

-
-
-
-
-

IF-705 – Automação Inteligente

Sistemas Nebulosos

Aluizio Fausto Ribeiro Araújo
Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática - CIn
Departamento de Sistemas da Computação
aluizioa@cin.ufpe.br



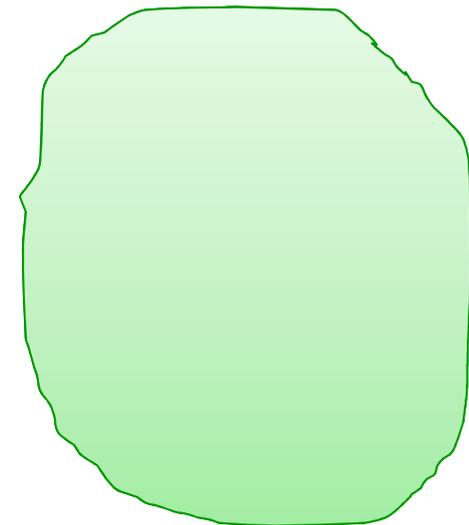
-
-
-
-
-

Conteúdo

- Introdução
- Teoria dos Conjuntos Difusos
 - Conceitos Fundamentais
 - Operações Básicas em Conjuntos Nebulosos
- Lógica Nebulosa
- Funções de Pertinência
- Sistemas Nebulosos
- Exemplo

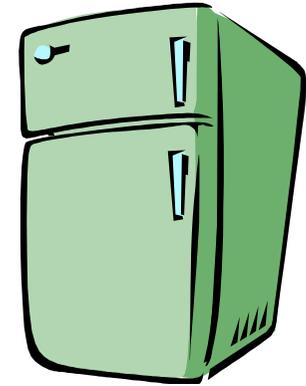
Introdução

- Probabilidade versus Nebulosidade: Se alguém pensa sobre um objeto de forma qualquer (círculo, quadrado ou triângulo). Qual seria a afirmação mais precisa:
 - Isto é provavelmente um círculo.
 - Isto é um círculo nebuloso.



Introdução

- Probabilidade versus Nebulosidade: Duas situações que são similares, mas diferentes:
 - Há 50% de chance de existir uma maçã no refrigerador;
 - Existe metade de uma maçã no refrigerador.



Introdução

- Paradoxo do barbeiro de Sevilha (Bertrand Russel, 1901):
 - Há em Sevilha um barbeiro que reúne as duas condições seguintes:
 - Faz a barba de todas pessoas de Sevilha que não fazem a barba a si próprias.
 - Só faz a barba a quem não faz a barba a si próprio.
 - Considere então que:
 - Se o barbeiro não se barbeia sozinho, então ele deve fazer sua própria barba, tornando-se um homem que se barbeia sozinho.
 - Se o barbeiro se barbeia sozinho, então ele deve parar de fazer a própria barba, tornando-se um homem que não se barbeia só.



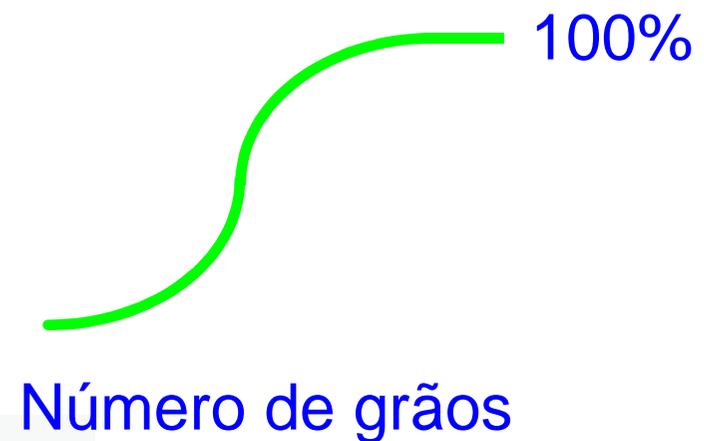
Introdução

- Paradoxo de Sorites (monte em grego):
 - Premissa 1: Um milhão de grãos de areia formam um monte;
 - Premissa 2: Um monte menos um grão é um monte;
 - Quantos grãos de areia precisam sair para não ser um monte?
- Não há separação clara entre o que é um monte e o que não é um monte.



Monte de areia

0



-
-
-
-
-

Teoria dos Conjuntos Nebulosos (Fuzzy)



-
-
-
-
-

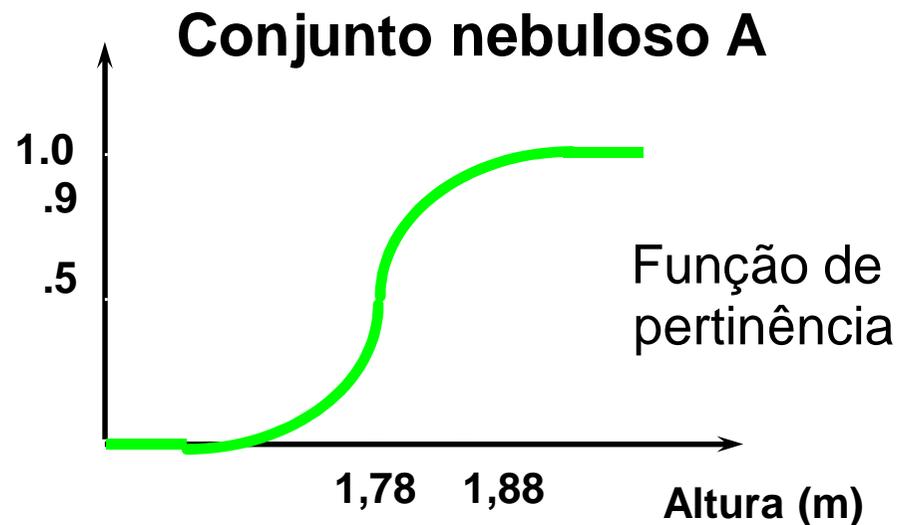
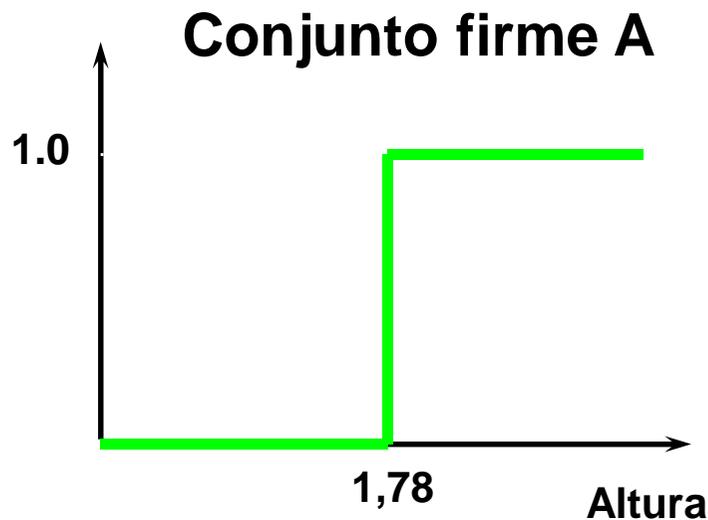
Conceitos Fundamentais

- Conjuntos nebulosos são uma extensão da teoria de conjuntos firmes (*crisps*) aplicada a conjuntos com elementos que não possuem uma definição precisa.
- Todas as operações realizadas com conjuntos podem ser realizadas em conjuntos nebulosos.
- A teoria de conjuntos nebulosos por si é um campo gigantesco de estudos que inclui: Teoria das medidas nebulosas; topologia nebulosa; álgebra nebulosa; análise nebulosa, etc.

Conceitos Fundamentais

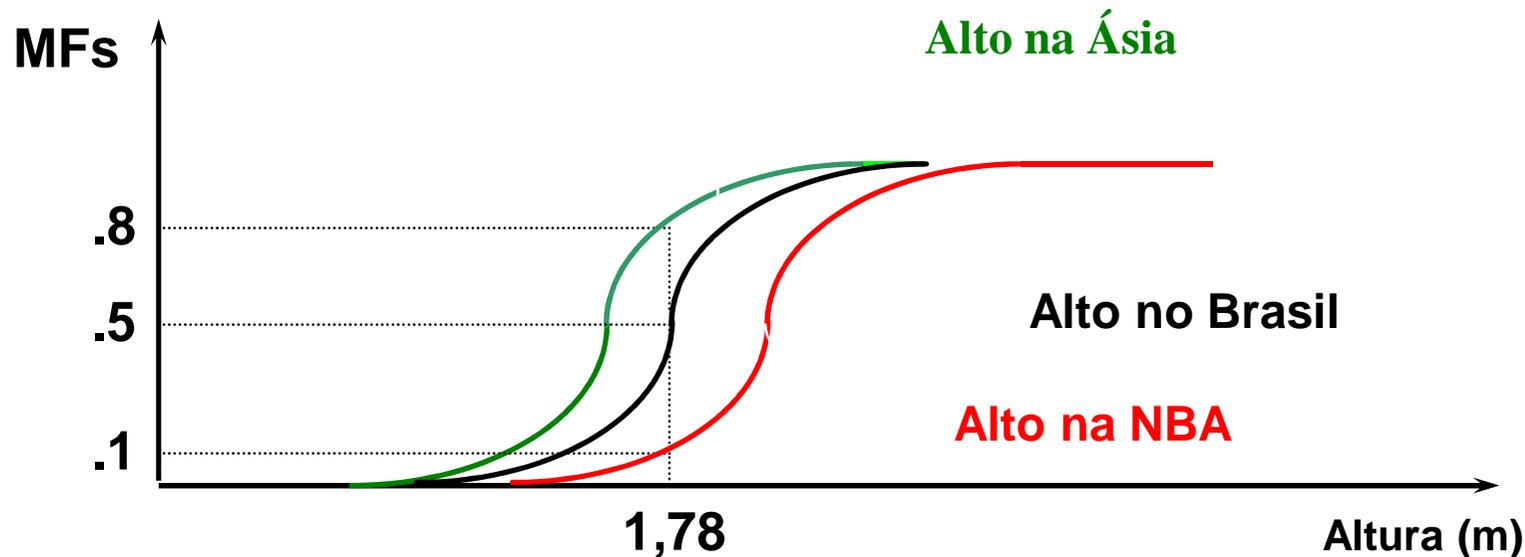
- Conjuntos com fronteiras nebulosas

A = conjunto de pessoas altas



Conceitos Fundamentais

- Funções de pertinência (NFs), características:
 - Medidas subjetivas;
 - Não são funções de probabilidade.



Conceitos Fundamentais

- Seja U o conjunto universo, então
 - Um conjunto nebuloso A em U é caracterizado por uma função de pertinência $\mu_A(x)$ com valores no intervalo $[0,1]$ para um dado elemento x .
 - Esta é uma generalização da noção normal de conjunto, onde um elemento x está (1) ou não está (0) em um conjunto.

Conceitos Fundamentais

- Um conjunto nebuloso A em U pode ser representado como um conjunto de pares ordenados de elementos genéricos x e seus respectivos valores de pertinência. Ou seja:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in U\}$$

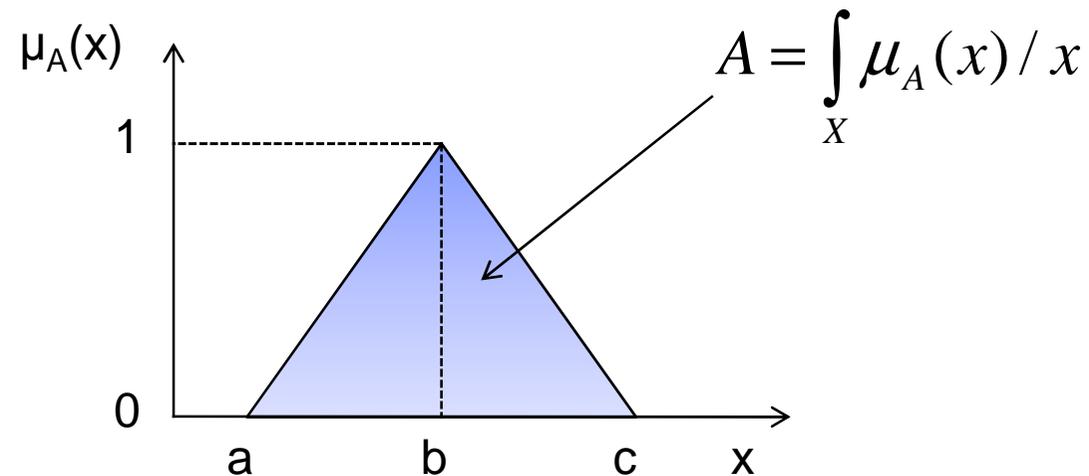
- Um conjunto nebuloso A pode ser denotado por operador contínuo ou discreto de união lógica, com separador:

$$A = \int_X \mu_A(x) / x, \quad \text{se } X \text{ for contínuo,}$$

$$A = \sum_{x_i \in X} \mu_A(x_i) / x_i, \quad \text{se } X \text{ for discreto.}$$

Conceitos Fundamentais

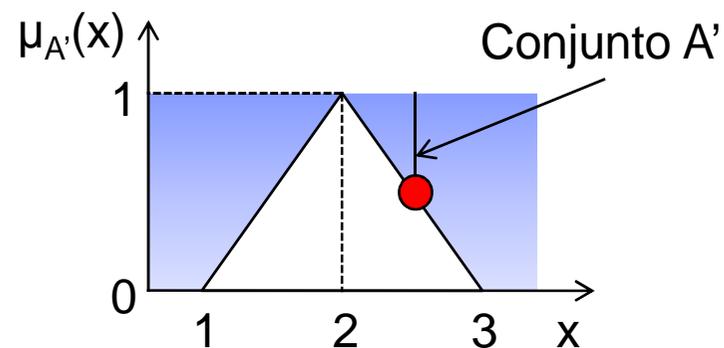
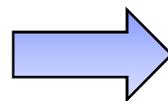
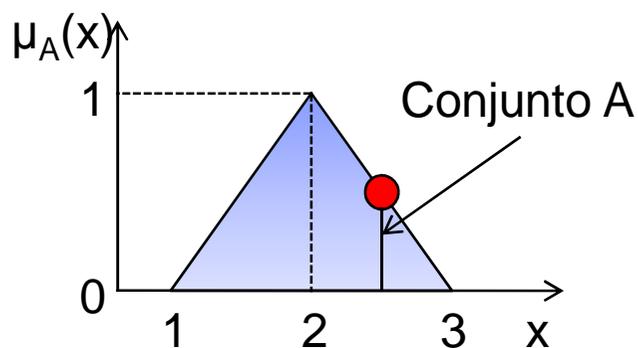
- Graficamente um conjunto nebuloso pode ser representado pela área sob a curva da função de pertinência μ_A :



Operações Básicas com Conjuntos Nebulosos

- Complemento

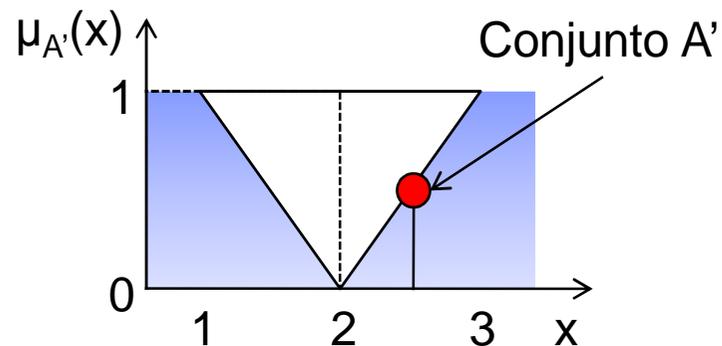
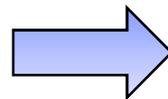
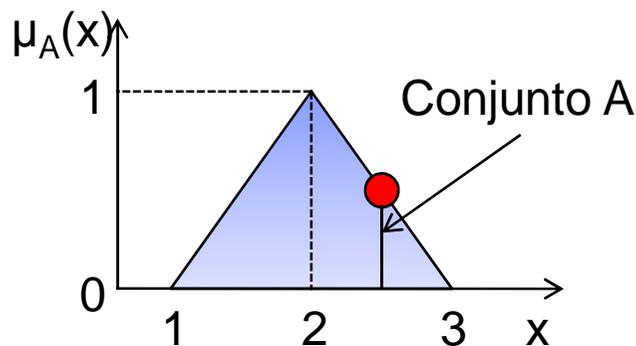
$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)$$



Operações Básicas com Conjuntos Nebulosos

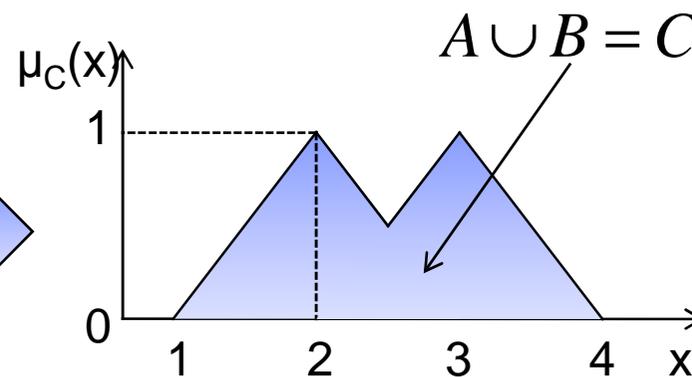
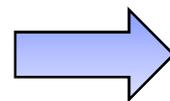
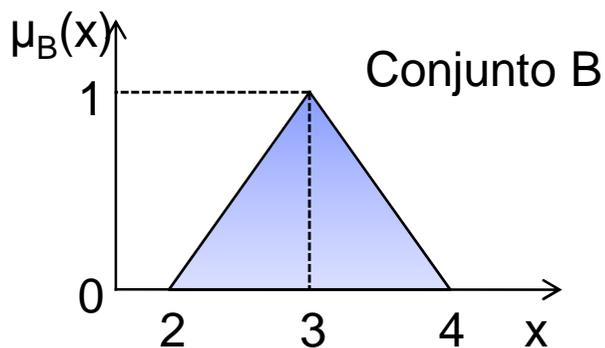
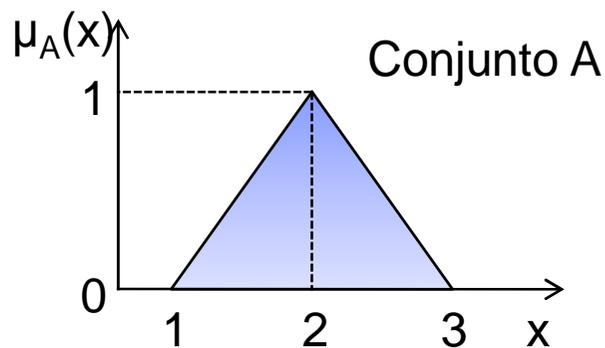
- Complemento

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)$$



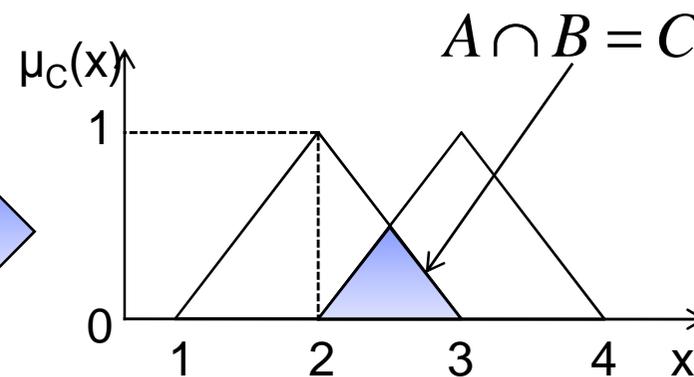
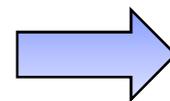
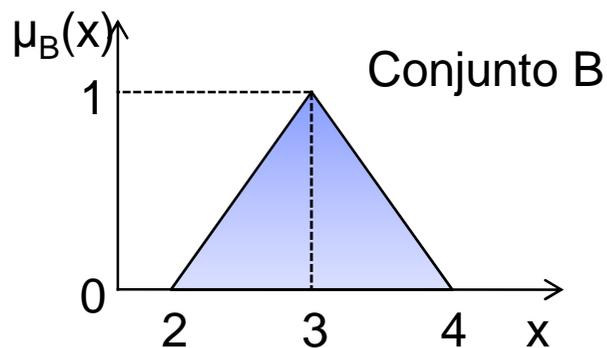
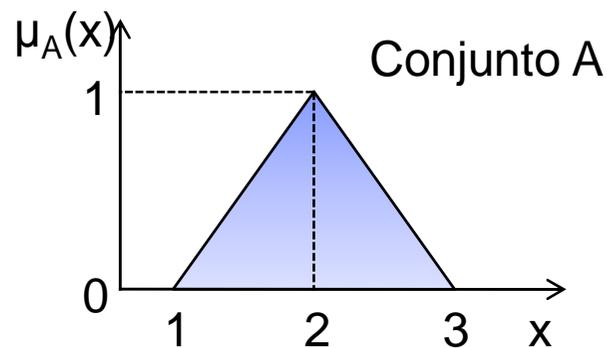
Operações Básicas com Conjuntos Nebulosos

- União



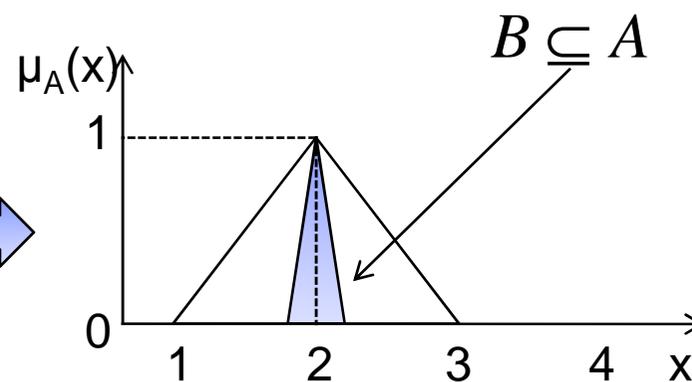
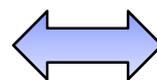
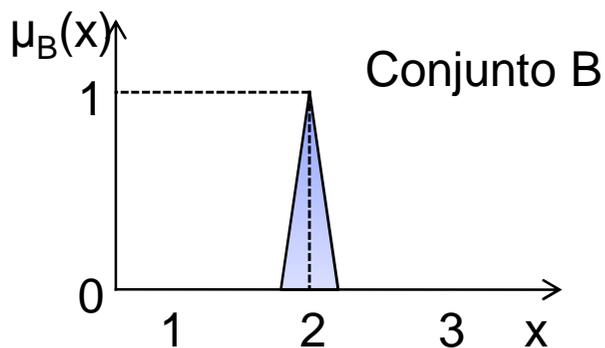
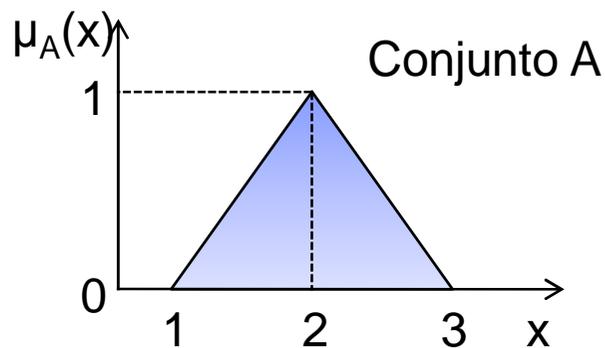
Operações Básicas com Conjuntos Nebulosos

- Interseção



Operações Básicas com Conjuntos Nebulosos

- Contido



Lógica Nebulosa

- Lógica é o estudo dos métodos e princípios do raciocínio, onde o raciocínio permite obter novas proposições a partir de proposições já existentes.
- Na lógica clássica as proposições são sempre verdadeiras ou falsas.
- Lógica nebulosa generaliza lógica clássica: do verdadeiro e falso para valores de proposições que se estendem de 0 (completamente falso) e 1 (completamente verdadeira).

Lógica Nebulosa

- Um AND entre dois conjuntos nebulosos é equivalente a operação de interseção.
- Um OR entre dois conjuntos nebulosos é equivalente a operação de união.
- O NOT de um conjunto nebuloso é equivalente ao complemento do conjunto.

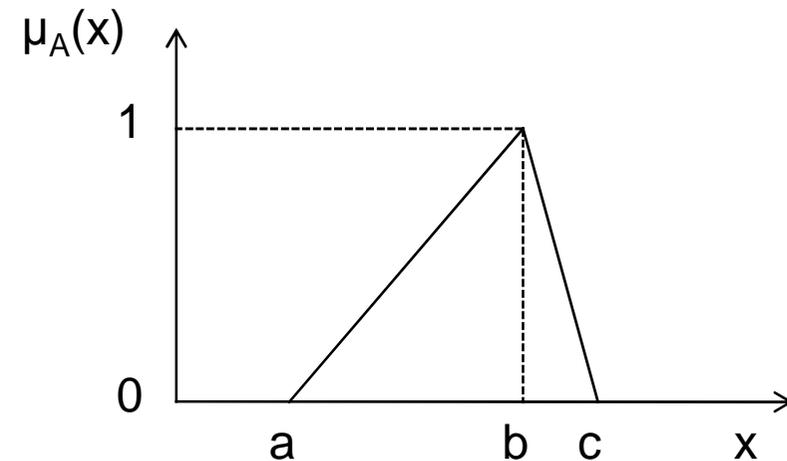
Funções de Pertinência

- A pertinência $\mu(\cdot)$ de um conjunto nebuloso (*fuzzy*) pode ser qualquer função limitada no intervalo $[0,1]$.
- Expressa a *possibilidade* de um determinado elemento x ser membro de um conjunto nebuloso.
- As funções de pertinência mais utilizadas são:
 - Triangular
 - Normal
 - Trapezoidal

Funções de Pertinência

- Funções de pertinência mais utilizadas podem ser:
 - Triangular

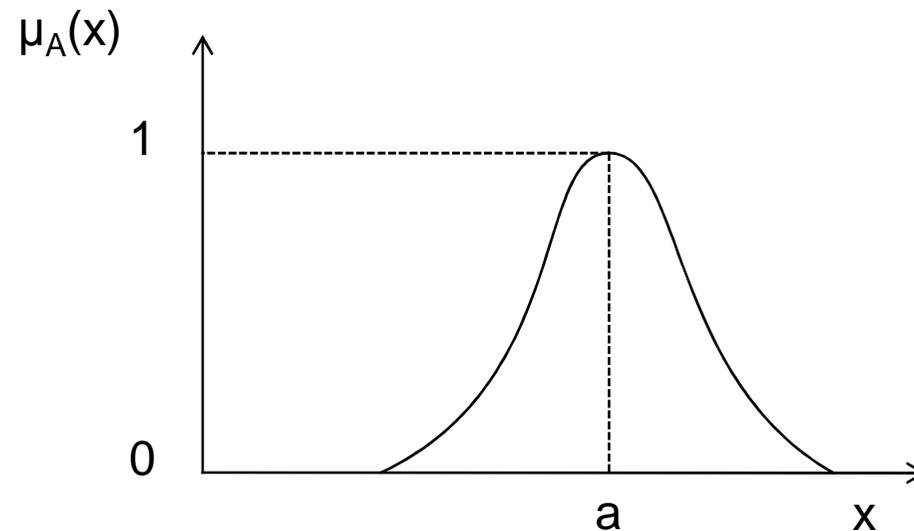
$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b; \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c; \\ 0, & x < a \mid x > c. \end{cases}$$



Funções de Pertinência

- Funções de pertinência mais utilizadas podem ser:
 - Normal

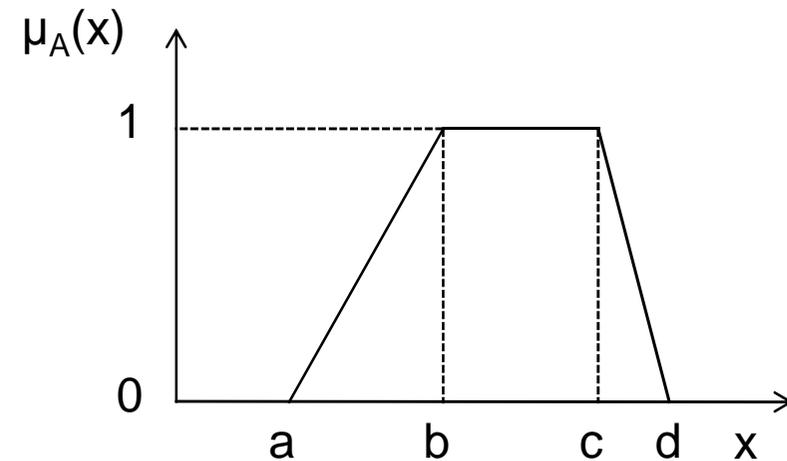
$$\mu_A(x) = e^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^2}, b > 0$$



Funções de Pertinência

- Funções de pertinência mais utilizadas podem ser:
 - Trapezoidal

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b; \\ 1, & b \leq x \leq c; \\ \frac{d-x}{d-c}, & c < x \leq d; \\ 0, & x > d. \end{cases}$$



Sistemas Nebulosos

- São sistemas definidos através de um conjunto de regras do tipo IF/THEN com variáveis nebulosas. Exemplo:

R^0 : ...

R^i : IF x_0 is A_0^i and ... x_n is A_n^i THEN y_0 is B_0^i and ... y_m is B_m^i

...

R^k : ...

- onde temos n variáveis de entrada x_n , m variáveis de saída y_m , k regras R^i , n conjuntos de entrada A_n e m conjuntos de saída B_m .



Sistemas Nebulosos

- As regras de um sistema nebuloso utilizam k premissas e k conseqüências.

R^0 : ...

R^i : IF x_0 is A_0^i and ... x_n is A_n^i THEN y_0 is B_0^i and ... y_m is B_m^i

...

R^k : ...

Premissa

Conseqüência

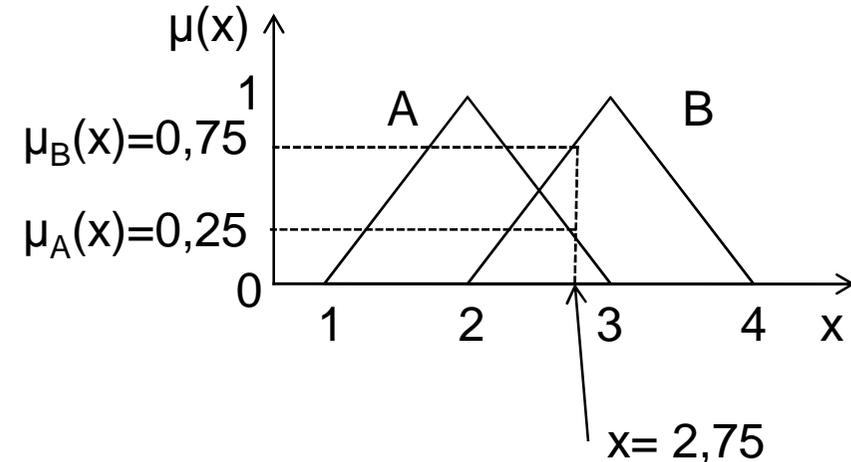
Sistemas Nebulosos “Fuzzyficação”

- É o processo de atribuir um grau de pertinência $\mu_A(x_n)$ de uma dada variável de entrada x_n a um conjunto nebuloso A_n .
- Para toda asserção “ x is A ”, sempre existe um grau de pertinência entre 0 e 1 da variável x em relação ao conjunto A :
 - Isto é, $x_n \text{ is } A_n \rightarrow \mu_{A_n}(x); [0,1]$

Sistemas Nebulosos

“Fuzzyficação”: Exemplo

- Para uma variável de entrada $x=2,75$ e para os conjuntos nebulosos A e B , representados na figura ao lado, temos:
 - x tem 75% de possibilidade de pertencer ao conjunto B .
 - x tem 25% de possibilidade de pertencer ao conjunto A .

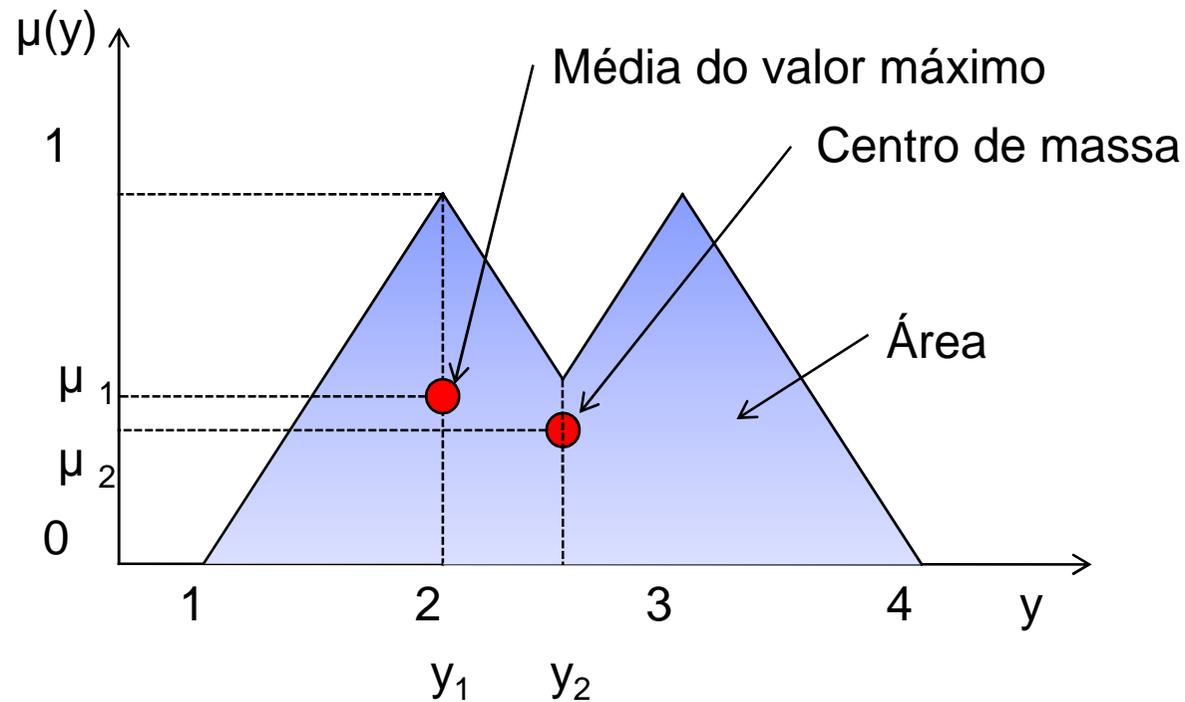


Sistemas Nebulosos

“Defuzzyficação”

- É o processo de se obter um valor real para y uma vez dados os i -ésimos graus de pertinências $\mu_B^i(y_{med}^i)$ para uma variável y_{med}^i de saída.
- Existem várias alternativas para “Defuzzificação” tais como:
 - Utilizar o valor médio do máximo de $\mu(y)$.
 - Utilizar o centro de gravidade da área sobre $\mu(y)$.
 - Utilizar alguma combinação linear de $\mu(y)$.

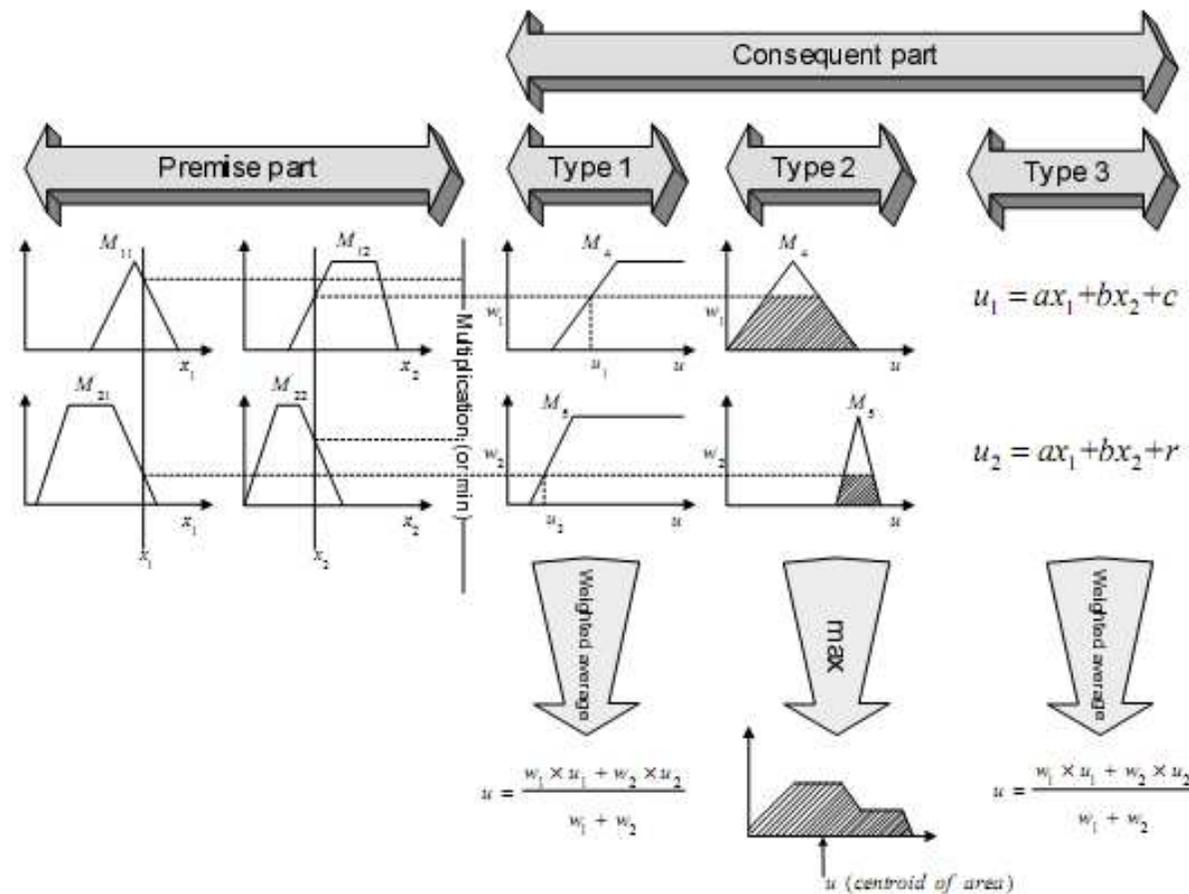
Sistemas Nebulosos “Defuzzyficação”



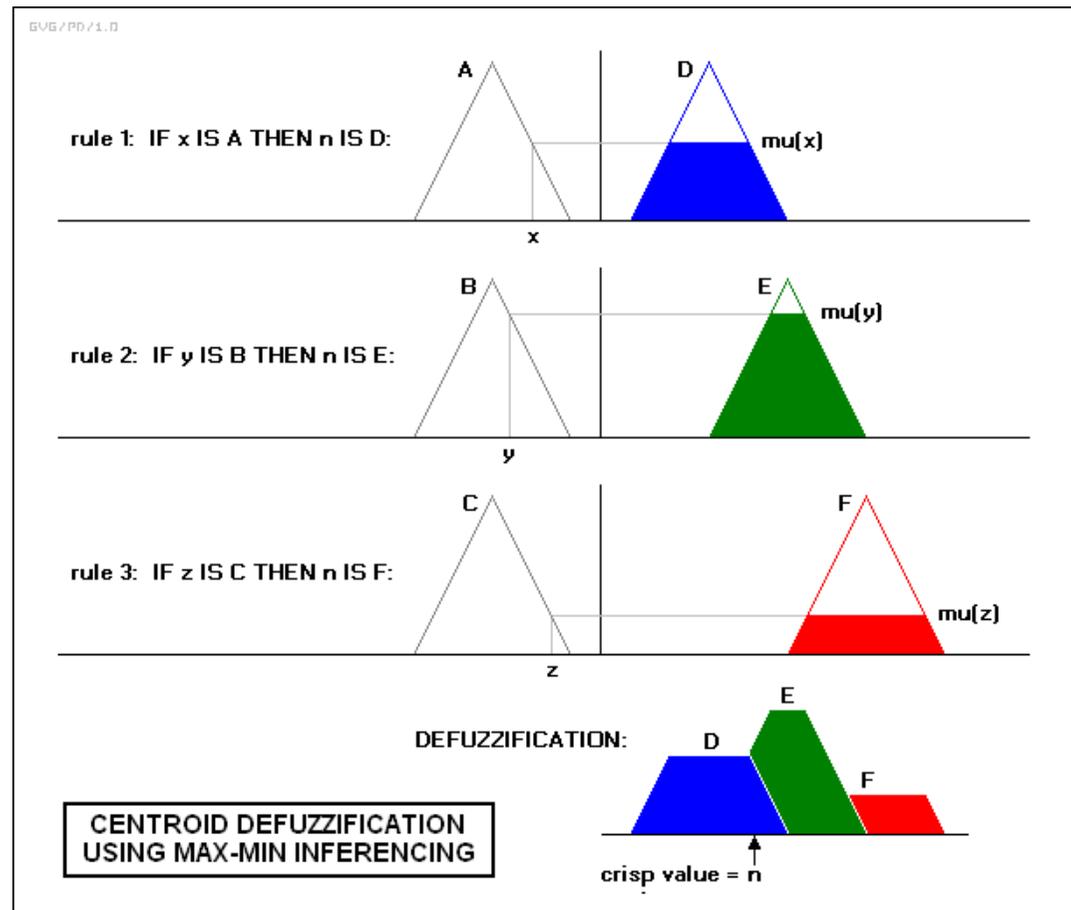
$$y_3 = k \cdot A + b$$

Sistemas Nebulosos

“Defuzzyficação”: Exemplo



Exemplo de um Sistema Nebuloso



Referências

- **Atualizar**
- Shaw, I. S. , Simões, M. G. (2001). *Controle e Modelagem Fuzzy*. Edgard Blücher; 1ª reimpressão, ISBN: 85-212-0248-2.
- Zhang, H. & Liu, D. (2006). *Fuzzy Modeling and Fuzzy Control (Control Engineering)*. Birkhäuser Boston, 1 edition. ISBN-10: 0817644911, ISBN-13: 978-0817644918.