# Probabilidade e Variáveis Aleatórias

MONITORIA DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE PARA COMPUTAÇÃO

# Conceitos

Espaço amostral

Classe de eventos aleatórios

Operações com eventos

- União ($A \cup B$)
- Intersecção ($A \cap B$)
- Complemento ($\bar{A} = \Omega - A$)

# Propriedades de eventos

Distributividade

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Absorção

$$A \cup (A \cap B) = A$$
$$A \cap (A \cup B) = A$$

De Morgan

$$\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$$
$$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

# Probabilidade de um evento

A probabilidade de um evento $A$, com $n_A$ resultados possíveis em um espaço amostral com $N$ eventos equiprováveis é:

$$P(A) = \frac{n_A}{N}$$

Formalmente:

$$P(\Omega) = 1$$
$$P(\emptyset) = 0$$

# Teoremas de probabilidades

Teorema da soma

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Teorema do produto

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

Teorema da probabilidade total

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) \cdot P(B|A_i)$$

Teorema de Bayes

$$P(A_j|B) = \frac{P(A_j) \cdot P(B|A_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i) \cdot P(B|A_i)}$$

# Conceitos importantes

Eventos mutuamente exclusivos

- Dois eventos A e B são mutuamente exclusivos quando $\mathrm{P}(A \cap B) = \emptyset$, ou seja, $\mathrm{P}(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Independência estatística

- Dois eventos A e B são independentes quando $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Obs.: quando dois eventos são mutuamente exclusivos, eles não são independentes.

# Variável Aleatória

É uma função que mapeia a probabilidade de cada um dos eventos da partição de um espaço amostral a um número real X (a variável aleatória), que representa o evento

Pode ser:

- Discreta
- Contínua

# Função de probabilidade

Notação:

$$P(X = x_i) = p(x_i) = p_i$$

Deve satisfazer as seguintes condições:

1. $0 \leq p_i \leq 1$
2. $\sum_i p_i = 1$ (função discreta de probabilidade)
3. $\int_{-\infty}^{\infty} p_i = 1$ (função densidade de probabilidade)

# Função de probabilidade

Em uma variável aleatória discreta, cada valor de probabilidade está associado a um único ponto da função da variável aleatória.

Já em uma variável contínua, não se calcula o valor de um ponto, e sim a probabilidade de um intervalo. Observe que:

- $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)\,dx$
- $P(c) = \int_c^c f(x)\,dx = 0$

# Função de distribuição

Caso discreto (repartição):

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} P(x_i)$$

Caso contínuo:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(s)ds$$

# Medidas de Posição

Esperança matemática

- $E(X) = \sum x \cdot p(x)$ (V. A. discreta)
- $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)\, dx$ (V. A. contínua)

Mediana

- $F(X = Md) = 0{,}5$

Moda

- $P(X = Mo) = \max(p_1, p_2, \ldots, p_k)$

# Medidas de Dispersão

Variância

- $\sigma_x{}^2 = \sum(x_i - \mu_{(x)})^2 \cdot P(x_i)$ (V. A. discreta)
- $\sigma_x{}^2 = \int_{-\infty}^{\infty}(x - \mu_x)^2 \cdot f(x)\, dx$ (V. A. contínua)

Desvio padrão

- $\sigma_x = \sqrt{\sigma_x{}^2}$