



# Computação Evolutiva

---

Aula 6 – Algoritmos Genéticos  
(Parte II)

Prof. Paulo Salgado



# Roteiro

---

- Limites dos Algoritmos Genéticos Simples
- Operadores de Cruzamento Alternativos
- Algoritmo Genético para valores Reais
  - Operadores de Mutação
  - Operadores de Cruzamento



# O AGS

---

- Na Aula passada foi visto o funcionamento dos AGS's.
  - Os AGS's têm sido assunto de pesquisa em muitos estudos de casos
    - Comumente utilizado com Benchmark para novos AG's
    - Estatisticamente caracterizado
    - Varredura completa do espaço de soluções (espaço genótipo) comprovada pelo Teorema dos Esquemas



# Limites dos AGS's

---

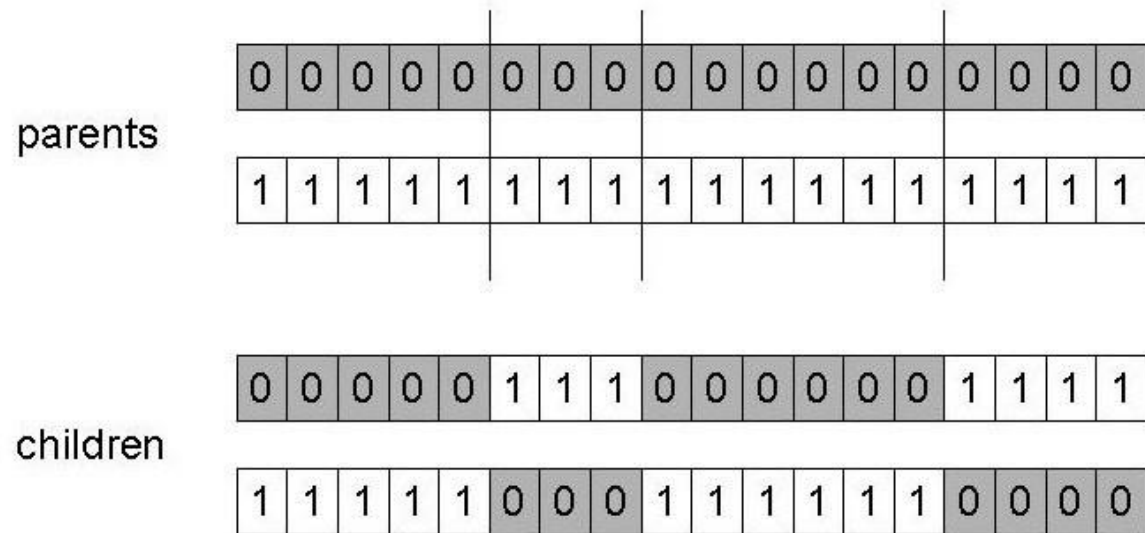
- Os AGS's têm muitas limitações:
  - A sua representação (String Binária) é muito restritiva
  - Os operadores de Cruzamento e Mutação são apenas aplicados para uma String Binária e representação de inteiros
  - O mecanismo de seleção é sensível à convergência da população, podendo induzir a valores de fitness muito próximos
  - O modelo de geração da população pode ser melhorado com algum mecanismo de seleção de sobrevivência

# Operadores de Cruzamento Alternativos

- O desempenho do operador de Cruzamento de 1-Ponto depende da ordem com que as variáveis aparecem na representação
  - É mais comum manter juntos os genes que têm algum tipo de semelhança
  - Existe forte tendência contra unir os genes finais e iniciais da String Binária
  - Estas características são conhecidas como Bias Posicional
  - Pode ser explorada se conhecermos a estrutura do problema, porém este não é o caso usual.

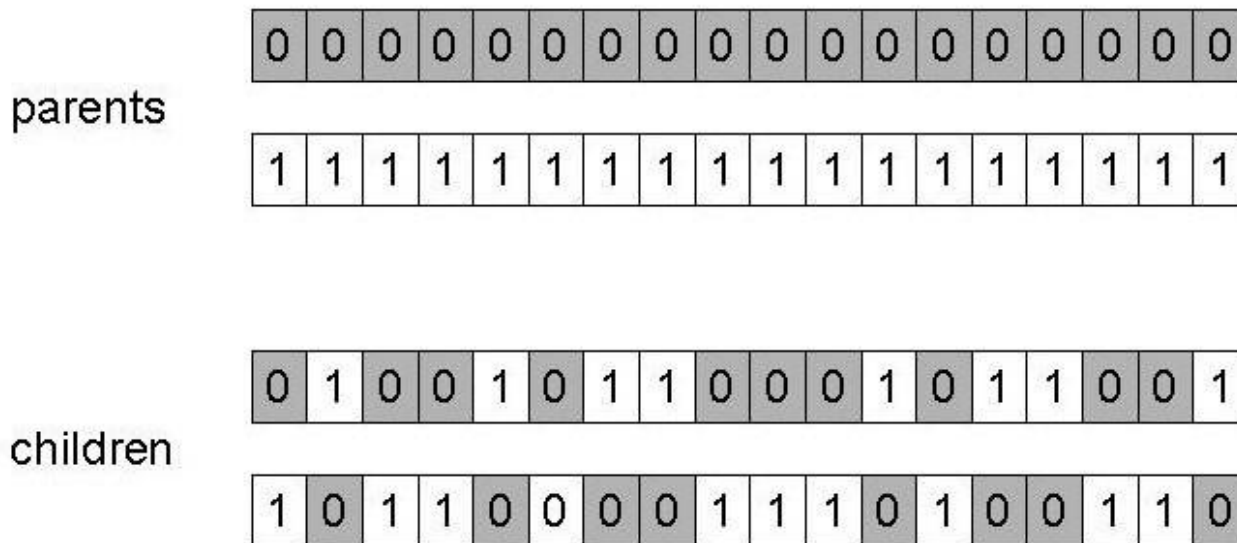
# Operador de Cruzamento de n-Pontos

- Escolha n pontos aleatórios de corte
- Divida os cromossomos ao longo destes pontos
- Una as partes, alternando as contribuições dos pais
- Esta é uma generalização do operador de 1-ponto (ainda há bias posicional)



# Operador de Cruzamento Uniforme

- Assinale “CARA” para um pai, e “COROA” para o outro
- Arremesse uma moeda para a escolha de cada gene do filho
- Faça uma cópia inversa para o segundo filho
- A herança dos genes fica independente para posição





# Cruzamento ou Mutação?

---

- Longo Debate: Qual o melhor, mais necessário e importante operador?
  - Resposta: (não há unanimidade)
    - Depende do problema, mas, em geral, é bom ter ambos
    - Aplicando-se apenas o Operador de Mutação é possível se ter um AE
    - Aplicando-se apenas o Operador de Cruzamento não possível se ter um AE





# Cruzamento ou Mutação?

---

- **Investigação (Exploração):** Descobrimiento de áreas promissoras no espaço de busca, i.e., ganho de informação sobre o problema
- **Aproveitamento (Explotação):** Otimização dentro de uma área promissora, i.e., uso de informações
- Existe uma cooperação **E** uma competição entre os operadores
  - **Cruzamento** é investigativo; busca a área em algum lugar “entre” as áreas dos pais
  - **Mutação** faz um aproveitamento, este cria uma pequena diversidade aleatória da área de busca ou investigação



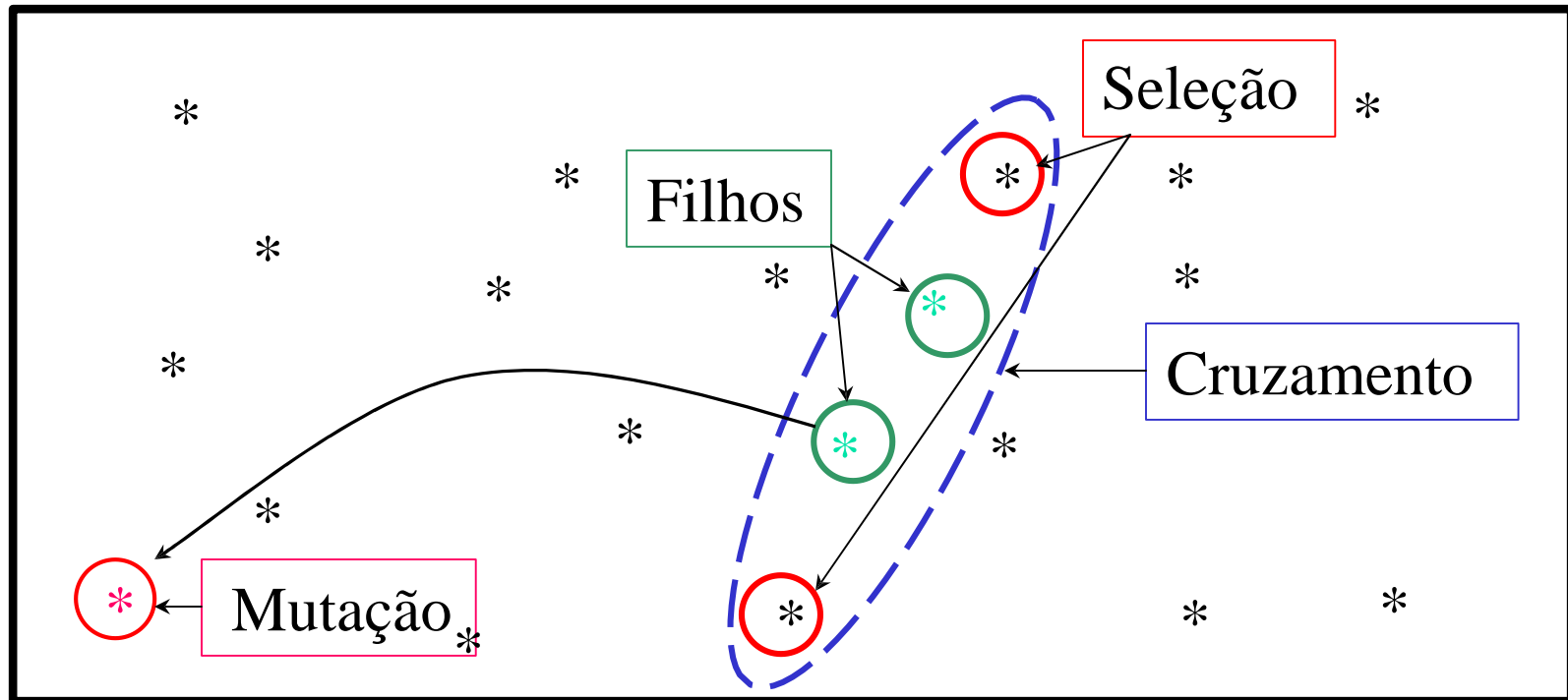
# Cruzamento ou Mutação?

---

- Somente o **cruzamento** pode combinar as informações dos pais
- Somente a **mutação** pode introduzir novas informações
- O operador de **cruzamento** não altera as frequências relativas entre os genes da população
- Para tentar um ponto ótimo, frequentemente há a necessidade de uma mutação “venturosa” (“sortuda”).

# Cruzamento e Mutação

Espaço de Busca



\* - Representação de um indivíduo



# Outras Representações

---

- Código Gray de inteiros (ainda cromossomos binários)
  - Código de Gray é um mapeamento onde pequenas alterações do genótipo causam pequenas variações no fenótipo – Gera um mapeamento suave entre o genótipo e fenótipo
- Atualmente, outras codificações são aceitas como mais eficientes para representação de variáveis numéricas
  - Inteiros
  - Ponto flutuante

Decimal	Binário	Gray
0	0	0
1	1	1
2	10	11
3	11	10
4	100	110
5	101	111



# Representações de Inteiros

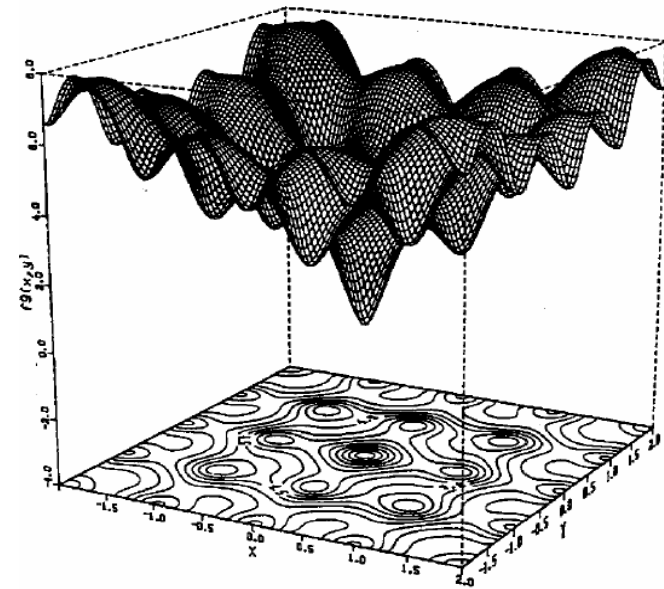
---

- Alguns problemas tem naturalmente variáveis inteiras
  - E.g., parâmetros no processamento de imagens
- Outros problemas usam valores categóricos a partir de um conjunto fixo
  - Exemplo: Cores = {Azul, Verde, Amarelo, Rosa}
- Operadores de cruzamento aplicáveis
  - N-Pontos
  - Uniforme

# Problemas de Valores Reais

- Muitos problemas têm seus parâmetros definidos como números reais
  - $f : \mathcal{R}^n \Rightarrow \mathcal{R}$
- Ilustração: Função de Ackley (frequentemente usada na CE)

$$f(\bar{x}) = -c_1 \cdot \exp \left( -c_2 \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \right) - \exp \left( \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \cos(c_3 \cdot x_i) \right) + c_1 + 1$$
$$c_1 = 20, c_2 = 0.2, c_3 = 2\pi$$





# Mapeamento de Valores Reais em Strings Binárias

---

Seja:  $z \in [x, y] \subseteq \mathcal{R}$  Representado por  $\{a_1, \dots, a_L\} \in \{0, 1\}^L$   
 $[x, y] \rightarrow \{0, 1\}^L$  deve ser inversível (um genótipo por fenótipo)

$\Gamma: \{0, 1\}^L \rightarrow [x, y]$  define a representação

$$\Gamma(a_1, \dots, a_L) = x + \frac{y - x}{2^L - 1} \cdot \left( \sum_{j=0}^{L-1} a_{L-j} \cdot 2^j \right) \in [x, y]$$

- Somente  $2^L$  valores são representados (discretização)
- $L$  determina a precisão máxima possível para a solução
- Alta Precisão => Cromossomos Longos (Evolução Lenta)



# Operador de Mutação em Ponto Flutuante

---

- Esquema geral para mutações de ponto flutuante:

$$\bar{x} = \langle x_1, \dots, x_l \rangle \rightarrow \bar{x}' = \langle x'_1, \dots, x'_l \rangle$$
$$x_i, x'_i \in [LB_i, UB_i]$$

- LB – Limite Inferior; UB – Limite superior

- Mutação Uniforme:

$x'_i$  guiado aleatoriamente (Uniforme) a partir  $[LB_i, UB_i]$

- Análogo a inversão de bits (binário) ou reordenamento aleatório (Inteiros)





# Operador de Mutação em Ponto Flutuante

---

- Mutações Não-Uniformes
  - Muitos métodos propostos na literatura
  - A maior parte são probabilísticos, porém usualmente fazem apenas uma pequena alteração de valores
    - O método mais comum é somar um número aleatório para cada variável separadamente, a partir de uma distribuição Gaussiana  $N(0, \sigma)$ , garantindo o intervalo de validade de cada variável
  - O Desvio padrão ( $\sigma$ ) controla o montante de alteração (2/3 das alterações irão cair no intervalo de  $-\sigma$  a  $+\sigma$ )



# Operadores de Cruzamento para Valores Reais

---

- Caso Discreto:
  - Cada valor dos genes  $Z$  vem ou do Pai  $X$  ou do Pai  $Y$  com igual probabilidade:  $Z_i = X_i$  ou  $Y_i$ . (n-pontos ou uniforme)
- Caso Intermediário
  - Explora a ideia de criar filhos “entre” os pais (Combinação aritmética)
  - $z_i = \alpha x_i + (1 - \alpha) y_i$  onde  $\alpha : 0 \leq \alpha \leq 1$
  - O parâmetro  $\alpha$  pode ser:
    - Constante: Cruzamento Aritmético Uniforme
    - Variável (varia com a geração)
    - Aleatório, sendo um diferente valor para cada utilização

# Cruzamento Aritmético Simples

- Pais:  $\langle x_1, \dots, x_n \rangle$  e  $\langle y_1, \dots, y_n \rangle$
- Selecciona um único gene ( $k$ ) de forma aleatória,
- Filho<sub>1</sub> é:  $\langle x_1, \dots, x_{k-1}, \alpha \cdot y_k + (1 - \alpha) \cdot x_k, \dots, x_n \rangle$
- Inverso para o outro filho, com  $\alpha = 0.5$

0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.5	0.9
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----



0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.3
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

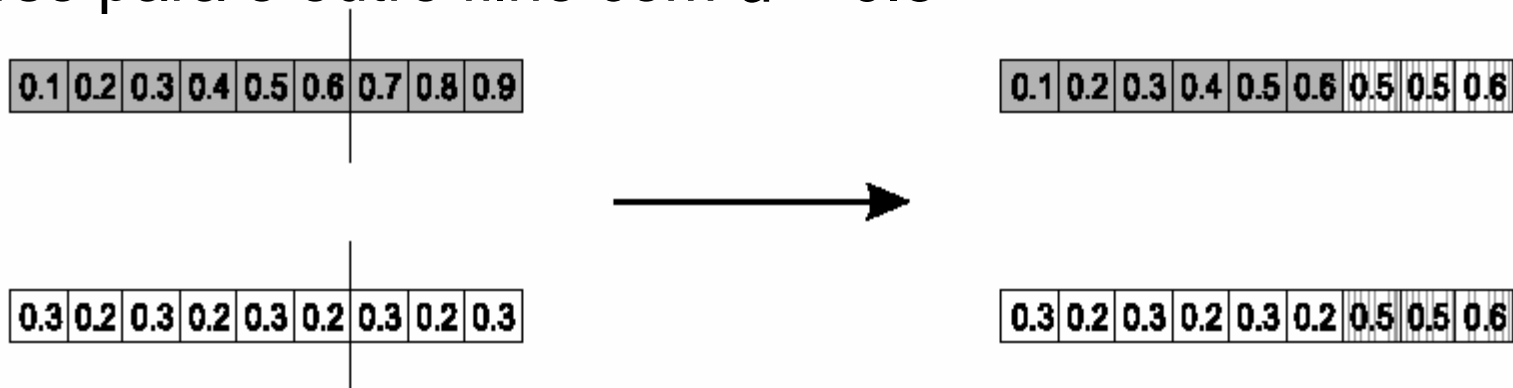
0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.5	0.3
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

# Cruzamento Aritmético

- Pais:  $\langle x_1, \dots, x_n \rangle$  e  $\langle y_1, \dots, y_n \rangle$
- Pague aleatoriamente um ponto no cromossomo e misture os genes
- filho<sub>1</sub> é:

$$\left\langle x_1, \dots, x_k, \alpha \cdot y_{k+1} + (1 - \alpha) \cdot x_{k+1}, \dots, \alpha \cdot y_n + (1 - \alpha) \cdot x_n \right\rangle$$

- Inverso para o outro filho com  $\alpha = 0.5$



# Cruzamento Aritmético Completo

- Mais comumente utilizado
- Pais:  $\langle x_1, \dots, x_n \rangle$  e  $\langle y_1, \dots, y_n \rangle$
- Filho<sub>1</sub> é:

$$\alpha \cdot \bar{x} + (1 - \alpha) \cdot \bar{y}$$

- O inverso para o outro filho com  $\alpha = 0.5$

0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	0.5	0.5	0.6
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----



0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2	0.3
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	0.5	0.5	0.6
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----



## Tarefa...

---

- Utilize os conceitos dos operadores apresentados ao problema proposto na aula passada!