

- 
- 
- 
- 
- 

# IF-705 – Automação Inteligente

## Sistemas Nebulosos (*Fuzzy*)

Aluizio Fausto Ribeiro Araújo  
Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática - CIn  
Departamento de Sistemas da Computação  
aluizioa@cin.ufpe.br

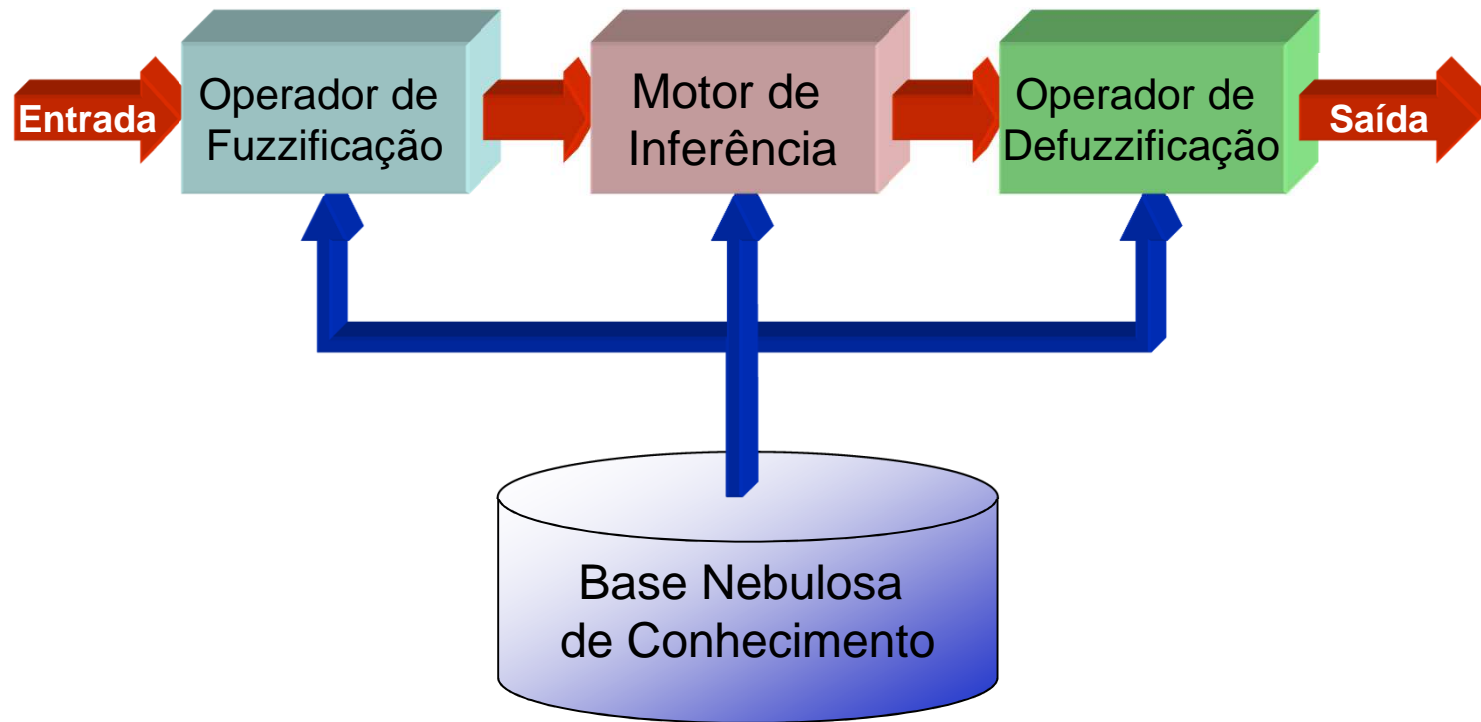


- 
- 
- 
- 
-

# Conteúdo

- Arquitetura de Sistemas Nebulosos de Inferência
- Modelos de Inferência:
  - Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani;
  - Modelo de Inferência Nebulosa de Takagi-Sugeno
- Comparação entre os Modelos de Mamdani e Takagi-Sugeno

# Arquitetura de Sistemas Nebulosos



# Arquitetura de Sistemas Nebulosos

- Função de cada bloco:
  - Operador de fuzzificação: Converte cada entrada firme ou rígida (*crisp*) em uma variável nebulosa usando funções de pertinência (*membership function*) armazenadas na base nebulosa de conhecimento;
  - Motor de Inferência (*inference engine*): Transforma variáveis nebulosas de entrada em variáveis nebulosas de saída usando regras nebulosas IF-THEN;
  - Operador de defuzzificação: Converte cada saída nebulosa em uma saída firme (rígida) usando funções de pertinência armazenadas na base de conhecimento nebuloso.

# Arquitetura de Sistemas Nebulosos

- O sistema nebuloso de inferência cria um mapeamento não-linear entre as variáveis firmes de entrada e saída.

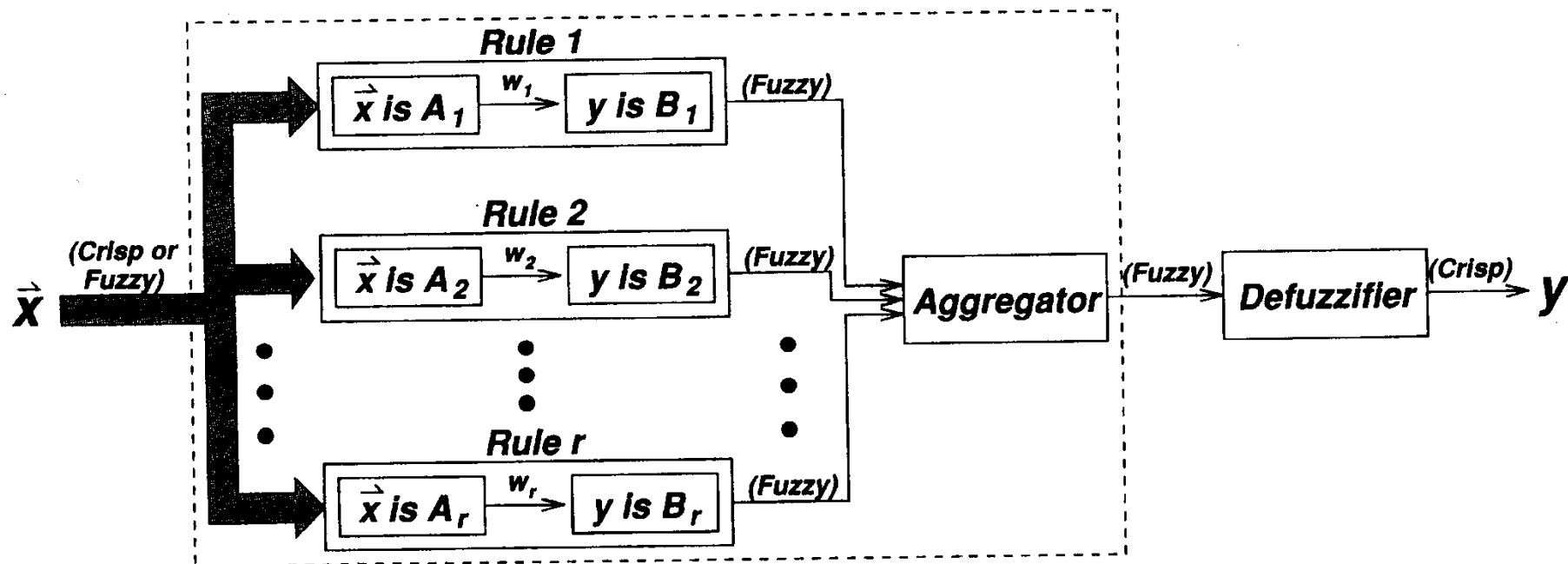


Figure 4.1. Block diagram for a fuzzy inference system.

- 
- 

# Modelo Nebuloso de Inferência

## Mamdani

# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

- Proposição que visava controlar um sistema de motor a vapor e caldeira por um conjunto de regras de controle em linguagem natural obtidas a partir da experiência de operadores humanos.
  - Mamdani, E. H. & Assilian, S. (1975). An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Man-Machine Studies*, 7 (1): 1-13.
- Sistema inteligente de duas fases:
  - Um controlador para gerar a entrada de calor para a caldeira com o fim de regular a pressão do vapor nela;
  - Um controlador de abertura do acelerador cilindro do motor para regular a velocidade deste motor.

# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

- Empregou dois operadores:
  - *min T-norm*;
  - *max T-conorm*.
- De modo geral, o modelo de inferência de Mamdani tem quatro passos:
  - Fuzzyficação das variáveis firmes de entrada;
  - Avaliação de regras;
  - Agregação de regras de saída;
  - Defuzzyficação das variáveis nebulosas de saída.
- Este é o modelo de inferência mais comumente empregado.



# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

- Problema com duas entradas, uma saída e três regras:

## Regra 1

IF  $x$  is  $A3$   
OR  $y$  is  $B1$   
THEN  $z$  is  $C1$

“tradução”

## Regra 1

IF *project\_funding* is *adequate*  
OR *project\_staffing* is *small*  
THEN *risk* is *low*

## Regra 2

IF  $x$  is  $A2$   
AND  $y$  is  $B2$   
THEN  $z$  is  $C2$

## Regra 2

IF *project\_funding* is *marginal*  
AND *project\_staffing* is *large*  
THEN *risk* is *normal*

## Regra 3

IF  $x$  is  $A1$   
THEN  $z$  is  $C3$

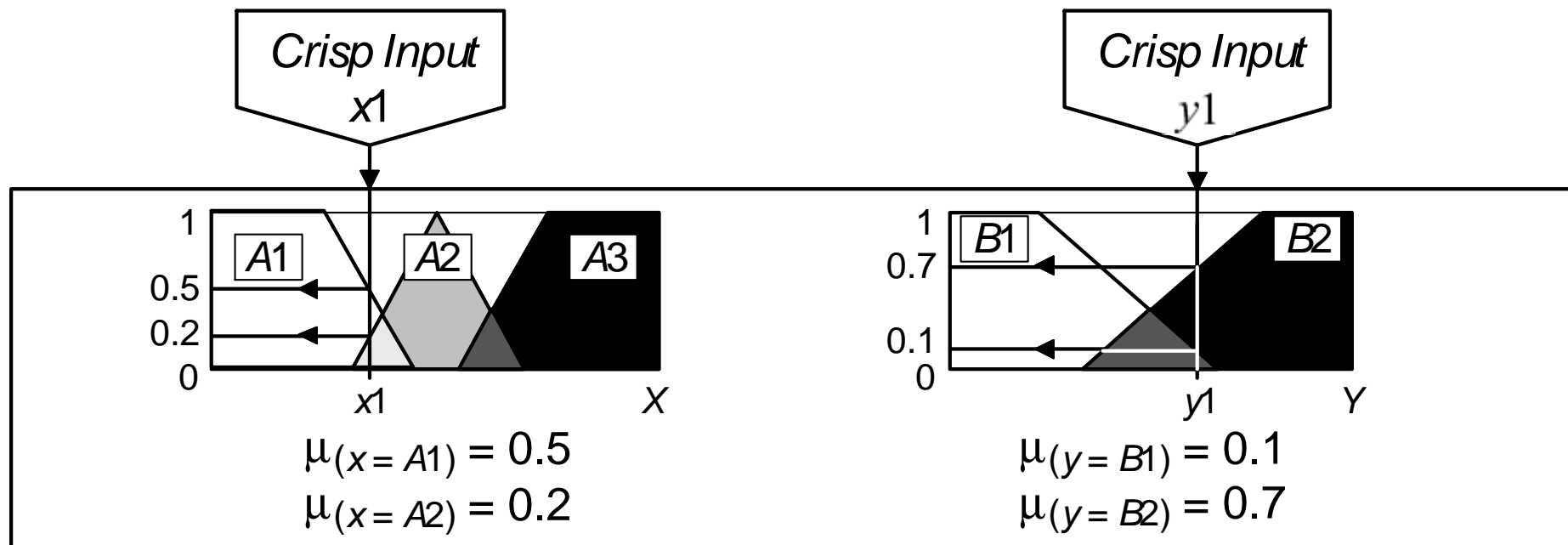
## Regra 3

IF *project\_funding* is *inadequate*  
THEN *risk* is *high*



# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

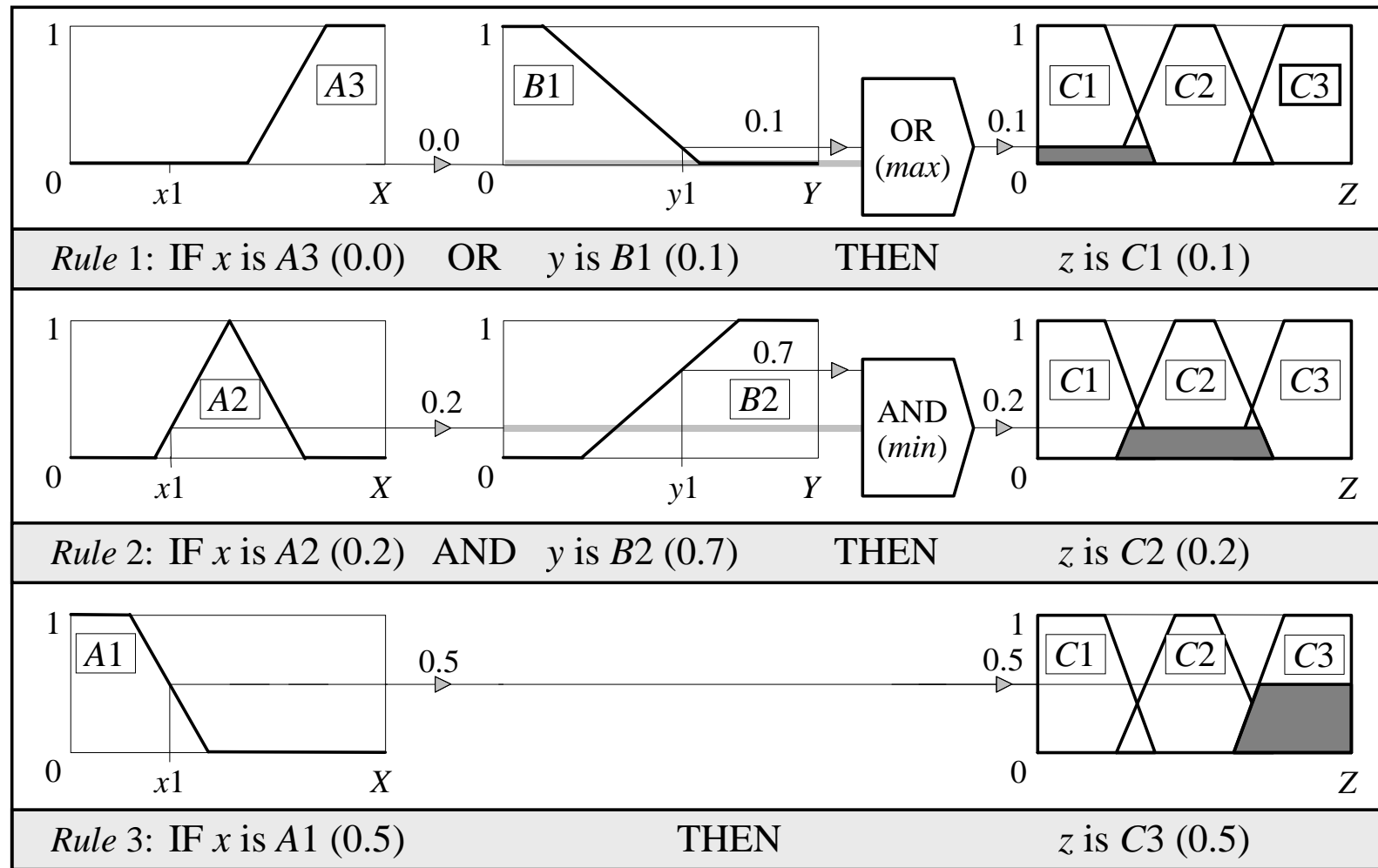
- Primeiro passo (fuzzificação das variáveis de entrada): Tomar as entradas firmes,  $x_1$  e  $y_1$  (financiamento e integrantes de projetos) e determinar seu grau de pertinência a cada um dos conjuntos nebulosos apropriados:



# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

- Segundo passo (Avaliação das regras): Aplicar entradas fuzzyficadas ( $\mu_{(x=A1)} = 0.5$ ,  $\mu_{(x=A2)} = 0.2$ ,  $\mu_{(y=B1)} = 0.1$  e  $\mu_{(y=B2)} = 0.7$ ) aos antecedentes das regras nebulosas. Para antecedentes múltiplos, o operador nebuloso (AND ou OR) calcula apenas um número que representa a avaliação dos antecedentes:
  - Avaliação da disjunção dos antecedentes: Emprega-se o operador nebuloso OR (operação de união):  $\mu_A \cup \mu_B = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$ .
  - Avaliação da conjunção dos antecedentes: Emprega-se o operador nebuloso AND (operação de intersecção):  $\mu_A \cap \mu_B = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$ .
- Este número (valor verdadeiro) é aplicado à função de pertinência conseqüente.

# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

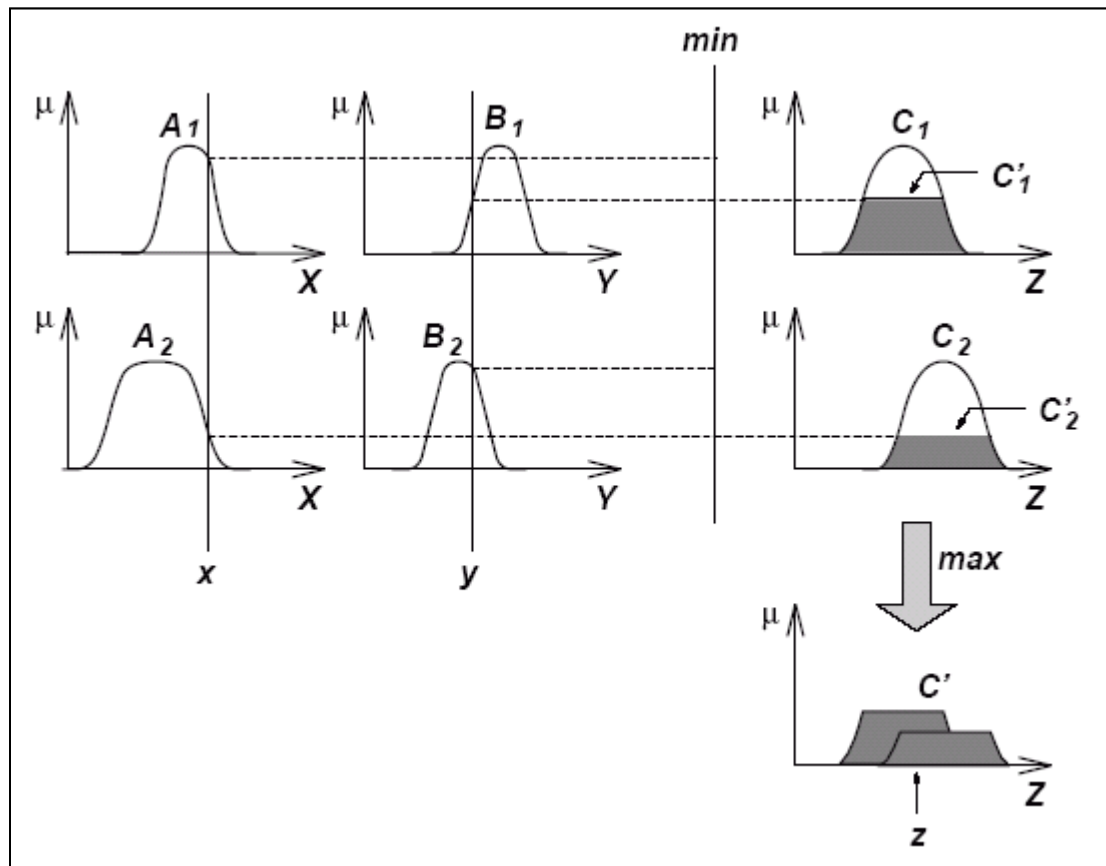


# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

- Clipagem é o método de correlacionar a regra conseqüente com o valor verdadeiro da regra antecedente através do corte da função de pertinência do conseqüente no nível da verdade do antecedente:
  - O corte no topo da função de pertinência do conjunto nebuloso clipado leva a perda de informação.
  - Clipagem envolve operações mais simples para ser realizada e gera superfície de saída agregada mais simples de ser defuzzyficada.

# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

- Exemplo de Clipagem ou Composição *Max-Min*

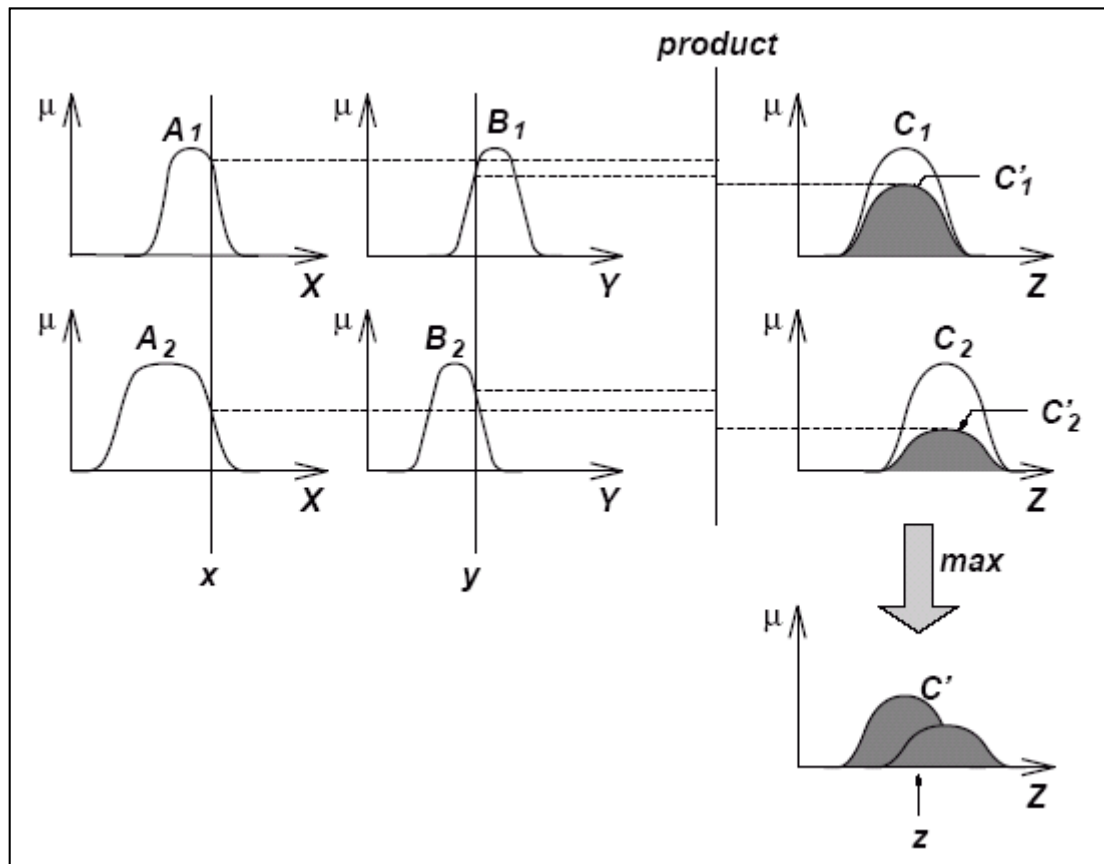


# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

- Escalonamento preserva mais a forma original do conjunto nebuloso. A função de pertinência original do conseqüente da regra é ajustado pelo produto de todos seus graus de pertinência pelo valor verdadeiro da regra antecedente:
  - Este método pode ser muito útil em sistemas nebulosos especialistas pois perdem menos informação que o anterior.

# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

- Exemplo de Escalonamento ou Composição *Max-Product*

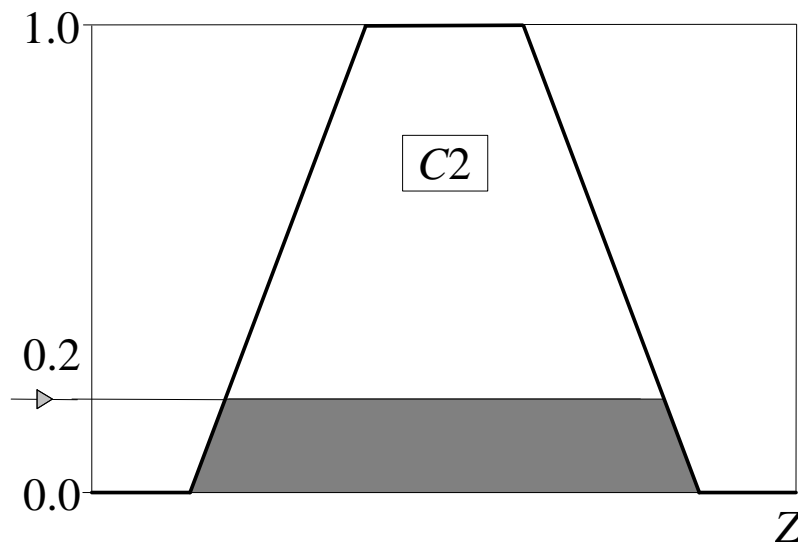




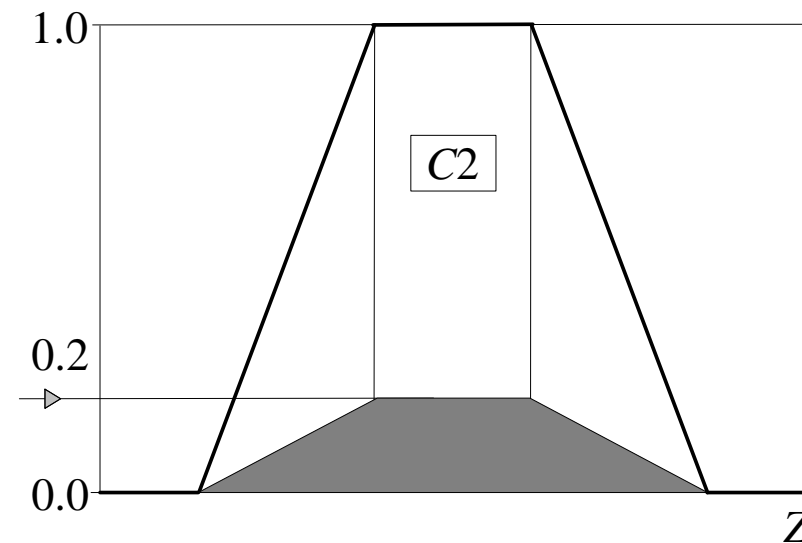
# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

- Funções de pertinência (Clipagem e Escalonamento) para o problema de Mamdani:

*Degree of Membership*



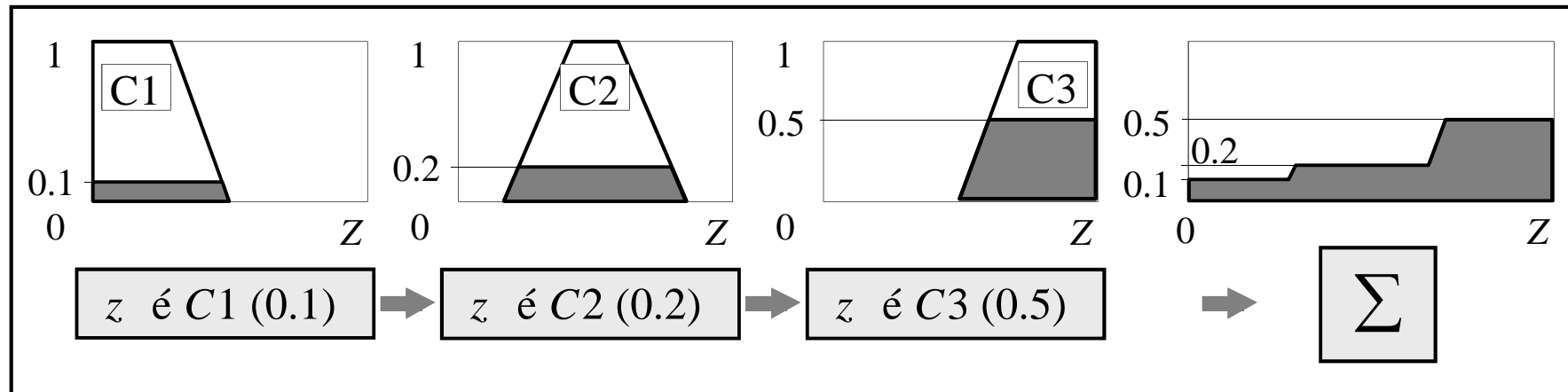
*Degree of Membership*



# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

- Terceiro passo (Agregação da saída das regras): Processo de unificação das saídas de todas as regras. Toma-se as funções de pertinência de todas os conseqüentes das regras previamente clipadas ou escalonadas e combina-as em um único conjunto nebuloso:
  - Entrada: lista das funções de pertinências dos conseqüentes, clipadas ou escalonadas;
  - Saída: Conjunto nebuloso para cada variável de saída.

# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani



# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

- Quarto passo (Defuzzificação): Processo de transformação da conjunto nebuloso em um número firme:
  - Entrada: conjunto nebuloso de saída agregada;
  - Saída: Número real.
- Técnica do centróide (COG) - é o método mais comum de defuzzificação:
  - Ponto no eixo horizontal (valor da variável) no qual uma linha vertical divide o conjunto agregado em duas massas iguais.
  - Cálculo do centro de gravidade:

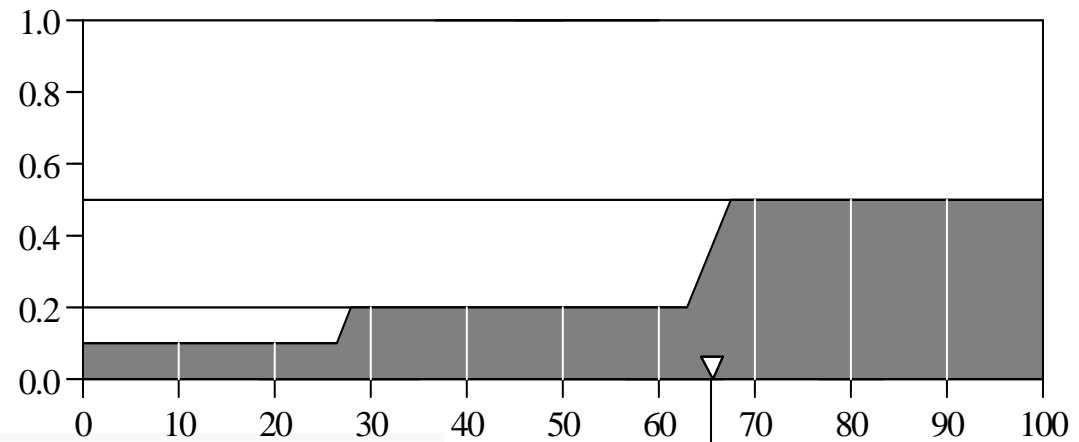
$$COG = \frac{\int_a^b \mu_A(x) x dx}{\int_a^b \mu_A(x) dx}$$

# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

- Técnica do centróide determina o centro de gravidade do conjunto nebuloso  $A$ , no intervalo  $[a,b]$ .
- Pode-se calcular uma estimativa para uma amostragem de pontos.

$$COG = \frac{(0 + 10 + 20) \times 0.1 + (30 + 40 + 50 + 60) \times 0.2 + (70 + 80 + 90 + 100) \times 0.5}{0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.5 + 0.5 + 0.5 + 0.5} = 67.4$$

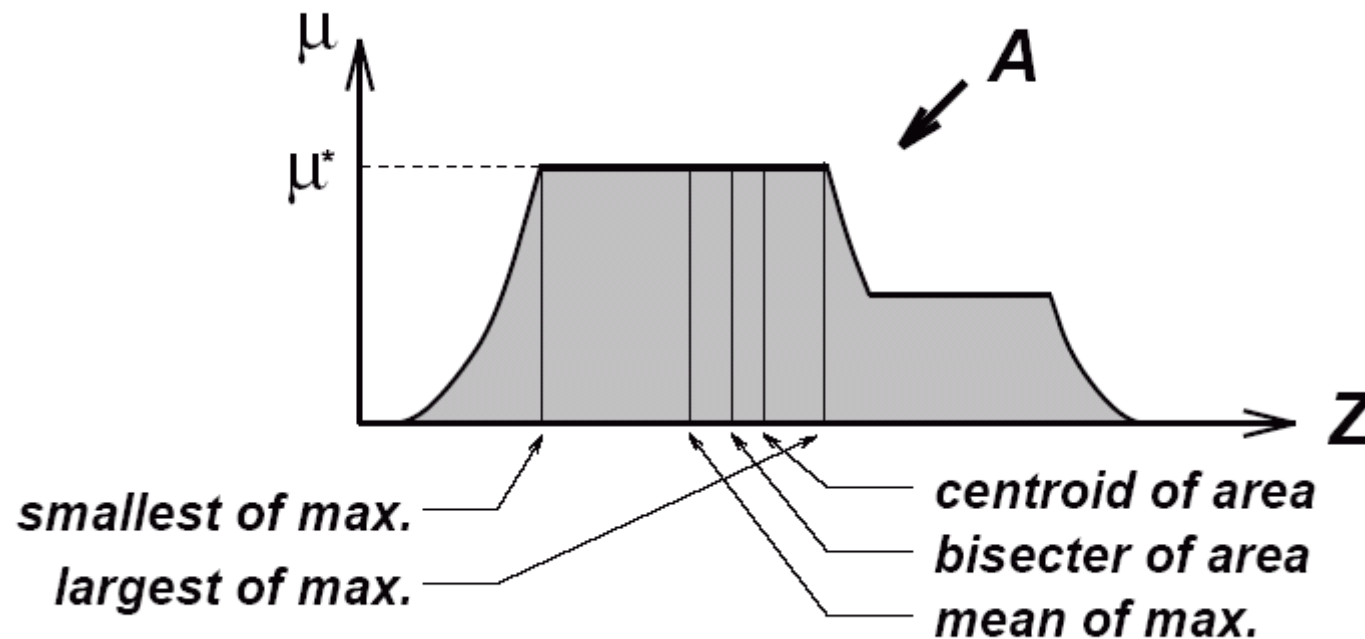
*Degree of Membership*



# Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani

- Técnicas de defuzzyficação:

- Centróide de área (COA); bissetriz de área (BOA); média de máximo (MOM); menor de máxima (SOM); maior do máximo (LOM).



- 
- 

# Modelo Nebuloso de Inferência

## Takagi-Sugeno



# Modelo de Inferência Nebulosa de Takagi-Sugeno

- Proposição que visa empregar um *spike* único, um *singleton*, como a função de pertinência do conseqüente da regra.
  - Takagi, T. & Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, & Cybernetics*, 15 (1): 116-132.
- Um *singleton* nebuloso é um conjunto nebuloso cuja função de pertinência é igual a unidade em um ponto particular e zero no restante (função impulso unitário discreta).



# Modelo de Inferência Nebulosa de Takagi-Sugeno

- Forma da regra nebulosa TS é “If  $x$  is  $A$  &  $y$  is  $B$  then  $z = f(x, y)$ ”:
  - $x$ ,  $y$  e  $z$  são variáveis lingüísticas;
  - $A$  e  $B$  são conjuntos nebulosos no antecedente da regra;
  - $z = f(x, y)$  é uma função firme no conseqüente, muito freqüentemente um polinômio.
- O modelo nebuloso TS de ordem zero mais comumente empregado tem a forma If  $x$  is  $A$  &  $y$  is  $B$  then  $z = k$ ”:
  - $k$  é uma constante.
  - A saída de cada regra nebulosa é uma constante, logo, todas as funções de pertinência dos conseqüentes são representadas por *spikes singleton*.

# Modelo de Inferência Nebulosa de Takagi-Sugeno

- Problema com duas entradas, uma saída e três regras:

**Regra 1:** “tradução”

**IF**  $x$  is  $A3$   
**OR**  $y$  is  $B1$   
**THEN**  $z$  is  $C1$

**Regra 1:**

**IF** *project\_funding* is *adequate*  
**OR** *project\_staffing* is *small*  
**THEN** *risk* is *low*

**Regra 2:**

**IF**  $x$  is  $A2$   
**AND**  $y$  is  $B2$   
**THEN**  $z$  is  $C2$

**Regra 2:**

**IF** *project\_funding* is *marginal*  
**AND** *project\_staffing* is *large*  
**THEN** *risk* is *normal*

**Regra 3:**

**IF**  $x$  is  $A1$   
**THEN**  $z$  is  $C3$

**Regra 3:**

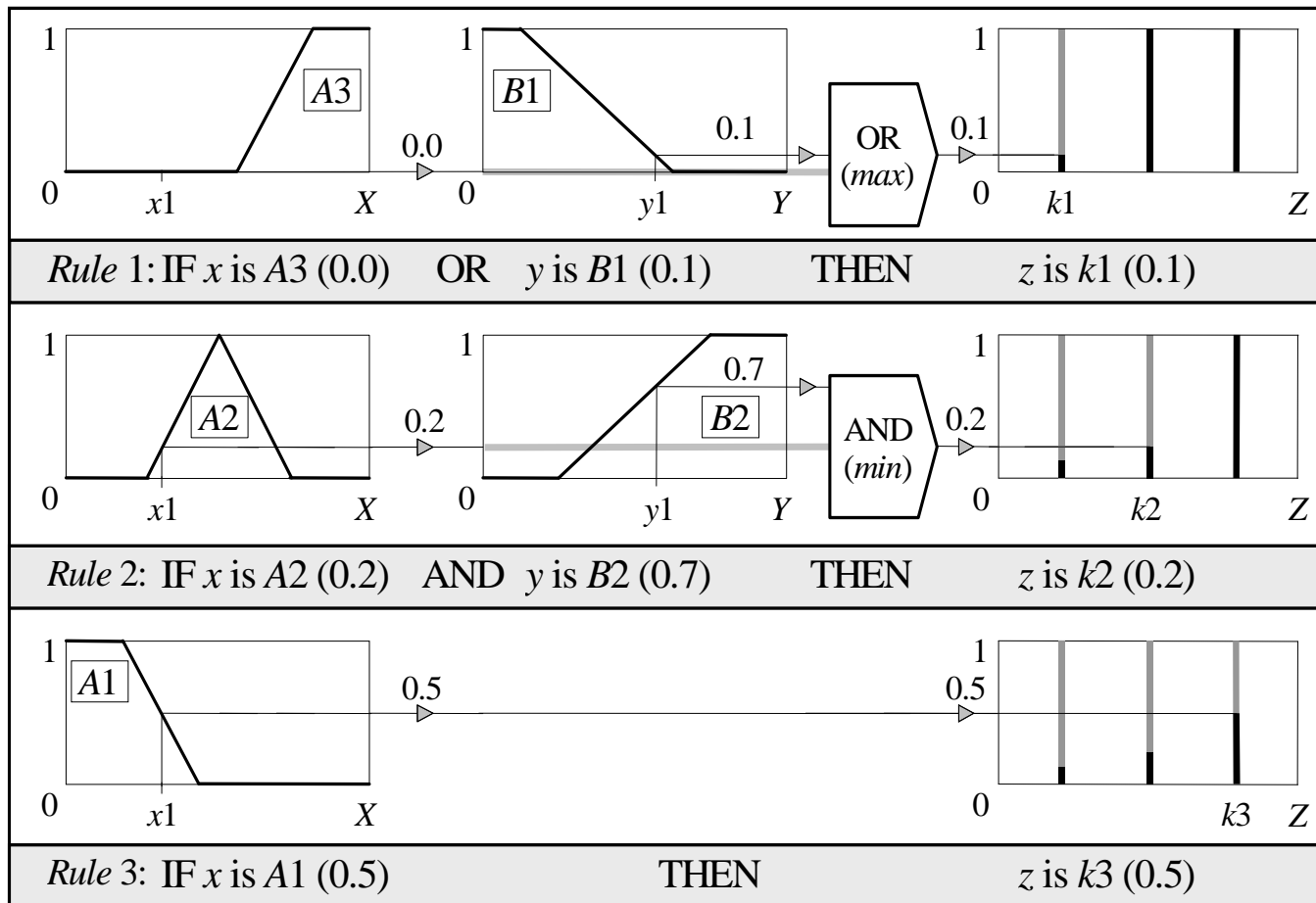
**IF** *project\_funding* is *inadequate*  
**THEN** *risk* is *high*



# Modelo de Inferência Nebulosa de Takagi-Sugeno

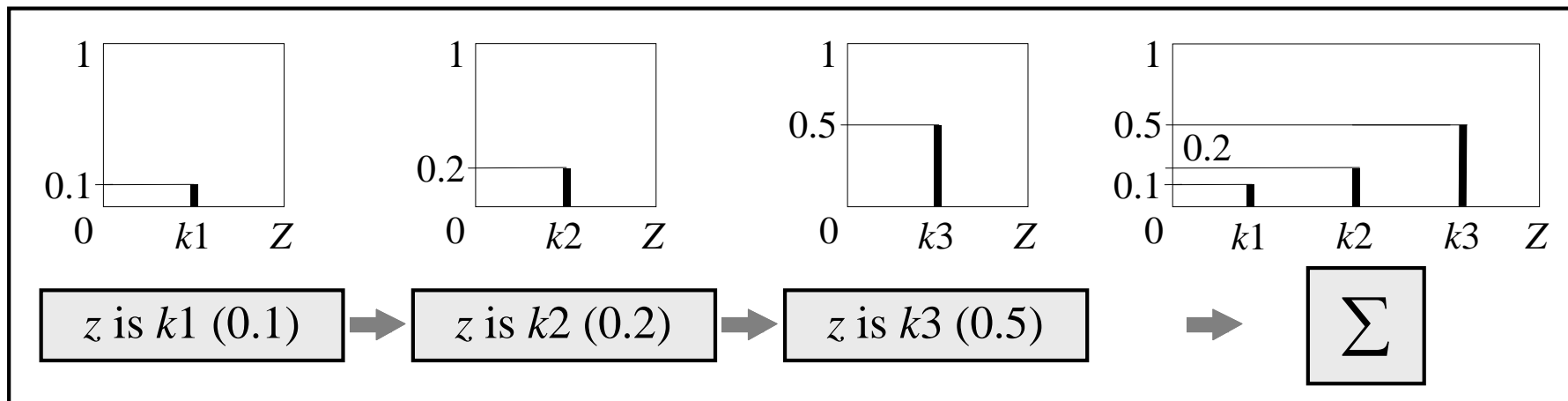
- Primeiro passo (fuzzificação das variáveis de entrada): Tomar as entradas firmes,  $x_1$  e  $y_1$  (financiamento e integrantes de projetos) e determinar seu grau de pertinência a cada um dos conjuntos nebulosos apropriados.
- Segundo passo (Avaliação das regras): Aplicar entradas fuzzyficadas ( $\mu_{(x=A1)} = 0.5$ ,  $\mu_{(x=A2)} = 0.2$ ,  $\mu_{(y=B1)} = 0.1$  e  $\mu_{(y=B2)} = 0.7$ ) aos antecedentes das regras nebulosas.

# Modelo de Inferência Nebulosa de Takagi-Sugeno



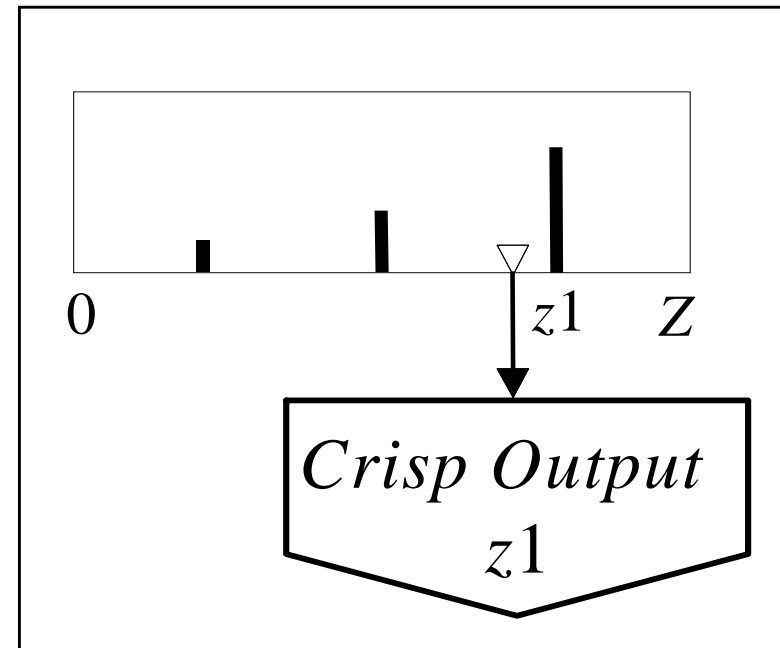
# Modelo de Inferência Nebulosa de Takagi-Sugeno

- Terceiro passo (Agregação da saída das regras): Processo de unificação das saídas de todas as regras. Toma-se as funções de pertinência de todas os conseqüentes das regras previamente clipadas ou escalonadas e combina-as em um único conjunto nebuloso.



# Modelo de Inferência Nebulosa de Takagi-Sugeno

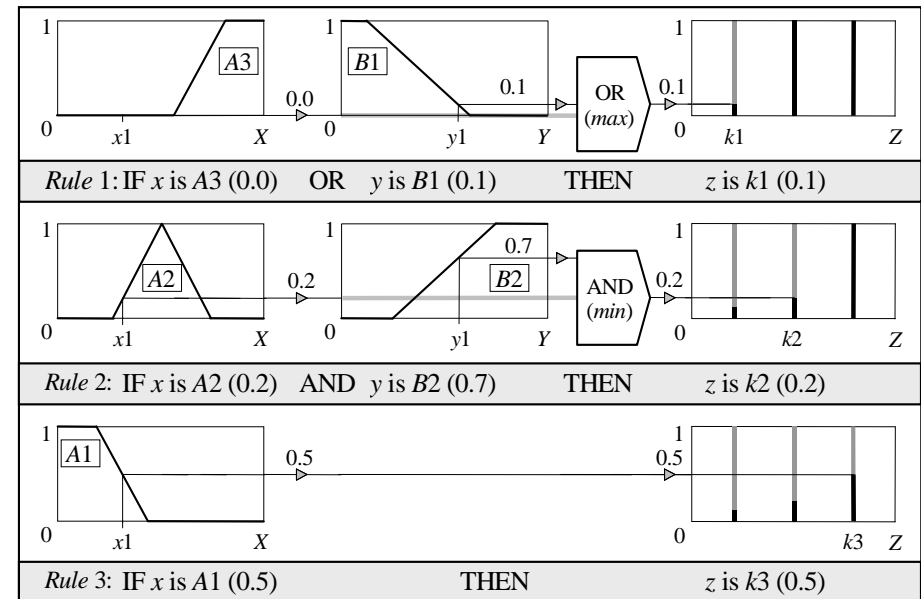
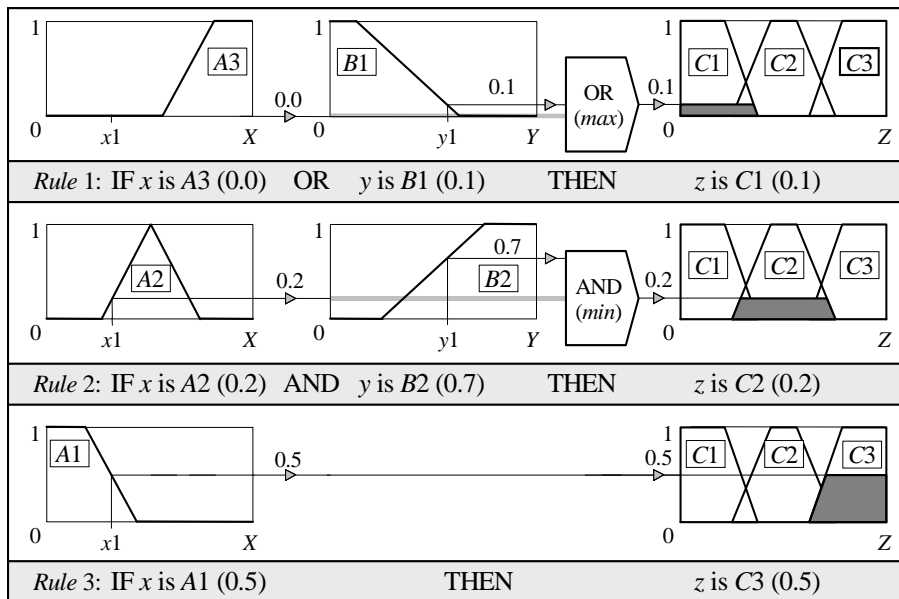
- Quarto passo (Defuzzificação):  
Processo de transformação da conjunto nebuloso em um número firme:
  - Frequentemente usa-se a média ponderada (WA).



$$WA = \frac{\mu(k1) \times k1 + \mu(k2) \times k2 + \mu(k3) \times k3}{\mu(k1) + \mu(k2) + \mu(k3)} = \frac{0.1 \times 20 + 0.2 \times 50 + 0.5 \times 80}{0.1 + 0.2 + 0.5} = 65$$

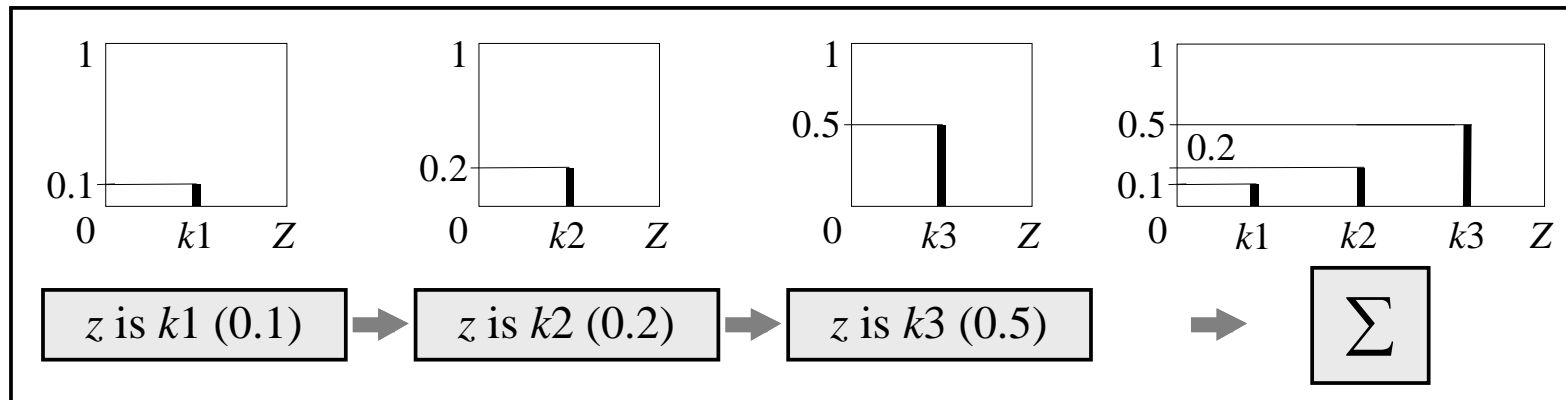
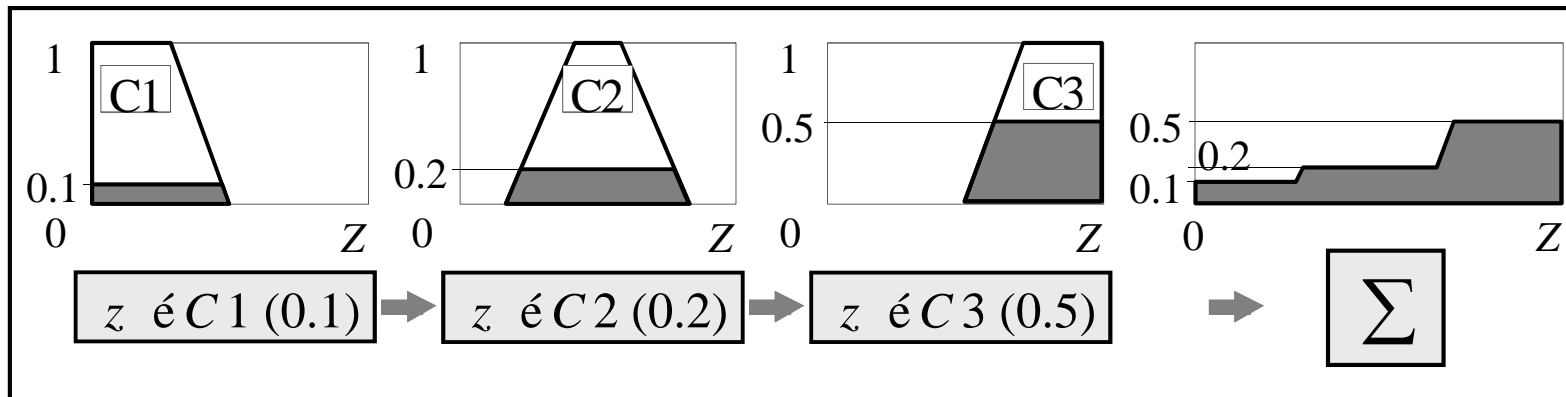
# Comparação dos Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani e Takagi-Sugeno

## • Comparação de avaliação de regra por Mamdani e por Takagi-Sugeno



# Comparação dos Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani e Takagi-Sugeno

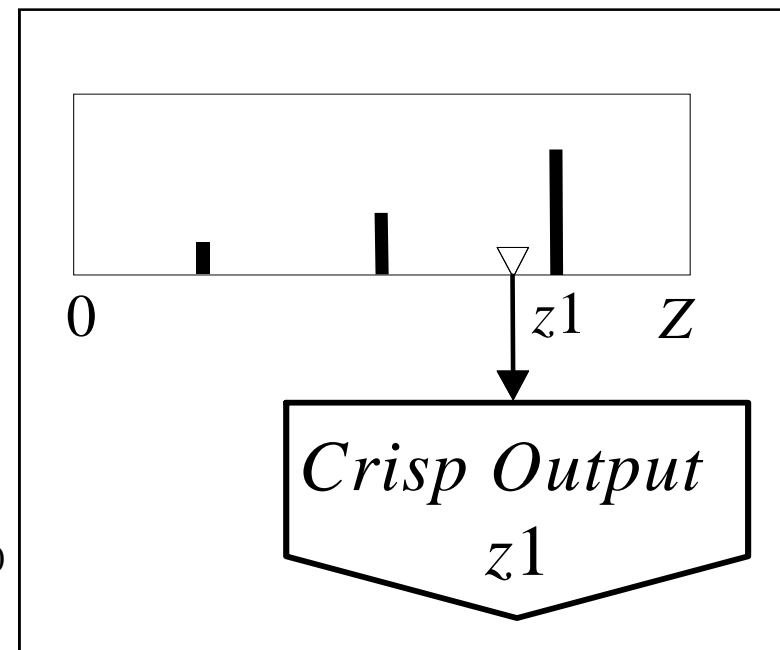
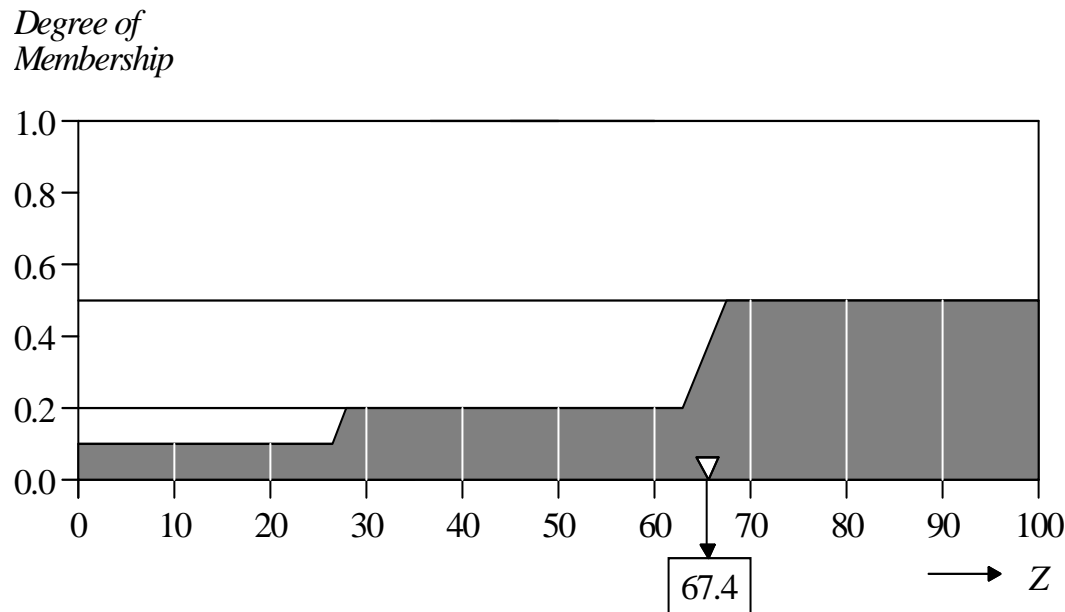
- Comparação da agregação por Mamdani e por Takagi-Sugeno





# Comparação dos Modelo de Inferência Nebulosa de Mamdani e Takagi-Sugeno

- Comparação da defuzzificação por Mamdani e por Takagi-Sugeno



# Comparação dos Modelos de Inferência Nebulosa de Mamdani e Takagi-Sugeno

- O método de Mamdani é largamente aceito para capturar conhecimento de especialista. Ele consegue representar e armazenar o conhecimento do especialista de modo intuitivo, apresentando similaridades com os seres humanos. Contudo, este método é em geral computacionalmente custoso.
- O método de Takagi-Sugeno é computacionalmente mais barato e funciona bem com técnicas de otimização e adaptativas. Estes fatores tornam esta opção atrativa para problemas de controle, particularmente para sistemas dinâmicos não-lineares.