

Regras de Classificação

Parte 1

1 – Algoritmo de Cobertura

- o Definição
- o Gerando uma regra
- o Regras versus Árvores de decisão
- o Medida de precisão
- o Exemplo

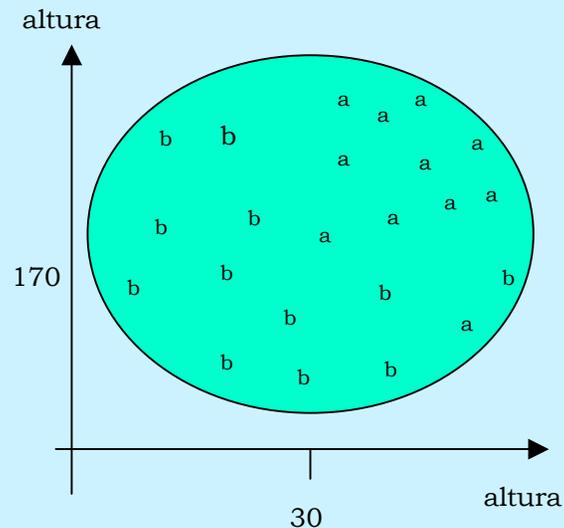
2 – Avaliação das regras

- o Medida de precisão
- o Medida Probabilística
- o Gerando regras usando medida de probabilidade
- o Avaliando com o conjunto de teste

Algoritmo de Cobertura

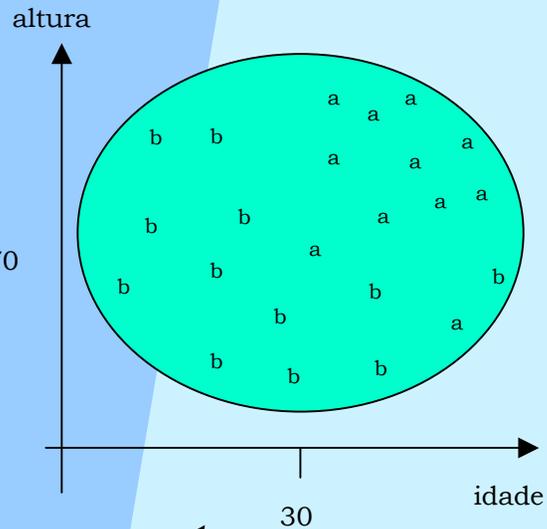
Estratégia para gerar um conjunto de regras para cada classe de exemplos e usa esse conjunto para classificar novos exemplos

Se altura > 170 e idade > 30 então classe = a

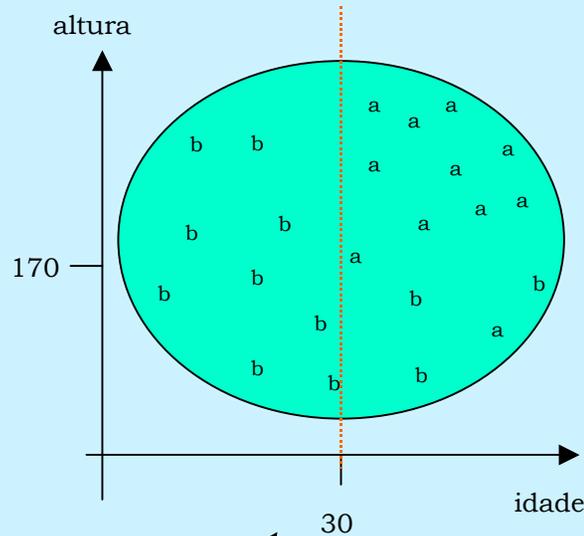


Gerando uma Regra

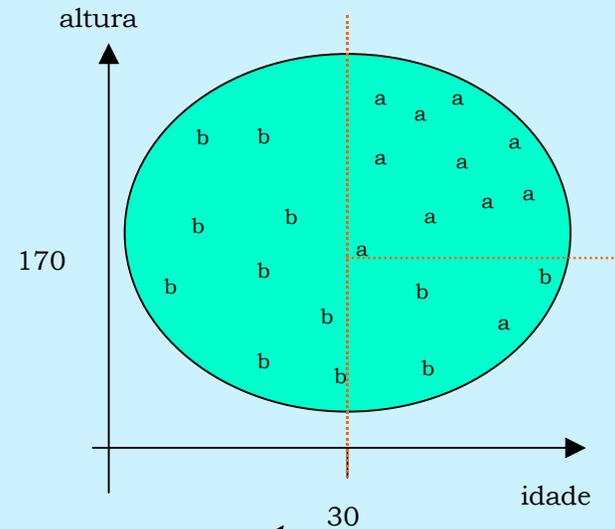
Classe A



Se ? então classe = a



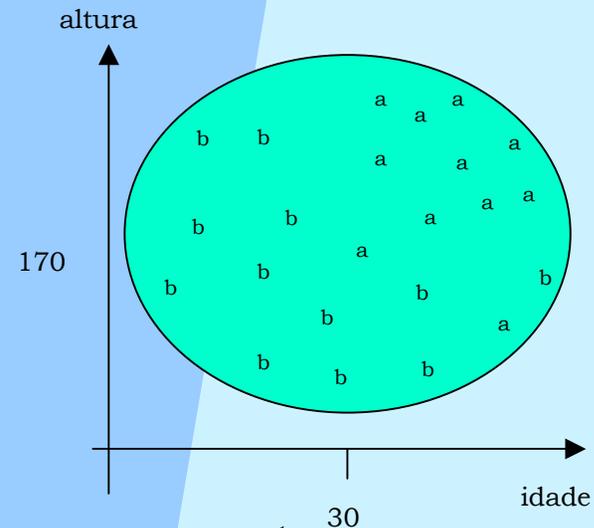
Se $idade > 30$ então classe = a



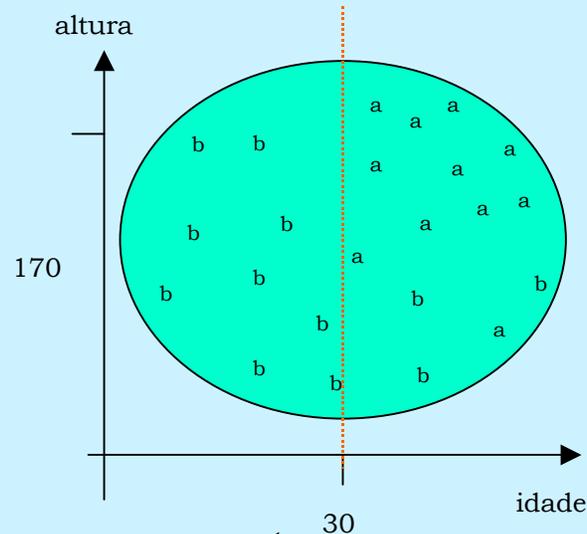
Se $idade > 30$ e $altura > 170$
então classe = a

Gerando uma Regra

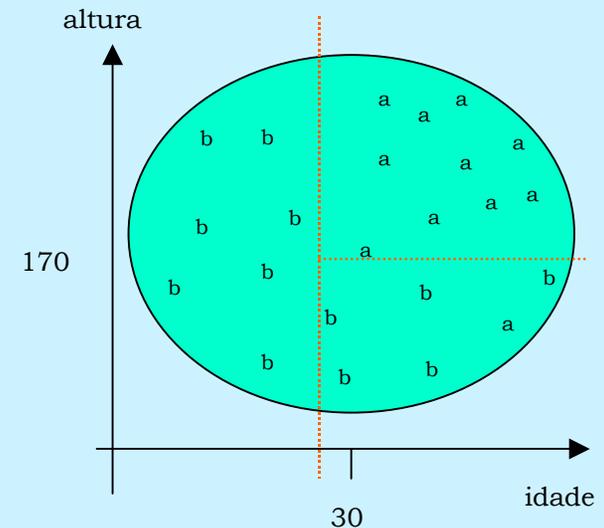
Classe B



Se ? então classe = b



Se $idade \leq 30$ então classe = b

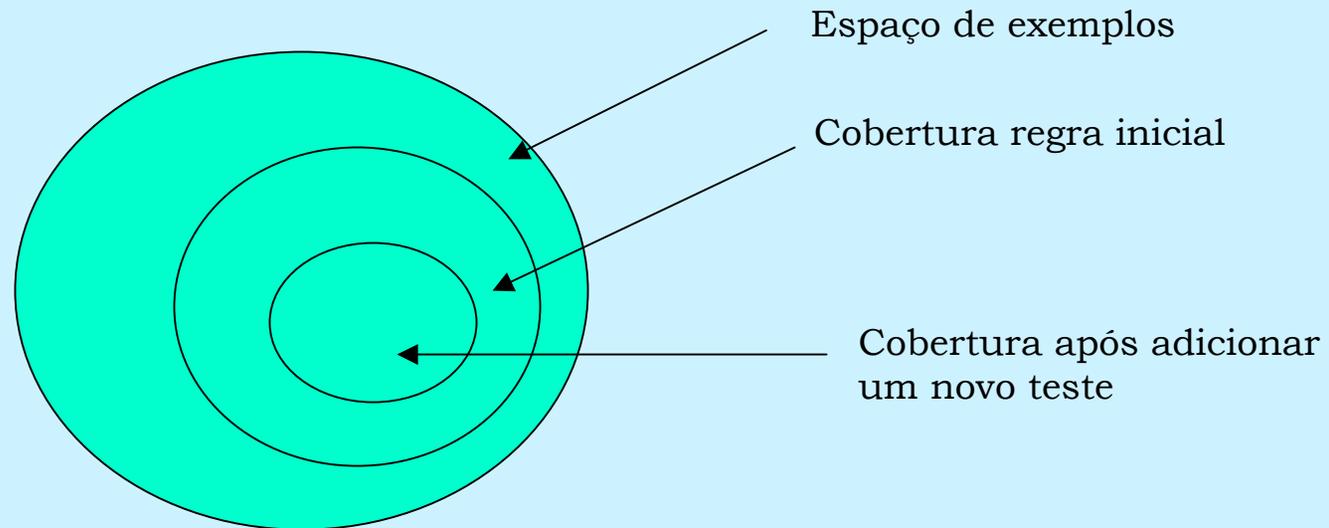


Se $idade > 30$ e $altura \leq 170$
então classe = b

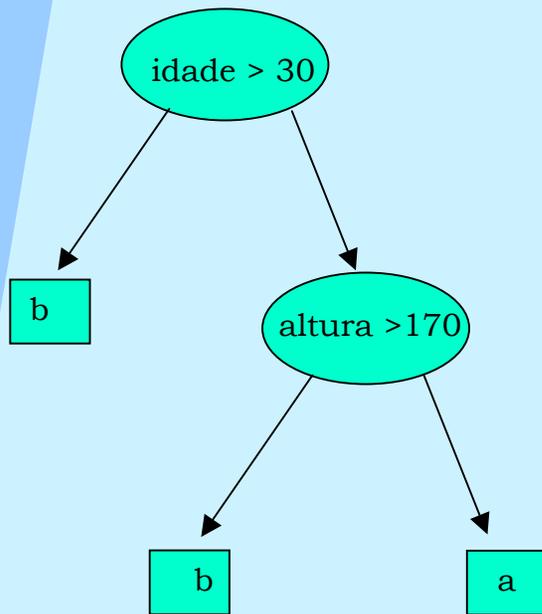
Algoritmo

Princípios Básicos

- ❖ Para cada classe C gera uma regra adicionando testes que maximize a precisão da regra: capacidade de cobertura
- ❖ Cada novo teste reduz a cobertura da regra



Regras x Árvores



- ✓ A aprendizagem da árvore é realizada levando em conta todas as classes ao mesmo tempo enquanto o conjunto de regras concentra-se em uma classe de cada vez
- ✓ Conjunto de regras pode ser mais claro quando árvore tem replicas de sub-árvores
- ✓ No conjunto de regras o teste é selecionado maximizando a cobertura de uma classe enquanto na árvore o teste é selecionado maximizando o ganho de informação de um atributo

Medida para Selecionar um teste

Objetivo: maximizar a precisão

Medida de precisão : p/t

- t – total de exemplos que a regra cobre
- p – número de exemplos positivos da classe
- $t-p$ – número de erros realizados pela regra

Critério de parada: quando $p/t = 1$ ou o não existem mais exemplos

Exemplo: Dados de tempo

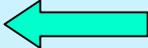
Conjunto com 14 exemplos; 5 da classe não e 9 classe sim

outlook	temperatura	umidade	ventando	joga
ensolarado	quente	alta	falso	não
ensolarado	quente	alta	verdadeiro	não
nublado	quente	alta	falso	sim
chuvoso	moderada	alta	falso	sim
chuvoso	fria	normal	falso	sim
chuvoso	fria	normal	verdadeiro	não
nublado	fria	normal	verdadeiro	sim
ensolarado	moderada	alta	falso	não
ensolarado	fria	normal	falso	sim
chuvoso	moderada	normal	falso	sim
ensolarado	moderada	normal	verdadeiro	sim
nublado	moderada	alta	verdadeiro	sim
nublado	quente	normal	falso	sim
chuvoso	moderada	alta	verdadeiro	não

Conjunto de Regras : classe não

Se ? Então resposta = não

Possíveis Testes

Atributo	Valor		
Outlook	ensolarado	3/5	
	nublado	2/4	
	chuvoso	0/5	
Temperatura	quente	2/4	
	moderada	2/6	
	fria	1/4	
Umidade	alta	4/7	
	normal	1/7	
Ventando	falso	2/8	
	verdadeiro	3/6	

Conjunto de Regras : classe não

Regra modificada

Se Outlook = ensolarado Então resposta = não

Exemplos cobertos pela regra modificada

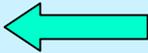
outlook	temperatura	umidade	Ventando	Joga
ensolarado	quente	alta	falso	não
ensolarado	quente	alta	verdadeiro	não
ensolarado	moderada	alta	falso	não
ensolarado	fria	normal	falso	sim
ensolarado	moderada	normal	verdadeiro	sim

Conjunto de Regras : classe não

Se Outlook = ensolarado e ? Então resposta = não

Possíveis Testes

Atributo	Valor	
Temperatura	quente	2/2
	moderada	1/2
	fria	0/1
Umidade	alta	3/3
	normal	0/2
Ventando	falso	2/3
	verdadeiro	1/2



Conjunto de Regras : classe não

Regra Final

Se Outlook = ensolarado e Umidade = alta
Então resposta = não

Próxima regra

Se ? Então resposta = não

- Excluir do conjunto total os exemplos que satisfazem a regra construída previamente.
- Repetir a etapa anterior até que não exista mais exemplos da classe não

Conjunto de Regras : classe não

Conjunto Reduzido

outlook	temperatura	umidade	ventando	joga
ensolarado	quente	alta	falso	não
ensolarado	quente	alta	verdadeiro	não
nublado	quente	alta	falso	sim
chuvoso	moderada	alta	falso	sim
chuvoso	fria	normal	falso	sim
chuvoso	fria	normal	verdadeiro	não
nublado	fria	normal	verdadeiro	sim
ensolarado	moderada	alta	falso	não
ensolarado	fria	normal	falso	sim
chuvoso	moderada	normal	falso	sim
ensolarado	moderada	normal	verdadeiro	sim
nublado	moderada	alta	verdadeiro	sim
nublado	quente	normal	falso	sim
chuvoso	moderada	alta	verdadeiro	não

Conjunto de Regras : classe não

Se ? Então resposta = não

Possíveis Testes

Atributo	Valor	
Outlook	ensolarado	0/2
	nublado	0/4
	chuvoso	2/5
Temperatura	quente	0/2
	moderada	1/5
	fria	1/4
Umidade	alta	1/4
	normal	1/7
Ventando	falso	0/6
	verdadeiro	2/5



Conjunto de Regras : classe não

Regra modificada

Se Outlook = chuvoso Então resposta = não

Exemplos cobertos pela regra modificada

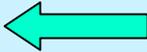
outlook	temperatura	umidade	ventando	joga
chuvoso	moderada	alta	falso	sim
chuvoso	fria	normal	falso	sim
chuvoso	fria	normal	verdadeiro	não
chuvoso	moderada	normal	falso	sim
chuvoso	moderada	alta	verdadeiro	não

Conjunto de Regras : classe não

Se Outlook = chuvoso e ? Então resposta = não

Possíveis Testes

Atributo	Valor	
Temperatura	moderada	1/3
	fria	1/2
Umidade	alta	1/2
	normal	1/3
Ventando	falso	0/3
	verdadeiro	2/2



Conjunto de Regras : classe não

Regra Final

Se Outlook = chuvoso e Ventando = verdadeiro
Então resposta = não

- ❑ Não existem mais exemplos da classe não e o processo para.
- ❑ O conjunto de regras da classe não é dado por:

Se Outlook = ensolarado e Umidade = alta
Então resposta = sim

Se Outlook = chuvoso e Ventando = verdadeiro
Então resposta = sim

Conjunto de Regras : classe sim

Se ? Então resposta = sim

Possíveis Testes

Atributo	Valor	
Outlook	ensolarado	2/5
	nublado	4/4
	chuvoso	3/5
Temperatura	quente	2/4
	moderada	4/6
	fria	3/4
Umidade	alta	3/7
	normal	6/7
Ventando	falso	6/8
	verdadeiro	3/6



Conjunto de Regras : classe sim

Regra Final

Se Outlook = nublado Então resposta = sim

Próxima regra

Se ? Então resposta = sim

- ❑ Excluir do conjunto total os exemplos que satisfazem a regra construída previamente.
- ❑ Repetir a etapa anterior até que não exista mais exemplos da classe não

Conjunto de Regras : classe sim

Conjunto Reduzido

outlook	temperatura	umidade	ventando	joga
ensolarado	quente	alta	falso	não
ensolarado	quente	alta	verdadeiro	não
nublado	quente	alta	falso	sim
chuvoso	moderada	alta	falso	sim
chuvoso	fria	normal	falso	sim
chuvoso	fria	normal	verdadeiro	não
nublado	fria	normal	verdadeiro	sim
ensolarado	moderada	alta	falso	não
ensolarado	fria	normal	falso	sim
chuvoso	moderada	normal	falso	sim
ensolarado	moderada	normal	verdadeiro	sim
nublado	moderada	alta	verdadeiro	sim
nublado	quente	normal	falso	sim
chuvoso	moderada	alta	verdadeiro	não

Conjunto de Regras : classe sim

Se ? Então resposta = sim

Possíveis Testes

Atributo	Valor	
Outlook	ensolarado	3/5
	chuvoso	2/5
Temperatura	quente	0/2
	moderada	3/5
	fria	2/3
Umidade	alta	1/5
	normal	4/5
Ventando	falso	4/6
	verdadeiro	1/4



Conjunto de Regras : classe sim

Regra modificada

Se **Umidade = normal** Então resposta = sim

Exemplos cobertos pela regra modificada

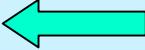
outlook	temperatura	umidade	ventando	joga
chuvoso	fria	normal	falso	sim
chuvoso	fria	normal	verdadeiro	não
ensolarado	fria	normal	falso	sim
chuvoso	moderada	normal	falso	sim
ensolarado	moderada	normal	verdadeiro	sim

Conjunto de Regras : classe sim

Se **Umidade** = **normal** ? Então resposta = sim

Possíveis Testes

Atributo	Valor	
Outlook	ensolarado	2/2
	chuvoso	2/3
Temperatura	moderada	2/2
	fria	2/3
Ventando	falso	3/3
	verdadeiro	1/2



Conjunto de Regras : classe sim

Regra Final

Se **Umidade= normal** e **Ventando= falso** Então
resposta = sim

Próxima regra

Se ? Então resposta = sim

- ❑ Excluir do conjunto total os exemplos que satisfazem a regra construída previamente.
- ❑ Repetir a etapa anterior até que não exista mais exemplos da classe não

Conjunto de Regras : classe sim

Conjunto Reduzido

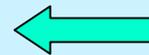
outlook	temperatura	umidade	ventando	joga
ensolarado	quente	alta	falso	não
ensolarado	quente	alta	verdadeiro	não
nublado	quente	alta	falso	sim
chuvoso	moderada	alta	falso	sim
chuvoso	fria	normal	falso	sim
chuvoso	fria	normal	verdadeiro	não
nublado	fria	normal	verdadeiro	sim
ensolarado	moderada	alta	falso	não
ensolarado	fria	normal	falso	sim
chuvoso	moderada	normal	falso	sim
ensolarado	moderada	normal	verdadeiro	sim
nublado	moderada	alta	verdadeiro	sim
nublado	quente	normal	falso	sim
chuvoso	moderada	alta	verdadeiro	não

Conjunto de Regras : classe sim

Se ? Então resposta = sim

Possíveis Testes

Atributo	Valor	
Outlook	ensolarado	1/4
	chuvoso	1/3
Temperatura	quente	0/2
	moderada	2/4
	fria	0/1
Umidade	alta	1/5
	normal	1/2
Ventando	falso	1/3
	verdadeiro	1/4



Conjunto de Regras : classe sim

Regra modificada

Se **Temperatura = moderada** Então resposta = sim

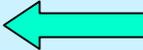
Exemplos cobertos pela regra modificada

outlook	temperatura	umidade	ventando	joga
chuvoso	moderada	alta	falso	sim
ensolarado	moderada	alta	falso	não
ensolarado	moderada	normal	verdadeiro	sim
chuvoso	moderada	alta	verdadeiro	não

Conjunto de Regras : classe sim

Se **Temperatura = moderada** ? Então resposta = sim

Possíveis Testes

Atributo	Valor	
Outlook	ensolarado	1/2
	chuvoso	1/2
Umidade	alta	1/3
	normal	1/1 
Ventando	falso	1/2
	verdadeiro	1/2

Conjunto de Regras : classe sim

Regra Final

Se **Temperatura = moderada** e **Umidade = normal**
Então resposta = sim

Próxima regra

Se ? Então resposta = sim

- Excluir do conjunto total os exemplos que satisfazem a regra construída previamente.
- Repetir a etapa anterior até que não exista mais exemplos da classe não

Conjunto de Regras : classe sim

Conjunto Reduzido

outlook	temperatura	umidade	ventando	joga
ensolarado	quente	alta	falso	não
ensolarado	quente	alta	verdadeiro	não
nublado	quente	alta	falso	sim
chuvoso	moderada	alta	falso	sim
chuvoso	fria	normal	falso	sim
chuvoso	fria	normal	verdadeiro	não
nublado	fria	normal	verdadeiro	sim
ensolarado	moderada	alta	falso	não
ensolarado	fria	normal	falso	sim
chuvoso	moderada	normal	falso	sim
ensolarado	moderada	normal	verdadeiro	sim
nublado	moderada	alta	verdadeiro	sim
nublado	quente	normal	falso	sim
chuvoso	moderada	alta	verdadeiro	não

Conjunto de Regras : classe sim

Se Outlook = nublado Então resposta = sim

Se Umidade = normal e Ventando = falso Então resposta = sim

Se Temperatura = moderada e Umidade = normal
Então resposta = sim

Se Temperatura = moderada Umidade = alta Ventando=falso
Outlook =chuvoso Então resposta = sim

Método Prism

Pseudo-código

Para cada classe C

Inicialize E como conjunto de exemplos

While E contem exemplos em C faça

 Crie uma regra R com o lado esquerdo vazio

 Faça até que R seja perfeito

 Para cada atributo A não usado em R, e cada valor $v \in A$

 Considere adicionando a condição $A = v$ para o lado esquerdo de R

 Selecione A e v que maximiza a precisão p/t

 Adicione $A = v$ em R

 Remova os exemplos coberto por R

Continue

Conjunto de Regras

Método Prism

- ❑ O Método Prism gera uma lista de decisões por classe
- ❑ Regras subsequentes são geradas por regras que não são cobertas pelas regras anteriores.
- ❑ A ordem das regras não importam.
- ❑ Problema: regras “overlapping”
- ❑ Métodos do tipo Prism podem ser descritos como “*Separar para Conquistar*”

Parte 2

1 – Algoritmo de Cobertura

- o Definição
- o Gerando uma regra
- o Regras versus Árvores de decisão
- o Medida de precisão
- o Exemplo

2 – Avaliação das regras

- o Medida de precisão
- o Medida Probabilística
- o Gerando regras usando medida de probabilidade
- o Avaliando com o conjunto de teste

Critérios para escolha do teste

- ❑ Problema de overfitting nos dados de treinamento

- ❑ Medida baseada na precisão: p/t

Produce regras com pouca cobertura para dados ruidosos

- ❑ Medida baseada no ganho de informação

$$p [\log p/t - \log P/T]$$

P – número de exemplos positivos antes da regra nova

T – número total de exemplos antes da regra nova

Enfatiza o número de exemplos positivos e é mais lenta

- ❑ Aplicar mecanismo de pruning nas regras

Avaliando a qualidade de uma regra

Regra : Se Outlook = ensolarado Então resposta = não

p = número de exemplos positivos na regra P = número de exemplos da classe (positivos)
t = número de exemplos que a regra cobre T = número de exemplos do conjunto

$$P/T = 5/14 \quad \longrightarrow \quad p/t = 3/5$$

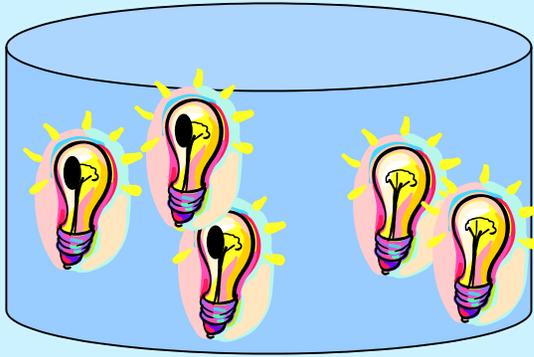
Regra: Se Outlook = ensolarado e Umidade = alta
Então resposta = não

$$P/T = 5/14 \quad \longrightarrow \quad p/t = 3/3$$

Distribuição Binomial

Contexto Estatístico

Ensaio de Bernoulli



Uma lâmpada é escolhida ao acaso

A- a lâmpada é defeituosa

A = 0 se a lâmpada não é defeituosa

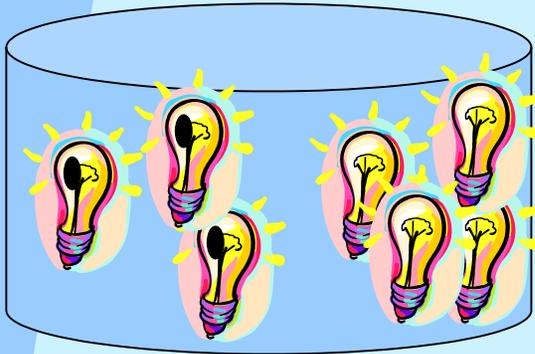
A = 1 se a lâmpada é defeituosa

$$P(A=0) = 2/5$$

$$P(A=1) = 3/5$$

Distribuição Binomial

Contexto Estatístico



3 Ensaios de Bernoulli, $t = 3$

$$P(\text{defeituosa}) = 3/7$$

$$P(\text{não defeituosa}) = 4/7$$

Seja X o número de defeituosas

$$P(X=1)=?$$

$$S = \{111, 110, 101, 011, 001, 010, 100, 000\}$$

$$X = 0 - \{000\}$$

$$X = 1 - \{001, 010, 100\}$$

$$X = 2 - \{110, 101, 011\}$$

$$X = 2 - \{110, 101, 011\}$$

$$X = 3 - \{111\}$$

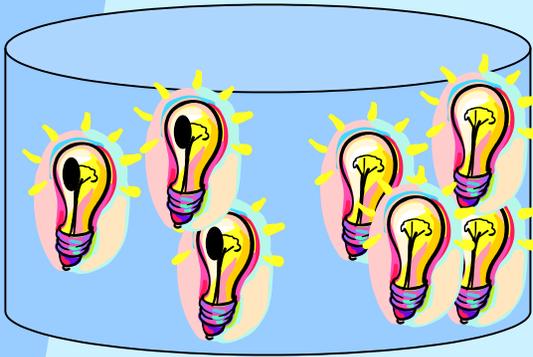
$$P(001) = 4/7 \times 4/7 \times 3/7$$

$$P(X=1) = \binom{3}{1} \times \frac{3}{7} \times \left(\frac{4}{7}\right)^2$$

$$P(X=i) = \binom{t}{i} \times p^i \times (1-p)^{t-i}$$

Distribuição Hipergeométrica

Contexto Estatístico



Experimento: selecionar três lâmpadas ao acaso sem reposição.

N- número total de lâmpadas

r- número total de lâmpadas defeituosas

Seja X o número de defeituosas.

X= k se e somente são selecionadas k peças dentre 3 e 3-k peças não defeituosas dentre 4

$$S = \{111, 110, 101, 011, 001, 010, 100, 000\}$$

$$X = 0 - \{000\}$$

$$X = 1 - \{001, 010, 100\}$$

$$X = 2 - \{110, 101, 011\}$$

$$X = 2 - \{110, 101, 011\}$$

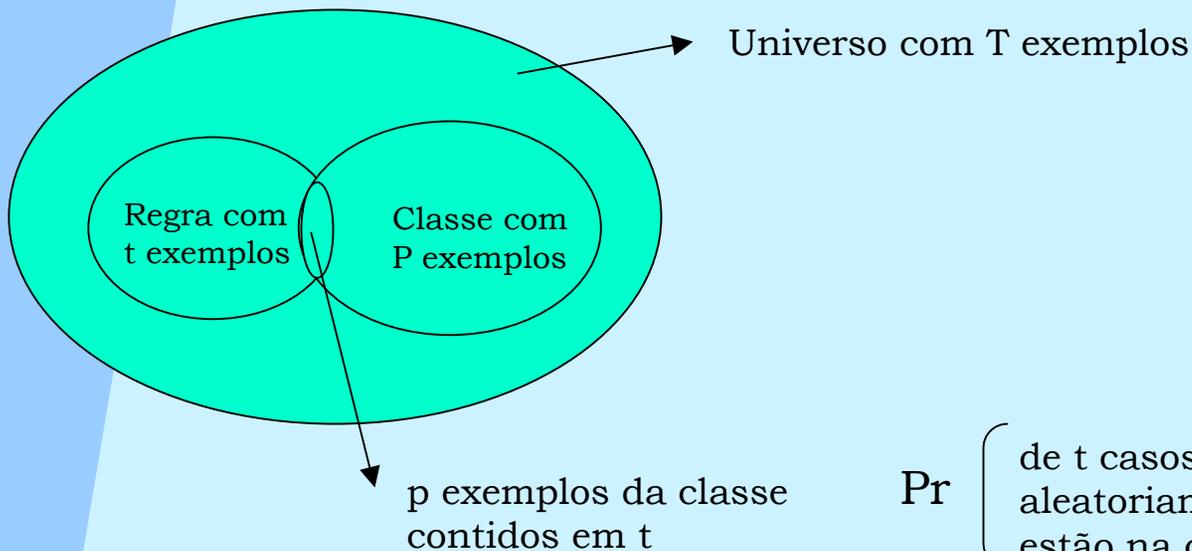
$$X = 3 - \{111\}$$

$$P(X = 1) = \frac{\binom{3}{1} \binom{4}{2}}{\binom{7}{3}}$$

$$P(X = i) = \frac{\binom{P}{i} \binom{T-P}{t-i}}{\binom{T}{t}}$$

Cr terio Probabilístico para avaliar uma regra

Qual a probabilidade de uma regra selecionada aleatoriamente seja tão boa ou melhor que regra que esta sendo avaliada ?



$$\Pr \left(\begin{array}{l} \text{de } t \text{ casos selecionado} \\ \text{aleatoriamente } i \\ \text{estão na classe } C \end{array} \right) = \frac{\binom{P}{i} \binom{T-P}{t-i}}{\binom{T}{t}}$$

$$i = 0, 1, \dots, \min(t, P)$$

Critério Probabilístico para avaliar uma regra

Seja X o número de exemplos que estão na classe C . X é uma variável aleatória com distribuição Hipergeométrica e $x = 0, 1, \dots, \min(t, P)$.

A probabilidade de uma regra R é dada por

$$m(R) = \sum_{i=p}^{\min(t, P)} \Pr(\text{de } t \text{ exemplo } i \text{ estão em } C)$$

$m(R)$ é a probabilidade de t conter pelo menos p exemplos da classe C

Aproximação usando distribuição Binomial

Se n é grande ($n > 30$) \Pr é aproximado pela probabilidade usando uma Distribuição binomial para $X =$ número de exemplos da classe C que estão t .

$$\Pr \begin{array}{l} \text{de } t \text{ casos selecionado} \\ \text{aleatoriamente } i \\ \text{estão na classe } C \end{array} = \binom{t}{i} \left(\frac{P}{T}\right)^i \left(1 - \frac{P}{T}\right)^{t-i}$$

$$i = 0, 1, \dots, \min(T, P)$$

Critério Probabilístico para avaliar uma regra

Regra : Se Outlook = ensolarado Então resposta = não

$$P/T = 5/14 \quad \longrightarrow \quad p/t = 3/5$$

$$m(R) = \sum_{i=3}^5 \Pr(\text{de 5 exemplos, } i \text{ estão em não})$$

$$m(R) = \frac{\binom{5}{3} \binom{9}{2}}{\binom{14}{5}} + \frac{\binom{5}{4} \binom{9}{1}}{\binom{14}{5}} + \frac{\binom{5}{5} \binom{9}{0}}{\binom{14}{5}} = 0.20$$

A regra é considerada de baixa qualidade.

Critério Probabilístico para avaliar uma regra

Regra: Se Outlook = ensolarado e Temperatura = quente Então resposta = não

$$P/T = 5/14 \quad \longrightarrow \quad p/t = 2/2$$

$$m(R) = \sum_{i=2}^2 \Pr(\text{de 2 exemplos, } i \text{ estão em não})$$

$$m(R) = \frac{\binom{5}{2} \binom{9}{0}}{\binom{14}{5}} = 0.04$$

A regra é considerada de boa qualidade.

Critério Probabilístico para avaliar uma regra

Regra: Se Outlook = chuvoso Então resposta = sim

$$P/T = 9/14 \quad \longrightarrow \quad p/t = 3/5$$

$$m(R) = \sum_{i=3}^5 \Pr(\text{de 5 exemplos, } i \text{ estão em sim})$$

$$m(R) = 0.80$$

A regra é considerada ruim.

Gerando regras usando critério de probabilidade para evitar *overfitting*

Para uma classe C encontre a regra perfeita

R: Se astigmatismo = sim, taxa = normal e idade = jovem então classe A

$$p/t = 2/2 \quad \text{Pr} = 2.2\%$$

Elimine o último termo de R

R: Se astigmatismo = sim, taxa = normal então classe A

$$p/t = 4/6 \quad \text{Pr} = 0.14\%$$

Elimine o último termo de R

R: Se astigmatismo = sim, então classe A

$$p/t = 4/12 \quad \text{Pr} = 4.7\%$$

Regra Final R: Se astigmatismo = sim, taxa = normal então classe A

Gerando regras usando critério de probabilidade para evitar *overfitting*

Faça enquanto E não está vazio

Para cada classe C que contem exemplos

While E contem exemplos em C faça

Use o algoritmo de cobertura par criar a melhor regra R

Calcule a medida de probabilidade $m(R)$ e $m(-R)$ sem o último termo

While $m(-R) < m(R)$ remova o condição final e repita o passo anterior

Dentre as regras geradas escolha a regra R com menor $m(R)$

Remova os exemplos coberto por R

Continue

Gerando regras usando critério de probabilidade para evitar *overfitting*

O método combina medida de precisão (para crescimento das regras) e o critério de probabilidade (para podar as regras).

A regra final pode não ser a melhor regra:

- ❑ O algoritmo de cobertura não necessariamente gera a melhor regra candidata para o *pruning*
- ❑ O *pruning* inicia pelo último teste adicionado; isto não significa que é o melhor teste para o prune
- ❑ O *pruning* para quando a probabilidade cresce; continuando com este último ponto pode ser que seja encontrado uma melhor regra para podar

Gerando regras usando conjunto de teste para evitar *overfitting*

- ❑ Estratégia: Usar um conjunto para avaliar as regras: *pruning*.

Conjunto que gera as regras deve ter $2/3$ do conjunto de exemplos E

Conjunto para *pruning* tem $1/3$

- ❑ Problema de representação do conjunto de *pruning*

Solução: Bootstrapping

- ❑ A idéia é chamada de *reduced-error pruning*

Gerando regras usando conjunto de teste para evitar *overfitting*

Critério de avaliação de uma regra R

$$W(R) = (p + (N - n)) / T$$

onde

$N = T - P$ número de exemplos negativos

$n = t - p$ número de exemplos negativos cobertos por R

A medida avalia os exemplos negativos não cobertos e os exemplos positivos cobertos pela regra

Gerando regras usando conjunto de teste para evitar *overfitting*

Exemplo

Uma regra R_1 tem $p = 2000$ positivos e $n = 1000$ negativos $t = 3000$

$$p/t = 2000/3000 \quad W(R_1) = (1000+N)/T$$

Uma regra R_2 tem $p = 1000$ positivos e $n=1$ negativo $t = 1001$

$$p/t = 1000/1001 \quad W(R_2) = (900+N)/T$$

Gerando regras usando conjunto de teste para evitar *overfitting*

Exemplo

Uma regra R_1 tem $p = 1$ positivo e $n = 0$ negativo então $t = 1$

$$p/t = 1/1$$

$$W(R_1) = (1+N)/T$$

Uma regra R_2 tem $p = 1000$ positivos e $n=1$ negativo então $t = 1001$

$$p/t = 1000/1001$$

$$W(R_2) = (900+N)/T$$

Algoritmo

Incremental reduced-error pruning

Faça enquanto E não está vazio

Divida E em dois subconjuntos

Faça enquanto E não está vazio

Para cada classe C que contem exemplos nos dois subconjuntos

Use o algoritmo de cobertura par criar a melhor regra R

Calcule a medida $W(R)$ e $W(-R)$ sem o último termo

While $W(-R) > W(R)$ remova o condição final e repita o passo anterior

Dentre as regras geradas escolha a regra R com maior $W(R)$

Remova os exemplos coberto por R

Continue

Gerando regras usando conjunto de teste para evitar *overfitting*

- ❑ O método é rápido e em geral apresenta um bom desempenho para grandes bases de dados
- ❑ Acelera o processo se gera regras quando as classes são ordenadas
- ❑ Critério de parada evita gastar tempo gerando um conjunto de regras com pouca cobertura

Referências Bibliográficas

- 1 – Witten, I.H. and Frank, E. 2000. *Data Mining: Pratical Machine Tools and Techniques with Java Implemantations*. Morgan Kaufmman.
- 2 – Meyer, P. 1983. *Probabilidade: Aplicações à Estatística*. Livros Técnicos e Científicos Editora