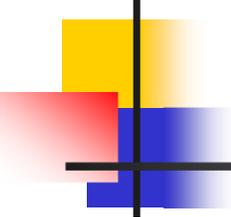


# Computação Evolutiva

---

Aula 10 – Estratégias Evolutivas  
(Parte II)

Prof. Paulo Salgado



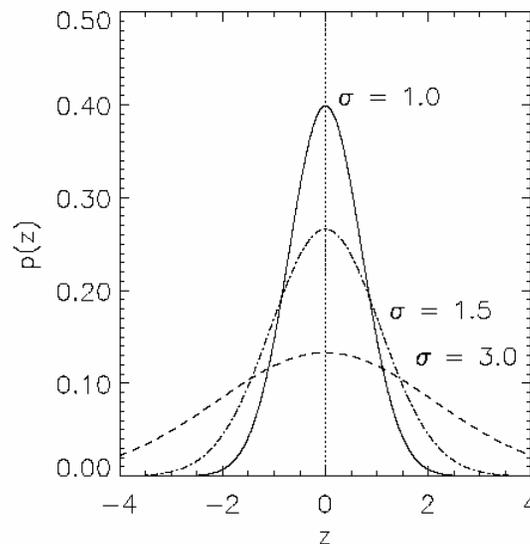
# Roteiro

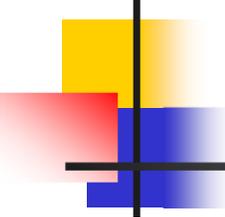
---

- Estratégias Evolutivas
  - Representação
  - Mutação
    - Processo de mutação

# Relembrando

- Como visto na aula passada, as Estratégias Evolutivas (EE) são baseadas na ideia de perturbações gaussianas
  - O desvio padrão dá o passo da mutação

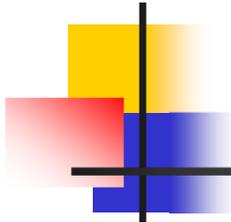




# Representação

---

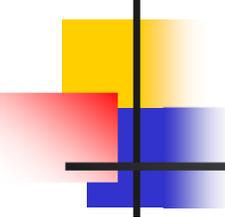
- Os cromossomos consistem em três partes
  - Variáveis Objeto (Reais)
    - $X_1, X_2, \dots, X_n$
  - Parâmetros da Estratégia
    - Passo da Mutação:  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{n_\sigma}$
    - Ângulos de Rotação  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n_\alpha}$
  - não necessariamente todos os componentes existem!
  - Tamanho total:  $\langle X_1, \dots, X_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n, \alpha_1, \dots, \alpha_k \rangle$
  - Onde  $k = n(n-1)/2$  (no. dos pares  $i, j$ )



# Mutação

---

- Principal mecanismo nas EE
  - Modificação dos valores pela adição aleatória de ruído guiado por uma distribuição normal
  - $\mathbf{x}'_i = \mathbf{x}_i + \mathbf{N}(\mathbf{0}, \sigma)$
- Ideia Chave:
  - $\sigma$  e parte do cromossomo  $\langle \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n, \sigma \rangle$
  - $\sigma$  também é mutacionado em  $\sigma'$
- Portanto: o passo da mutação  $\sigma$  está co-evoluindo com a solução  $\mathbf{X}$



# Mutacione $\sigma$ Primeiro

---

- Efeito do processo de mutação:
  - $(x, \sigma) \rightarrow (x', \sigma')$
- A ordem é importante!
  - Primeiro:  $\sigma \rightarrow \sigma'$
  - Entao:  $x \rightarrow x' = x + N(0, \sigma')$
- A avaliação é feita em dois processos
  - Primeiro:  $x'$  é bom se  $f(x')$  é bom
  - Segundo:  $\sigma'$  é bom se o  $x'$  criado é bom
- Se a ordem é trocada, muito provavelmente o processo não funciona

**OBS: O passo de mutação pode se ajustar de acordo com estratégia (espaço, tempo, fitness landscape) de busca**

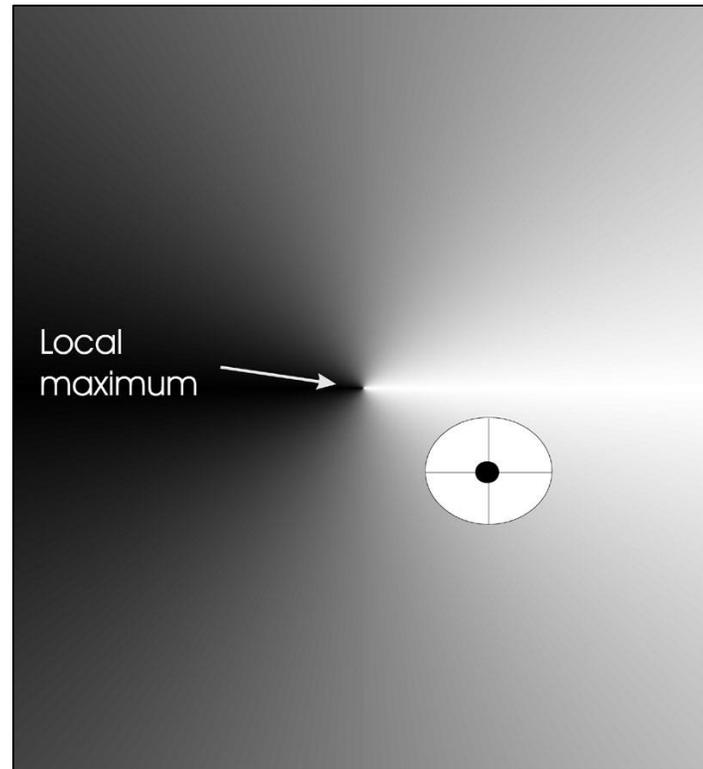
## Mutação – Caso 1:

### Mutação não correlacionada com um $\sigma$

---

- Cromossomos:  $(x_1, \dots, x_n, \sigma)$
- $\sigma' = \sigma \cdot \exp(\tau \cdot N(0,1))$
- $x'_i = x_i + \sigma' \cdot N(0,1)$ 
  - Um passo simples por indivíduo calculado pelo produto do passo de mutação por uma distribuição lognormal
  - O passo de mutação é o mesmo em todas as direções
- Tipicamente, Taxa de Aprendizagem  $\tau \propto 1/n^{1/2}$
- Regra de atualização:  $\sigma' < \varepsilon_0 \Rightarrow \sigma' = \varepsilon_0$  para evitar passos muito pequenos

# Mutantes com igual verossimilhança



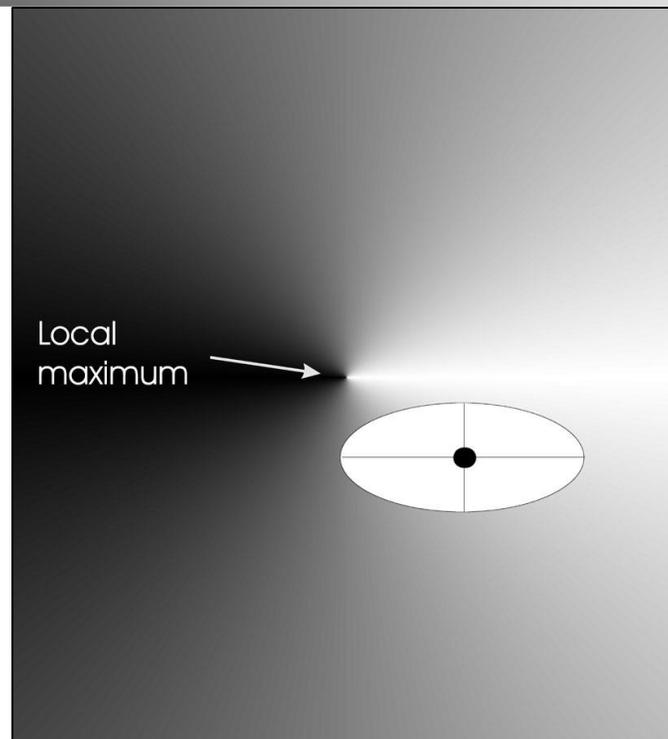
Círculo: todos os mutantes têm a mesma probabilidade de serem criados

## Mutação – Caso 2:

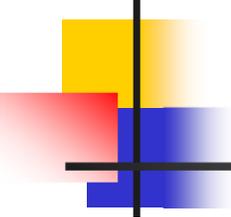
### Mutação não correlacionada com $n$ $\sigma_i$

- Cromossomos:  $(x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n)$
- $\sigma'_i = \sigma_i \cdot \exp(\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N_i(0,1))$
- $x'_i = x_i + \sigma'_i \cdot N_i(0,1)$
- Duas Taxas de Aprendizagem
  - $\tau'$  – taxa de aprendizagem global (o mesmo p/os indivíduo, gerando uma mudança global da mutabilidade)
  - $\tau$  - taxa de aprendizagem de ajuste fino (permite estratégias em diferentes direções)
- $\tau' \propto 1/(2n)^{1/2}$  e  $\tau \propto 1/(2n^{1/2})^{1/2}$
- E  $\sigma'_i < \varepsilon_0 \Rightarrow \sigma'_i = \varepsilon_0$

# Mutantes com igual verossimilhança



Elipse: Mutantes têm as mesmas chances de serem criados.

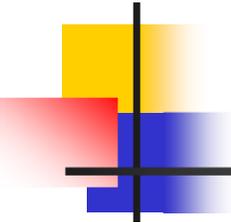


## Mutação – Caso 3:

### Mutação Correlacionada

---

- Cromossomos:  $(x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n, \alpha_1, \dots, \alpha_k)$ 
  - Onde  $k = n \cdot (n-1)/2$
- A matriz de covariância  $C$  é definida como:
  - $c_{ii} = \sigma_i^2$
  - $c_{ij} = 0$ , se  $i$  e  $j$  não são correlacionados
  - $c_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_i^2 - \sigma_j^2) \cdot \tan(2\alpha_{ij})$ , se  $i$  e  $j$  forem correlacionados



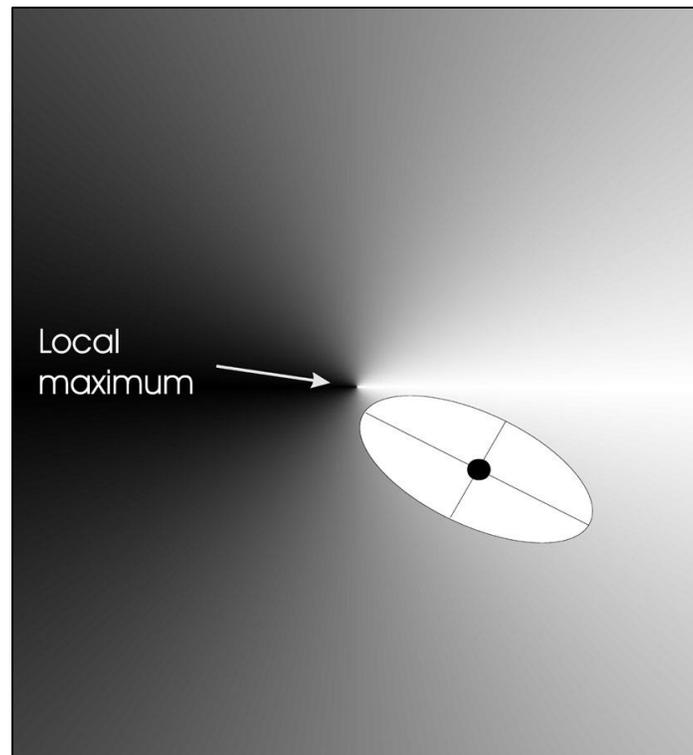
# Mutação – Caso 3: Mutação Correlacionada

---

- O mecanismo de mutação é:
  - $\sigma'_i = \sigma_i \cdot \exp(\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N_i(0,1))$
  - $\alpha'_j = \alpha_j + \beta \cdot N(0,1)$
  - $\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{N}(\mathbf{0}, \mathbf{C}')$ 
    - $\mathbf{X}$  é o vetor  $(x_1, \dots, x_n)$
    - $\mathbf{C}'$  é a matriz de covariância após a mutação dos valores de  $\alpha$
  - $\tau \propto 1/(2n)^{1/2}$  e  $\tau' \propto 1/(2n^{1/2})^{1/2}$  e  $\beta \approx 5^\circ$
  - $O_i' < \varepsilon_0 \Rightarrow O_i' = \varepsilon_0$ , e
  - $|\alpha'_j| > \pi \Rightarrow \alpha'_j = \alpha'_j - 2\pi \text{sign}(\alpha'_j)$

**Desta forma, a mutação corresponde a hiperelipsoides arbitrariamente rotacionáveis e  $\alpha_k$  caracterizam os ângulos de rotação em relação aos eixos de coordenadas.**

# Mutantes com Igual verossimilhança



Elipse: Mutantes têm as mesmas chances de serem criados.