\ y = 2-t \\ z = -1+2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano π : $x+y+z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x+2y-z=5 \\ 2x-y+z=-2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

2. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

3. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(E) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

4. Considere os subespaços do $I\!R^4$: U_1 : $\begin{cases} 2x-y+z-w=0 \\ x+2y+z+2w=0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x+7y+2z+7w=0 \\ x-y-z-3w=0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para U_1+U_2. (1.000, -1.000)

(A) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(B) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(C) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(D) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

(E) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(F) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

5. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(B) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1,v_2,v_3]^\perp = [v_4,v_5,...,v_n]$.

(C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(D) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(E) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

6. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x-y+z-w=0 \\ x-y-z-3w=0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 2x-y+z-w=0 \\ x+2y+z+2w=0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x+2w/3=0 \\ y-w/3=0 \\ z+w/3=0 \end{cases}$

(D) $x+7y+2z+7w=0$

(E) $\begin{cases} x-w/7=0 \\ y-w=0 \\ z-2w/7=0 \end{cases}$

(F) $x-y-z-3w=0$

7. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax-ay-az=-2a \\ (a-1)x+(2-a)y-(a+1)z=a \\ (2a-1)x+(2-a)y-(2a+1)z=1-a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

8. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

9. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	A	0	A
1	1	B	B	1	B
2	2	C	C	2	C
3	3	D	D	3	D
4	4	E	E	4	E
5	5		F	5	F
6	6			6	
7	7			7	
8	8			8	
9	9			9	

7	8	9 V-F
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \ \ 14 \ \ 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

2. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$:

$$s \ : \left\{ \begin{array}{l} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{array} \right.$$

Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

3. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(E) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

4. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \left\{ \begin{array}{l} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{array} \right.$ e $U_2 : \left\{ \begin{array}{l} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{array} \right.$ Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(B) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(C) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(D) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(E) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(F) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

5. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \left\{ \begin{array}{l} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{array} \right. \quad t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \left\{ \begin{array}{l} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{array} \right.$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

6. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x - y - z - 3w = 0$

(B) $\left\{ \begin{array}{l} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{array} \right.$

(C) $\left\{ \begin{array}{l} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{array} \right.$

(D) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(E) $\left\{ \begin{array}{l} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{array} \right.$

(F) $\left\{ \begin{array}{l} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{array} \right.$

7. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

8. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \displaystyle\int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

9. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(B) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(C) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(D) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(E) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1 V-F	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	0	A
B	B	1	1	1	B
C	C	2	2	2	C
D	D	3	3	3	D
E	E	4	4	4	E
		5	5	5	F
		6	6	6	
		7	7	7	
		8	8	8	
		9	9	9	

7	8	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5	F	5
6		6
7		7
8		8
9		9

1. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(B) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(D) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(E) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

2. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2, 1), (2, -1)\}$

(B) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(D) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(E) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

3. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$
Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

4. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

5. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1, 2) = (2, -1)$, $T(2, 1) = (1, 1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$. (1.000, 0.000)

6. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$.
Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1, 0, 0, -1/7), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, -2/7)\}$

(B) $\{(2, -1, 1, -1), (1, 2, 1, 2), (1, 7, 2, 7)\}$

(C) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

(D) $\{(1, 0, 0, 2/3), (0, 1, 0, -1/3), (0, 0, 1, 1/3)\}$

(E) $\{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 2, 3), (-1, 1, 2, 1)\}$

(F) $\{(1, 1, 0, -1), (2, 1, 0, -3), (0, 1, 1, -2)\}$

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

8. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x - y - z - 3w = 0$

(B) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(C) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(D) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

9. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 1, -1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1 V-F	2	3 V-F	4	5	6
A	A	A	A	0	0
B	B	B	B	1	1
C	C	C	C	2	2
D	D	D	D	3	3
E	E	E	E	4	4
	F		F	5	5
				6	6
				7	7
				8	8
				9	9

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(B) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(C) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(D) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(E) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

2. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $x - y - z - 3w = 0$

(B) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(D) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(F) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

3. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(B) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(C) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2, 1), (2, -1)\}$

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

4. Considere os subespaços do $I\!R^4$: U_1 : $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e U_2 : $\begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1, 1, 0, -1), (2, 1, 0, -3), (0, 1, 1, -2)\}$

(B) $\{(1, 0, 0, -1/7), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, -2/7)\}$

(C) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

(D) $\{(1, 0, 0, 2/3), (0, 1, 0, -1/3), (0, 0, 1, 1/3)\}$

(E) $\{(2, -1, 1, -1), (1, 2, 1, 2), (1, 7, 2, 7)\}$

(F) $\{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 2, 3), (-1, 1, 2, 1)\}$

5. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1, 2) = (2, -1)$, $T(2, 1) = (1, 1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$. (1.000, 0.000)

6. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

7. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

8. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

9. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 1, -1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_{\alpha} = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	A	0	A	A
1	1	B	1	B	B
2	2	C	2	C	C
3	3	D	3	D	D
4	4	E	4	E	E
5	5	F	5	F	
6	6		6		
7	7		7		
8	8		8		
9	9		9		

CONTROLE MIXNFIX

7	8	9 V-F
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

3. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,2/3), (0,1,0,-1/3), (0,0,1,1/3)\}$
(B) $\{(1,1,0,-1), (2,1,0,-3), (0,1,1,-2)\}$
(C) $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$
(D) $\{(0,0,0,1), (0,1,2,3), (-1,1,2,1)\}$
(E) $\{(2,-1,1,-1), (1,2,1,2), (1,7,2,7)\}$
(F) $\{(1,0,0,-1/7), (0,1,0,-1), (0,0,1,-2/7)\}$

4. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

5. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$
(B) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$
(C) $x - y - z - 3w = 0$
(D) $x + 7y + 2z + 7w = 0$
(E) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$
(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

6. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.
(B) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.
(C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
(D) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
(E) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

7. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0), (2,0,1), (0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]^\beta_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \ \ 14 \ \ 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

8. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1 - a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

9. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.
(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.
(C) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.
(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1), (2,-1)\}$
(E) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3 V-F	4	5	6 V-F
A	0	A	0	0	A
B	1	B	1	1	B
C	2	C	2	2	C
D	3	D	3	3	D
E	4	E	4	4	E
F	5		5	5	
	6		6	6	
	7		7	7	
	8		8	8	
	9		9	9	

7	8	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5	F	5
6		6
7		7
8		8
9		9

1. Considere os subespaços do $\mathbb{R}^4$: U_1 : $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e U_2 : $\begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1, 0, 0, 2/3), (0, 1, 0, -1/3), (0, 0, 1, 1/3)\}$

(B) $\{(1, 0, 0, -1/7), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, -2/7)\}$

(C) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$

(D) $\{(0, 0, 0, 1), (0, 1, 2, 3), (-1, 1, 2, 1)\}$

(E) $\{(2, -1, 1, -1), (1, 2, 1, 2), (1, 7, 2, 7)\}$

(F) $\{(1, 1, 0, -1), (2, 1, 0, -3), (0, 1, 1, -2)\}$

2. Considere duas transformações lineares: $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por: $T(1, 2) = (2, -1)$, $T(2, 1) = (1, 1)$, e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$. (1.000, 0.000)

3. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in \mathbb{R}$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(C) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(D) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2, 1), (2, -1)\}$

(E) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1 - 2t, 2 - t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

5. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta s : $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ com o plano π : $x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta r : $\begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

6. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(B) No espaço $\mathbb{R}$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(C) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(D) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(E) Em $\mathbb{R}^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

7. Considere o seguinte sistema, onde $a \in \mathbb{R}$:

$$s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a - 1)x + (2 - a)y - (a + 1)z = a \\ (2a - 1)x + (2 - a)y - (2a + 1)z = 1 - a \end{cases}$$

Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

8. Considere o subespaço do $\mathbb{R}^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(E) $x - y - z - 3w = 0$

(F) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

9. Considere no $\mathbb{R}^3$ a base $\beta = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 1, -1)\}$ e a matriz $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $\mathbb{R}^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a, b, c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a + b + c|$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________________ **Identificação:** ____________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5		F
6	6	6	6		
7	7	7	7		
8	8	8	8		
9	9	9	9		

7	8 V-F	9
A	A	0
B	B	1
C	C	2
D	D	3
E	E	4
F		5
		6
		7
		8
		9

1. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0),(2,0,1),(0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

2. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

3. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\dfrac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

4. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4+3t \\ y = 2-t \\ z = -1+2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x+y+z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x+2y-z = 5 \\ 2x-y+z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

5. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

(B) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(C) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(D) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1),(2,-1)\}$

6. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(B) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(C) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(E) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(F) $x - y - z - 3w = 0$

7. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(0,0,0,1),(0,1,2,3),(-1,1,2,1)\}$

(B) $\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$

(C) $\{(1,0,0,-1/7),(0,1,0,-1),(0,0,1,-2/7)\}$

(D) $\{(2,-1,1,-1),(1,2,1,2),(1,7,2,7)\}$

(E) $\{(1,0,0,2/3),(0,1,0,-1/3),(0,0,1,1/3)\}$

(F) $\{(1,1,0,-1),(2,1,0,-3),(0,1,1,-2)\}$

8. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(B) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(C) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(D) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

9. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Exercício Escolar Final - 09/12/2009

Nome: ______________________ **Identificação:** ______________________

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

6 V-F	7	8 V-F	9
A	A	A	A
B	B	B	B
C	C	C	C
D	D	D	D
E	E	E	E
	F		F

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t)\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere $\alpha = \{v_1, v_2\}$ a base ortogonal obtida pelo processo de Gramm Schmidt a partir da base $\{1-2t, 2-t\}$ (nesta ordem). Se $p(t) = v_2$, então marque $2p(1)$. (1.000, 0.000)

2. Considere o seguinte sistema, onde $a \in I\!R$: $s : \begin{cases} ax - ay - az = -2a \\ (a-1)x + (2-a)y - (a+1)z = a \\ (2a-1)x + (2-a)y - (2a+1)z = 1-a \end{cases}$ Encontre o valor de $a > 0$ tal que a solução única do sistema tenha coordenada $x = -\frac{13}{4}$. (1.000, 0.000)

3. Considere no $I\!R^3$ a base $\beta = \{(-1,1,0), (2,0,1), (0,1,-1)\}$ e a matriz $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, onde α é outra base do $I\!R^3$. Se $[v]_\alpha = (7 \;\; 14 \;\; 21)^t$, então encontre o $v = (a,b,c)$ em coordenadas canônicas, e marque $|a+b+c|$. (1.000, 0.000)

4. Considere duas transformações lineares: $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por: $T(1,2) = (2,-1)$, $T(2,1) = (1,1)$, e $S : I\!R^2 \to I\!R^2$ dada por $S(x,y) = (x-2y, y-x)$. Marque a soma das coordenadas do vetor $v = (S \circ T)^{-1}(-3,-1)$. (1.000, 0.000)

5. Seja P ponto do espaço que é interseção da reta $s : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $t \in I\!R$ com o plano $\pi : x + y + z = 1$. Seja d a distância de P à reta $r : \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$ Marque $5d^2$. (1.000, 0.000)

6. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Considere uma base ortogonal de V: $\alpha = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$. Podemos dizer que $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, ..., v_n]$.

(B) No espaço $I\!R$ existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(C) Em $I\!R^2$ matriz inversa de um operador de rotação de θ anti-horário é a matriz do operador de rotação de θ horário.

(D) Sejam $T : V \to U$ e $S : U \to W$ tais que $dim(W) = 20$, $dim(Im(S)) = 15$ e $dim(Nu(T)) = 12$. Sabendo-se que T é sobrejetiva e S é injetiva, podemos afirmar que $dim(V) = 35$.

(E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

7. Considere o subespaço do $I\!R^4$ de um outro quesito: $U_1 + U_2$. Uma descrição válida para este subespaço como conjunto-solução de sistema homogêneo é: (1.000, -1.000)

(A) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x - w/7 = 0 \\ y - w = 0 \\ z - 2w/7 = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$

(D) $x + 7y + 2z + 7w = 0$

(E) $x - y - z - 3w = 0$

(F) $\begin{cases} x + 2w/3 = 0 \\ y - w/3 = 0 \\ z + w/3 = 0 \end{cases}$

8. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$, onde $a, b \in I\!R$. Responda V ou F: (1.500, -1.500)

(A) Se os valores de a e b forem tais que existe pelo menos um autovalor então podemos concluir que A é diagonalizável.

(B) Se $a = 4$ e $b = 1$ então uma base de autovetores é $\{(2,1), (2,-1)\}$

(C) Se $a = 1$ então basta que $b \geq 0$ para que A seja diagonalizável.

(D) Uma condição suficiente para existência de autovalores é que a tenha sinal contrário ao de b.

(E) Se $a = 4$ e $b = 1$ então 3 e 1 são os autovalores de A.

9. Considere os subespaços do $I\!R^4$: $U_1 : \begin{cases} 2x - y + z - w = 0 \\ x + 2y + z + 2w = 0 \end{cases}$ e $U_2 : \begin{cases} x + 7y + 2z + 7w = 0 \\ x - y - z - 3w = 0 \end{cases}$. Marque a alternativa que apresenta uma base válida para $U_1 + U_2$. (1.000, -1.000)

(A) $\{(1,0,0,2/3), (0,1,0,-1/3), (0,0,1,1/3)\}$

(B) $\{(2,-1,1,-1), (1,2,1,2), (1,7,2,7)\}$

(C) $\{(1,1,0,-1), (2,1,0,-3), (0,1,1,-2)\}$

(D) $\{(0,0,0,1), (0,1,2,3), (-1,1,2,1)\}$

(E) $\{(1,0,0,-1/7), (0,1,0,-1), (0,0,1,-2/7)\}$

(F) $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$