



1. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
  
2. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
 
$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
  - (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (E) 1
  - (F)  $\frac{1}{2}$
  
3. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[T]_{\beta}^{\alpha} = [T]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
  - (B)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
  - (C)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
  - (D)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
  - (E)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
  
4. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)
  
5. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
  
6. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
  - (A)  $x^2y + z = 0$
  - (B)  $2x + y + 2z = 0$
  - (C)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
  - (D)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
  - (E)  $x + y + z = 0$
  
7. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
  - (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (E) 1
  - (F)  $\frac{1}{2}$
  
8. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
  
9. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
  - (A) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
  - (B) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
  - (C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
  - (D) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
  - (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

7	8	9
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

1. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[T]_{\beta}^{\alpha} = [T]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
- (E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$

2. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

3. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (B) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
- (C) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
- (D) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
- (E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

4. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

5. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

6. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (C) 1
- (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (F)  $\frac{1}{2}$

7. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

8. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)

9. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

- (A)  $2x + y + 2z = 0$
- (B)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
- (C)  $x + y + z = 0$
- (D)  $x^2y + z = 0$
- (E)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$



1. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_{\beta}^{\alpha} = [I]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
- (B)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
- (D)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$

2. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

3. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)

4. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

- (A)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
- (B)  $2x + y + 2z = 0$
- (C)  $x + y + z = 0$
- (D)  $x^2y + z = 0$
- (E)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$

5. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

6. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

7. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (B) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
- (C) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
- (D) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- (E) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

8. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

9. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (B)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (C) 1
- (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (E)  $\frac{1}{2}$
- (F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

7	8	9
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

- Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
- Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

  - (A)  $x^2y + z = 0$
  - (B)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
  - (C)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
  - (D)  $2x + y + 2z = 0$
  - (E)  $x + y + z = 0$
- Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
- Responda V ou F: (2.000, -2.000)

  - (A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
  - (B) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
  - (C) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
  - (D) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
  - (E) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
- Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$

onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
- Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

  - (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (E)  $\frac{1}{2}$
  - (F) 1
- Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_\beta^\alpha = [I]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)

  - (A)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
  - (B)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
  - (C)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
  - (D)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
  - (E)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
- Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
- Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	A	0	0	A	A
B	B	1	1	B	B
C	C	2	2	C	C
D	D	3	3	D	D
E	E	4	4	E	E
F		5	5		
		6	6		
		7	7		
		8	8		
		9	9		

### CONTROLE MIXNFIX

		●		●	●	●			
●		●				●			
		●							

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (C)  $\frac{1}{2}$
- (D) 1
- (E)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

2. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_{\beta}^{\alpha} = [I]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- (B)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- (D)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
- (E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$

3. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

4. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)

5. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

- (A)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
- (B)  $x + y + z = 0$
- (C)  $2x + y + 2z = 0$
- (D)  $x^2y + z = 0$
- (E)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$

6. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- (B) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (C) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
- (D) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
- (E) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

7. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

8. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

9. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	0	0
1	1	B	1	1	1
2	2	C	2	2	2
3	3	D	3	3	3
4	4	E	4	4	4
5	5		5	5	5
6	6		6	6	6
7	7		7	7	7
8	8		8	8	8
9	9		9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

●	●			●	●				
		●		●		●		●	

7	8	9 V-F
A	A	A
B	B	B
C	C	C
D	D	D
E	E	E
	F	

- 1.** Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
- $$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
- onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
- 2.** Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
- 3.** Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $x + y + z = 0$   
 (B)  $x^2y + z = 0$   
 (C)  $2x + y + 2z = 0$   
 (D)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$   
 (E)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
- 4.** Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- 5.** Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
- 6.** Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
- 7.** Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_\beta^\alpha = [I]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (B)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$   
 (C)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$   
 (D)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$   
 (E)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- 8.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (B)  $\frac{1}{2}$   
 (C) 1  
 (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (E)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
 (F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- 9.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.  
 (B) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.  
 (C) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .  
 (D) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.  
 (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5	6
A	A	A	0	0	0
B	B	B	1	1	1
C	C	C	2	2	2
D	D	D	3	3	3
E	E	E	4	4	4
	F		5	5	5
			6	6	6
			7	7	7
			8	8	8
			9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

●			●		●	●		●	
●									
●		●							

7	8	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5		5
6		6
7		7
8		8
9		9

1. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$   
 (B)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$   
 (C)  $2x + y + 2z = 0$   
 (D)  $x^2y + z = 0$   
 (E)  $x + y + z = 0$
2. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $u_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (B) 1  
 (C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
 (D)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
 (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (F)  $\frac{1}{2}$
3. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .  
 (B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.  
 (C) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.  
 (D) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.  
 (E) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
4. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)
5. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
6. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
7. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
8. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_\beta^\alpha = [I]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (B)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$   
 (C)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$   
 (D)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$   
 (E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
9. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)



1. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$

onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

(A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(B) 1

(C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

(D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(E)  $\frac{1}{2}$

(F)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do

$$\mathbb{R}^3. \text{ Se } [I]_{\beta}^{\alpha} = [I]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \text{ então a base}$$

$\alpha$  é: (1.000, -1.000)

(A)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$

(B)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$

(C)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$

(D)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$

(E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$

3. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

4. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

5. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

6. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

7. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)

8. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

(A)  $x + y + z = 0$

(B)  $2x + y + 2z = 0$

(C)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$

(D)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$

(E)  $x^2y + z = 0$

9. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

(A) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .

(B) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.

(C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(D) No espaço  $\mathbb{R}$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(E) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .





1. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
2. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[T]_\beta^\alpha = [T]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
  - (B)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
  - (C)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
  - (D)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
  - (E)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
3. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)
4. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
5. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
  - (A)  $2x + y + 2z = 0$
  - (B)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
  - (C)  $x^2y + z = 0$
  - (D)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
  - (E)  $x + y + z = 0$
6. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
 
$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
7. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
8. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
  - (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (C)  $\frac{1}{2}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (F) 1
9. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
  - (A) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
  - (B) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
  - (C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
  - (D) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
  - (E) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F	
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E	<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		

7	8	9	
A	A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
E	E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	F	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
		<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_{\beta}^{\alpha} = [I]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$   
 (B)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$   
 (C)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$   
 (D)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$   
 (E)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
2. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)
3. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
4. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
5. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
6. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.  
 (B) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
- (C) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .  
 (D) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.  
 (E) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
7. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$   
 (B)  $x^2y + z = 0$   
 (C)  $x + y + z = 0$   
 (D)  $2x + y + 2z = 0$   
 (E)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
8. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A) 1  
 (B)  $\frac{1}{2}$   
 (C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
 (D)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
 (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (F)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
9. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	A	A	0	0
B	1	B	B	1	1
C	2	C	C	2	2
D	3	D	D	3	3
E	4	E	E	4	4
	5			5	5
	6			6	6
	7			7	7
	8			8	8
	9			9	9

### CONTROLE MIXNFIX

		●	●		●	●			
		●		●		●		●	

7	8	9
A	0	0
B	1	1
C	2	2
D	3	3
E	4	4
F	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9

- 1.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (B) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
- (C) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
- (D) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
- 2.** Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- 3.** Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
- (B)  $x^2y + z = 0$
- (C)  $2x + y + 2z = 0$
- (D)  $x + y + z = 0$
- (E)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
- 4.** Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[T]_\beta^\alpha = [T]_\epsilon^\epsilon = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
- (B)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
- (E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
- 5.** Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
- 6.** Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (D) 1
- (E)  $\frac{1}{2}$
- (F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- 8.** Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
- 9.** Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

7	8	9
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>

1. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
  
2. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
  - (A) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
  - (B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
  - (C) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
  - (D) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
  - (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
  
3. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
  
4. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $u_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
  - (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (C) 1
  - (D)  $\frac{1}{2}$
  - (E)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  
5. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)
  
6. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
 
$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
  
7. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
  - (A)  $x + y + z = 0$
  - (B)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
  - (C)  $x^2y + z = 0$
  - (D)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
  - (E)  $2x + y + 2z = 0$
  
8. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_\beta^\alpha = [I]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
  - (B)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
  - (C)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
  - (D)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
  - (E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
  
9. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	A	0	0	0	A
B	B	1	1	1	B
C	C	2	2	2	C
D	D	3	3	3	D
E	E	4	4	4	E
		5	5	5	F
		6	6	6	
		7	7	7	
		8	8	8	
		9	9	9	

### CONTROLE MIXNFIX

●		●		●		●	●		
●		●		●		●		●	
●		●							

7	8	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5		5
6		6
7		7
8		8
9		9

- 1.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
  - (B) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
  - (C) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
  - (D) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
  - (E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- 2.** Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_\beta^\alpha = [I]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
  - (B)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
  - (C)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
  - (D)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
  - (E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
- 3.** Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
- 4.** Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
- $$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
- onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
- 5.** Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A) 1
  - (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (D)  $\frac{1}{2}$
  - (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (F)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 7.** Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
- 8.** Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $x^2y + z = 0$
  - (B)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
  - (C)  $x + y + z = 0$
  - (D)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
  - (E)  $2x + y + 2z = 0$
- 9.** Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
A	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4
	F	5	5		5
		6	6		6
		7	7		7
		8	8		8
		9	9		9

### CONTROLE MIXNFIX

	●			●	●	●	●		
		●			●				
●									

7	8	9
A	0	0
B	1	1
C	2	2
D	3	3
E	4	4
	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9

- 1.** Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_{\beta}^{\alpha} = [I]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (B)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$   
 (C)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$   
 (D)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$   
 (E)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
 (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
 (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (E)  $\frac{1}{2}$   
 (F) 1
- 3.** Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
- 4.** Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
- 5.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.  
 (B) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.  
 (C) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .  
 (D) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.  
 (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
- 6.** Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
- 7.** Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$   
 (B)  $2x + y + 2z = 0$   
 (C)  $x^2y + z = 0$   
 (D)  $x + y + z = 0$   
 (E)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
- 8.** Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
- 9.** Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

			●	●	●		●							
●				●						●				
		●												

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	A	A	A	0
1	1	B	B	B	1
2	2	C	C	C	2
3	3	D	D	D	3
4	4	E	E	E	4
5	5		F		5
6	6				6
7	7				7
8	8				8
9	9				9

7	8	9
A	0	0
B	1	1
C	2	2
D	3	3
E	4	4
	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9

1. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$

onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

2. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

3. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

- (A)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
- (B)  $2x + y + 2z = 0$
- (C)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
- (D)  $x + y + z = 0$
- (E)  $x^2y + z = 0$

4. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (D)  $\frac{1}{2}$
- (E) 1
- (F)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
- (B) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- (D) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
- (E) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

6. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)

7. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_\beta^\alpha = [I]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
- (B)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
- (E)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$

8. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

9. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		

7	8 V-F	9
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/>		

1. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1,2) = (2, -1)$ ,  $T(2,1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x,y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

(A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(D) 1

(E)  $\frac{1}{2}$

(F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

2. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$

onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

3. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

4. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

5. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

(A)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$

(B)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$

(C)  $x + y + z = 0$

(D)  $2x + y + 2z = 0$

(E)  $x^2y + z = 0$

6. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

7. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)

8. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

(A) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.

(B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.

(C) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.

(D) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .

(E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .

9. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_\beta^\alpha = [I]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)

(A)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$

(B)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$

(C)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$

(D)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$

(E)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

7	8	9
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

1. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
2. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_{\beta}^{\alpha} = [I]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$   
 (B)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (C)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$   
 (D)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$   
 (E)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
3. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $x^2y + z = 0$   
 (B)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$   
 (C)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$   
 (D)  $2x + y + 2z = 0$   
 (E)  $x + y + z = 0$
4. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)
5. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
6. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.  
 (B) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (C) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
- (D) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
- (E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
7. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
8. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
 (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (C)  $\frac{1}{2}$   
 (D) 1  
 (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
9. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	A	A	0
B	1	1	B	B	1
C	2	2	C	C	2
D	3	3	D	D	3
E	4	4	E	E	4
	5	5	F		5
	6	6			6
	7	7			7
	8	8			8
	9	9			9

*CONTROLE MIXNFIX*

●	●							●	●
						●		●	
●		●							

7 V-F	8	9
A	0	0
B	1	1
C	2	2
D	3	3
E	4	4
	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9

- 1.** Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_{\beta}^{\alpha} = [I]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (B)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$   
 (C)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$   
 (D)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$   
 (E)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- 2.** Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
- 3.** Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
 (C) 1  
 (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (E)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
 (F)  $\frac{1}{2}$
- 5.** Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $x + y + z = 0$   
 (B)  $2x + y + 2z = 0$   
 (C)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$   
 (D)  $x^2y + z = 0$   
 (E)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
- 6.** Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
- 7.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.  
 (B) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .  
 (C) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.  
 (D) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.  
 (E) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- 8.** Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)
- 9.** Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	A	A	A	A
1	1	B	B	B	B
2	2	C	C	C	C
3	3	D	D	D	D
4	4	E	E	E	E
5	5	F			
6	6				
7	7				
8	8				
9	9				

### CONTROLE MIXNFIX

●			●	●		●			●
●		●		●					

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
2. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $u_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
  - (A) 1
  - (B)  $\frac{1}{2}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (E)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
4. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
  - (A) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
  - (B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
  - (C) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
  - (D) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
  - (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
5. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[T]_\beta^\alpha = [T]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
  - (B)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
  - (C)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
  - (D)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
  - (E)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
6. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
  - (A)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
  - (B)  $x + y + z = 0$
  - (C)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
  - (D)  $x^2y + z = 0$
  - (E)  $2x + y + 2z = 0$
7. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)
8. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
 
$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
9. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	A	A	0	0
B	1	B	B	1	1
C	2	C	C	2	2
D	3	D	D	3	3
E	4	E	E	4	4
	5	F		5	5
	6			6	6
	7			7	7
	8			8	8
	9			9	9

### CONTROLE MIXNFIX

	●	●	●	●					●
		●						●	
		●							

7 V-F	8	9
A	0	0
B	1	1
C	2	2
D	3	3
E	4	4
	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9

- 1.** Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_{\beta}^{\alpha} = [I]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$   
 (B)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$   
 (C)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$   
 (D)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$   
 (E)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- 2.** Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
 (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
 (D)  $\frac{1}{2}$   
 (E) 1  
 (F)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 4.** Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $2x + y + 2z = 0$   
 (B)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$   
 (C)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$   
 (D)  $x^2y + z = 0$   
 (E)  $x + y + z = 0$
- 5.** Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
- 6.** Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
- 7.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .  
 (B) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.  
 (C) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .  
 (D) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.  
 (E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- 8.** Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)
- 9.** Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	A	0	A
B	1	1	B	1	B
C	2	2	C	2	C
D	3	3	D	3	D
E	4	4	E	4	E
F	5	5		5	
	6	6		6	
	7	7		7	
	8	8		8	
	9	9		9	

### CONTROLE MIXNFIX

			●	●			●	●	
		●		●					
●		●							

7	8	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5		5
6		6
7		7
8		8
9		9

1. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

- (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (B)  $\frac{1}{2}$
- (C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (F) 1

2. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

3. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)

4. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[T]_\beta^\alpha = [T]_\epsilon^\epsilon = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- (B)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
- (C)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
- (D)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
- (E)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$

5. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

6. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- (B) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
- (C) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (D) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
- (E) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.

7. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

8. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

- (A)  $x^2y + z = 0$
- (B)  $x + y + z = 0$
- (C)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
- (D)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
- (E)  $2x + y + 2z = 0$

9. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

7	8	9
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

2. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

- (A)  $\frac{1}{2}$
- (B) 1
- (C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (F)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_{\beta}^{\alpha} = [I]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- (B)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
- (C)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
- (D)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- (E)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$

4. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

5. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
- (B) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
- (C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- (D) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .

6. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)

7. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

- (A)  $2x + y + 2z = 0$
- (B)  $x + y + z = 0$
- (C)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
- (D)  $x^2y + z = 0$
- (E)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$

8. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

9. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6
0	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	A
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	B
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	C
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	D
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	E
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	F
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

7	8	9 V-F
A	<input type="radio"/>	A
B	<input type="radio"/>	B
C	<input type="radio"/>	C
D	<input type="radio"/>	D
E	<input type="radio"/>	E

1. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

- (D)  $\frac{1}{2}$
- (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (F)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

3. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

4. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

5. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)

6. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $u_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

- (A) 1
- (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

7. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_\beta^\alpha = [I]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- (B)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- (C)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
- (D)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
- (E)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$

8. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

- (A)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
- (B)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
- (C)  $x^2y + z = 0$
- (D)  $2x + y + 2z = 0$
- (E)  $x + y + z = 0$

9. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
- (B) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- (D) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
- (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

7	8	9
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

1. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
2. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[T]_\beta^\alpha = [T]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$   
 (B)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$   
 (C)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (D)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$   
 (E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
3. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
4. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $x^2y + z = 0$   
 (B)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$   
 (C)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$   
 (D)  $2x + y + 2z = 0$   
 (E)  $x + y + z = 0$
5. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)
6. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.  
 (B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- (C) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .  
 (D) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.  
 (E) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
7. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
8. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
9. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
 (B) 1  
 (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
 (F)  $\frac{1}{2}$



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
0	A	A	0	A	A
1	B	B	1	B	B
2	C	C	2	C	C
3	D	D	3	D	D
4	E	E	4	E	E
5	F		5		
6			6		
7			7		
8			8		
9			9		

### CONTROLE MIXNFIX

●		●		●		●		●	
●						●		●	

7	8	9
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

2. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

- (A) 1
- (B)  $\frac{1}{2}$
- (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

3. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

- (A)  $x + y + z = 0$
- (B)  $2x + y + 2z = 0$
- (C)  $x^2y + z = 0$
- (D)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
- (E)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$

4. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

5. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_{\beta}^{\alpha} = [I]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
- (E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$

6. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
- (B) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (C) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
- (D) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .

7. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

8. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)

9. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	0	A	0	A
B	1	1	B	1	B
C	2	2	C	2	C
D	3	3	D	3	D
E	4	4	E	4	E
	5	5	F	5	
	6	6		6	
	7	7		7	
	8	8		8	
	9	9		9	

### CONTROLE MIXNFIX

	●			●		●	●		●
				●		●			
		●							

7	8	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5		5
6		6
7		7
8		8
9		9

- 1.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
  - (B) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
  - (C) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
  - (D) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
  - (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
- 2.** Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
- 3.** Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $u_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (C) 1
  - (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (E)  $\frac{1}{2}$
  - (F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- 5.** Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
- 6.** Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_\beta^\alpha = [I]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
  - (B)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
  - (C)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
  - (D)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
  - (E)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- 7.** Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
- 8.** Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $2x + y + 2z = 0$
  - (B)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
  - (C)  $x + y + z = 0$
  - (D)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
  - (E)  $x^2 + y + z = 0$
- 9.** Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	A	0	A	0	0
B	B	1	B	1	1
C	C	2	C	2	2
D	D	3	D	3	3
E	E	4	E	4	4
	F	5		5	5
		6		6	6
		7		7	7
		8		8	8
		9		9	9

### CONTROLE MIXNFIX

			●			●	●	●	
●		●						●	
●									

7	8	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5		5
6		6
7		7
8		8
9		9

- 1.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
- (B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- (C) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
- (D) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $u_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (B) 1
- (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (F)  $\frac{1}{2}$
- 3.** Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
- 4.** Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
- (B)  $x + y + z = 0$
- (C)  $2x + y + 2z = 0$
- (D)  $x^2y + z = 0$
- (E)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
- 5.** Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
- 6.** Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- 7.** Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
- $$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
- onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
- 8.** Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[T]_\beta^\alpha = [T]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- (B)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
- (D)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
- (E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
- 9.** Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0	0
B	1	1	1	B	1	1
C	2	2	2	C	2	2
D	3	3	3	D	3	3
E	4	4	4	E	4	4
	5	5	5		5	5
	6	6	6		6	6
	7	7	7		7	7
	8	8	8		8	8
	9	9	9		9	9

### CONTROLE MIXNFIX

●	●	●	●			●	●	●	●
		●		●					
●		●							

	7	8 V-F	9
A	A	0	0
B	B	1	1
C	C	2	2
D	D	3	3
E	E	4	4
F		5	5
		6	6
		7	7
		8	8
		9	9

1. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
  - (A)  $x^2y + z = 0$
  - (B)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
  - (C)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
  - (D)  $2x + y + 2z = 0$
  - (E)  $x + y + z = 0$
  
2. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
  
3. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
  
4. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[T]_{\beta}^{\alpha} = [T]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
  - (B)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
  - (C)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
  - (D)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
  - (E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
  
5. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
 
$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
  
6. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)
  
7. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
  - (A) 1
  - (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (D)  $\frac{1}{2}$
  - (E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  
8. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
  - (A) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
  - (B) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
  - (C) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
  - (D) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
  - (E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
  
9. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	A	0	A
B	1	1	B	1	B
C	2	2	C	2	C
D	3	3	D	3	D
E	4	4	E	4	E
F	5	5		5	
	6	6		6	
	7	7		7	
	8	8		8	
	9	9		9	

### CONTROLE MIXNFIX

●				●	●	●		●	
		●						●	
		●							

7 V-F	8	9
A	0	0
B	1	1
C	2	2
D	3	3
E	4	4
	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9

1. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gram-Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $u_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (E)  $\frac{1}{2}$
- (F) 1

2. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

3. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

4. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[T]_{\beta}^{\alpha} = [T]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- (C)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
- (D)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- (E)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$

5. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

6. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

- (A)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
- (B)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
- (C)  $x + y + z = 0$
- (D)  $2x + y + 2z = 0$
- (E)  $x^2y + z = 0$

7. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- (C) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
- (D) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
- (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .

8. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

9. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	A	A	0	0
B	1	B	B	1	1
C	2	C	C	2	2
D	3	D	D	3	3
E	4	E	E	4	4
	5	F		5	5
	6			6	6
	7			7	7
	8			8	8
	9			9	9

### CONTROLE MIXNFIX

	●	●		●		●		●	
●		●		●					

7	8 V-F	9
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5		5
6		6
7		7
8		8
9		9

1. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_{\beta}^{\alpha} = [I]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$   
 (B)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (C)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$   
 (D)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$   
 (E)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
2. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $u_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
 (C)  $\frac{1}{2}$   
 (D) 1  
 (E)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
4. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $2x + y + 2z = 0$   
 (B)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$   
 (C)  $x^2y + z = 0$   
 (D)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$   
 (E)  $x + y + z = 0$
5. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)
6. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
7. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
8. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .  
 (B) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.  
 (C) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.  
 (D) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .  
 (E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
9. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

7	8	9
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>

1. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
  - (B)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
  - (C)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
  - (D)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
  - (E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
  
2. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)
  
3. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
  - (A) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
  - (B) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
  - (C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
  - (D) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
  - (E) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
  
4. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
  
5. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
  
6. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_\beta^\alpha = [I]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
  - (B)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
  - (C)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
  - (D)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
  - (E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
  
7. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
  - (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (B)  $\frac{1}{2}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (D) 1
  - (E)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (F)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
  
8. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
  - (A)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
  - (B)  $2x + y + 2z = 0$
  - (C)  $x + y + z = 0$
  - (D)  $x^2y + z = 0$
  - (E)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
  
9. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
 
$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	A	0	0	A
B	1	B	1	1	B
C	2	C	2	2	C
D	3	D	3	3	D
E	4	E	4	4	E
	5		5	5	
	6		6	6	
	7		7	7	
	8		8	8	
	9		9	9	

### CONTROLE MIXNFIX

●	●		●	●	●		●	●	●
●				●		●			
●									

7	8	9
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	F
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

- (A)  $x^2y + z = 0$
- (B)  $x + y + z = 0$
- (C)  $2x + y + 2z = 0$
- (D)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
- (E)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$

2. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)

3. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[T]_\beta^\alpha = [T]_\epsilon^\epsilon = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
- (B)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- (C)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
- (D)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- (E)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$

4. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

5. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

6. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
- (B) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
- (C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- (D) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
- (E) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .

7. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

8. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

9. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (B) 1
- (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (E)  $\frac{1}{2}$
- (F)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

●				●						●				
●	●	●											●	
		●												

1	2	3	4	5 V-F	6
0	A	0	0	A	0
1	B	1	1	B	1
2	C	2	2	C	2
3	D	3	3	D	3
4	E	4	4	E	4
5		5	5		5
6		6	6		6
7		7	7		7
8		8	8		8
9		9	9		9

7	8	9
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5	F	
6		
7		
8		
9		

1. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
- $$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
- onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
2. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_{\beta}^{\alpha} = [I]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (B)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$   
 (C)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$   
 (D)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$   
 (E)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
3. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
4. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
5. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.  
 (B) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.  
 (C) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .  
 (D) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
6. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
7. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)
8. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (B)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
 (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (D)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
 (E)  $\frac{1}{2}$   
 (F) 1
9. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $x + y + z = 0$   
 (B)  $x^2y + z = 0$   
 (C)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$   
 (D)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$   
 (E)  $2x + y + 2z = 0$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

*CONTROLE MIXNFIX*

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6
A	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4
	F	5	5		5
		6	6		6
		7	7		7
		8	8		8
		9	9		9

7	8	9 V-F
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

- 1.** Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_{\beta}^{\alpha} = [I]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$   
 (B)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$   
 (C)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$   
 (D)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$   
 (E)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
 (C) 1  
 (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$   
 (E)  $\frac{1}{2}$   
 (F)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 3.** Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)
- 4.** Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
- 5.** Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $x + y + z = 0$   
 (B)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$   
 (C)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$   
 (D)  $x^2y + z = 0$   
 (E)  $2x + y + 2z = 0$
- 6.** Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
- 7.** Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
- 8.** Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
- 9.** Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.  
 (B) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.  
 (C) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.  
 (D) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .  
 (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	A	A	0	0
B	1	B	B	1	1
C	2	C	C	2	2
D	3	D	D	3	3
E	4	E	E	4	4
	5	F		5	5
	6			6	6
	7			7	7
	8			8	8
	9			9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8	9
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1. Responda V ou F: (2.000, -2.000)

- (A) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (B) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
- (C) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
- (D) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
- (E) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^\perp = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .

2. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)

3. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)

- (A)  $\frac{1}{2}$
- (B) 1
- (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (E)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- (F)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

4. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[I]_\beta^\alpha = [I]_\epsilon^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
- (B)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
- (C)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
- (D)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
- (E)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$

5. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_\alpha^\alpha$  é: (1.000, -1.000)

6. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)

7. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)

8. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :  

$$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
 onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)

9. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)

- (A)  $2x + y + 2z = 0$
- (B)  $x + y + z = 0$
- (C)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
- (D)  $x^2 + y + z = 0$
- (E)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
Exercício Escolar Final - 17/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	A	0	0	0	A
B	B	1	1	1	B
C	C	2	2	2	C
D	D	3	3	3	D
E	E	4	4	4	E
		5	5	5	
		6	6	6	
		7	7	7	
		8	8	8	
		9	9	9	

### CONTROLE MIXNFIX

●	●		●		●				
	●			●		●			
●									

7	8	9
0	0	A
1	1	B
2	2	C
3	3	D
4	4	E
5	5	F
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1. Considere  $U$  subespaço de  $\mathbb{R}^3$  descrito pelas equações:  $y = 2x$  e  $x = z$ , e  $W = [(1, 0, -1)]$ ; então  $U + W$  é descrito por: (1.000, -1.000)
- (A)  $2x + y + 2z = 0$
  - (B)  $x^2y + z = 0$
  - (C)  $x + y + z = 0$
  - (D)  $2x + y + 2z = 0$  e  $x = z$
  - (E)  $x + z = 0$  e  $x + y + z = 0$
2. Considere  $\alpha$  e  $\beta$  bases do  $\mathbb{R}^3$  e  $\epsilon$  a base canônica do  $\mathbb{R}^3$ . Se  $[T]_{\beta}^{\alpha} = [T]_{\epsilon}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ; então a base  $\alpha$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, 5, 0), (1, 2, -5), (3, -1, 5)\}$
  - (B)  $\{(3, -1, 0), (0, 3, 1), (0, 5, 1)\}$
  - (C)  $\{(1, -1, 0), (1, 2, 1), (2, -1, 1)\}$
  - (D)  $\{(1, 1, 2), (-1, 2, -1), (0, 1, 1)\}$
  - (E)  $\{(0, 5, 3), (-3, 2, -5), (-1, 3, 0)\}$
3. Considere o operador linear:  $T(x, y, z) = (x - y + z, -x + 3y + z, -3x - y + 5z)$ . Seja  $\alpha = \{(1, 0, 1), (1, -1, 1), (0, 1, 1)\}$  base do  $\mathbb{R}^3$ . A soma dos elementos de  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é: (1.000, -1.000)
4. Considere duas transformações lineares:  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por:  $T(1, 2) = (2, -1)$ ,  $T(2, 1) = (1, 1)$ , e  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $S(x, y) = (x - 2y, y - x)$ . Marque a soma das coordenadas do vetor  $v = (S \circ T)^{-1}(-3, -1)$ . (1.000, -1.000)
5. Considere o plano  $\pi : 2x + y - z = 9$  e o ponto  $P = (1, -3, 2)$ . Considere duas retas que passam por  $P$ : uma com a direção ortogonal a  $\pi$  e a outra com a direção do vetor  $(3, -1, 1)$ . Seja  $a$  a área do triângulo cujos vértices são o ponto  $P$  e as interseções das retas com  $\pi$ . Marque  $\sqrt{2}a$ . (1.000, -1.000)
6. Responda V ou F: (2.000, -2.000)
- (A) Em  $\mathbb{R}^2$  matriz inversa de um operador de rotação de  $\theta$  anti-horário é a matriz do operador de rotação de  $\theta$  horário.
  - (B) Sejam  $T : V \rightarrow U$  e  $S : U \rightarrow W$  tais que  $\dim(W) = 20$ ,  $\dim(\text{Im}(S)) = 15$  e  $\dim(\text{Nu}(T)) = 12$ . Sabendo-se que  $T$  é sobrejetiva e  $S$  é injetiva, podemos afirmar que  $\dim(V) = 35$ .
- (C) No espaço  $\mathbb{R}^3$  existe uma única reta que é ortogonal a duas retas reversas, e ao mesmo tempo concorrente com cada uma delas.
- (D) Considere uma base ortogonal de  $V$ :  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Podemos dizer que  $[v_1, v_2, v_3]^{\perp} = [v_4, v_5, \dots, v_n]$ .
- (E) Para cada operador linear invertível, existe um produto interno que o torna um operador ortogonal.
7. Considere um operador  $T$  do  $\mathbb{R}^3$ , dado por:  $T(x, y, z) = (x + y + 2z, y, y + 3z)$ . Encontre uma base de autovetores de  $T$  de tal forma que, em cada autovetor, a primeira coordenada não nula seja 1. Seja  $\{v_1, v_2, v_3\}$  esta base. Então assinale o valor  $4(\|v_1\|^2 + \|v_2\|^2 + \|v_3\|^2)$ . (1.000, -1.000)
8. Considere o sistema com soluções em  $\mathbb{R}^4$ :
- $$\begin{cases} x - z - w = -2 \\ x + 2y + 3z + w = 0 \\ cx + y + (2 - c)z + (b + 1)w = a + b - 2c \\ ax + y + (2 - a)z + (1 - 2c)w = b - 2c \end{cases}$$
- onde  $a, b$  e  $c$  são reais. Se  $a, b$  e  $c$  assumem os valores que fazem com que o sistema admita infinitas soluções, parametrizadas com 2 variáveis livres independentes, então assinale  $a^2 + b^2 + c^2$ . (1.000, -1.000)
9. Considere o  $\mathbb{R}^4$  com p.i. usual. Considere a base ortogonal  $\beta = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  obtida a partir de  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  utilizando o método de Gramm Schmidt. Sabendo que  $u_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $u_2 = \frac{1}{3}(-1, 2, 0, 1)$ ,  $u_3 = (0, 0, -1, 0)$  e  $v_4 = (0, 1, 1, 1)$ , marque a alternativa que apresenta  $\|u_4\|$ : (1.000, -1.000)
- (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
  - (B)  $\frac{1}{2}$
  - (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - (D)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
  - (E) 1
  - (F)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$