# Testes de Hipótese

MONITORIA DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE PARA COMPUTAÇÃO

# Testes de Hipóteses

Aceitar ou rejeitar uma hipótese estatística.

**Hipótese Estatística**

- Suposição

| $H_0$ | Hipótese nula | descrição |
|---|---|---|
| $H_1$ | Hipótese alternativa | descrição |

**Tipos de erro:**

- Erro tipo I : Rejeitar hipótese quando é verdadeira
  - ($\alpha$ = <u>nível de significância</u>)
- Erro tipo II : Aceitar hipótese quando ela é falsa
  - ($\beta$)

# Teste de Hipóteses

***Passo 1***

Interprete a situação de modo a obter a média μ;

***Passo 2***

Construa as hipóteses, dizendo se é bilateral ou unilateral, considerando a média em questão;

***Passo 3***

Obtenha o grau de significância;

***Passo 4***

Verifique qual o tipo de distribuição mais apropriado (normal ou t-Student);

***Passo 5***

Calcule a estatística de teste, usando:

- $Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ (para a normal)
- $t = \frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ (para a t-Student)

***Passo 6***

Interprete a estatística de teste para verificar se a hipótese nula será ou não rejeitada. Se z ou t corresponder a valores da região crítica, rejeite $H_0$, caso contrário, não rejeite $H_0$.

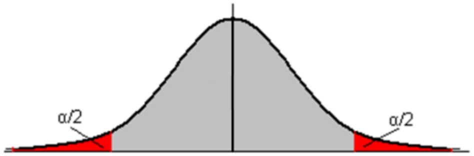
# Teste de Hipóteses

**Tipos de teste:**

## Bilateral

$H_0: \mu = \mu_0$

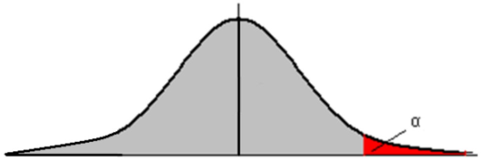
$H_a: \mu \neq \mu_0$




## Unilateral

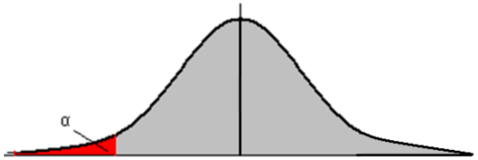
$H_0: \mu \leq \mu_0$

$H_a: \mu > \mu_0$




$H_0: \mu \geq \mu_0$

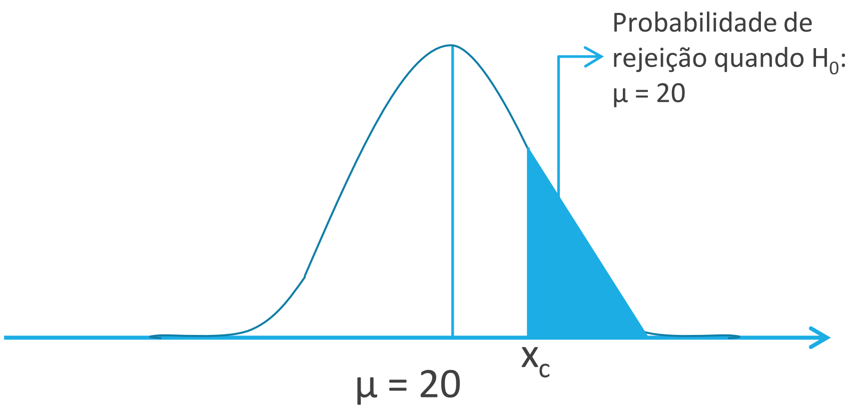
$H_a: \mu < \mu_0$



# Teste de Hipóteses

**Exemplo do livro:**

- $H_0$: $\mu = 20$
- $H_1$: $\mu > 20$
- Variância da população $(\sigma^2) = 16$
- Amostra $(n) = 16$
- $\alpha = 5\%$




$$Z = \frac{x_c - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Ou

$$1{,}64 = \frac{x_c - 20}{\frac{4}{\sqrt{16}}}$$

Logo:

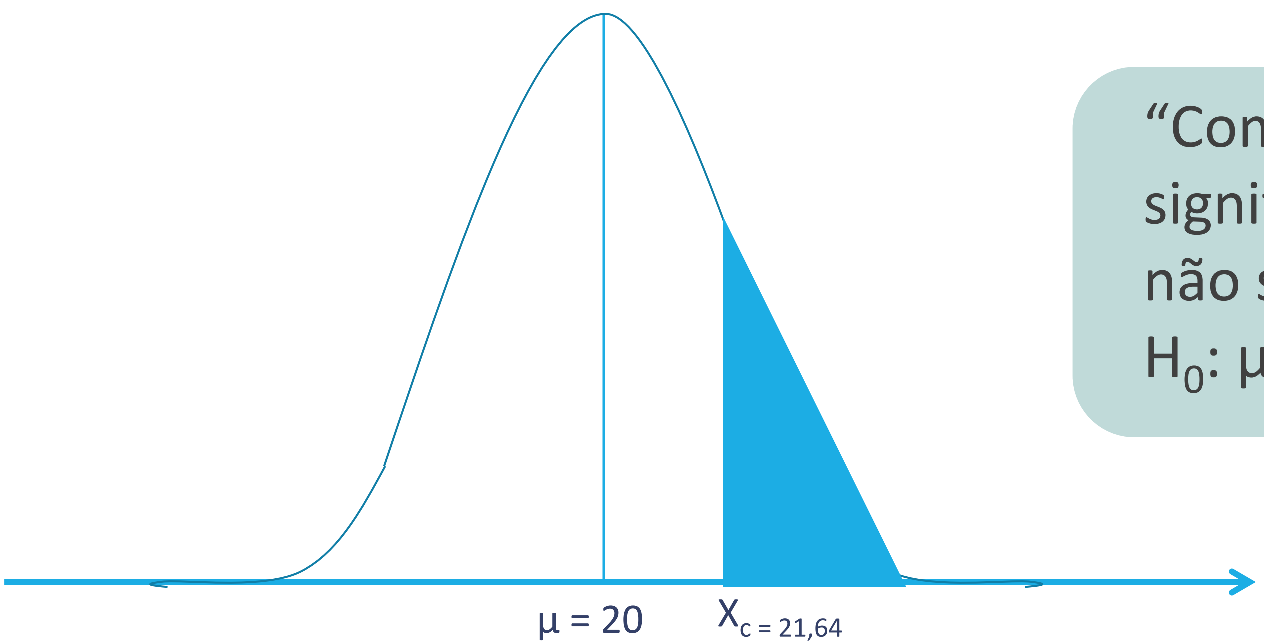
$X_c = 21{,}64$

# Teste de Hipóteses

**Exemplo do livro:**

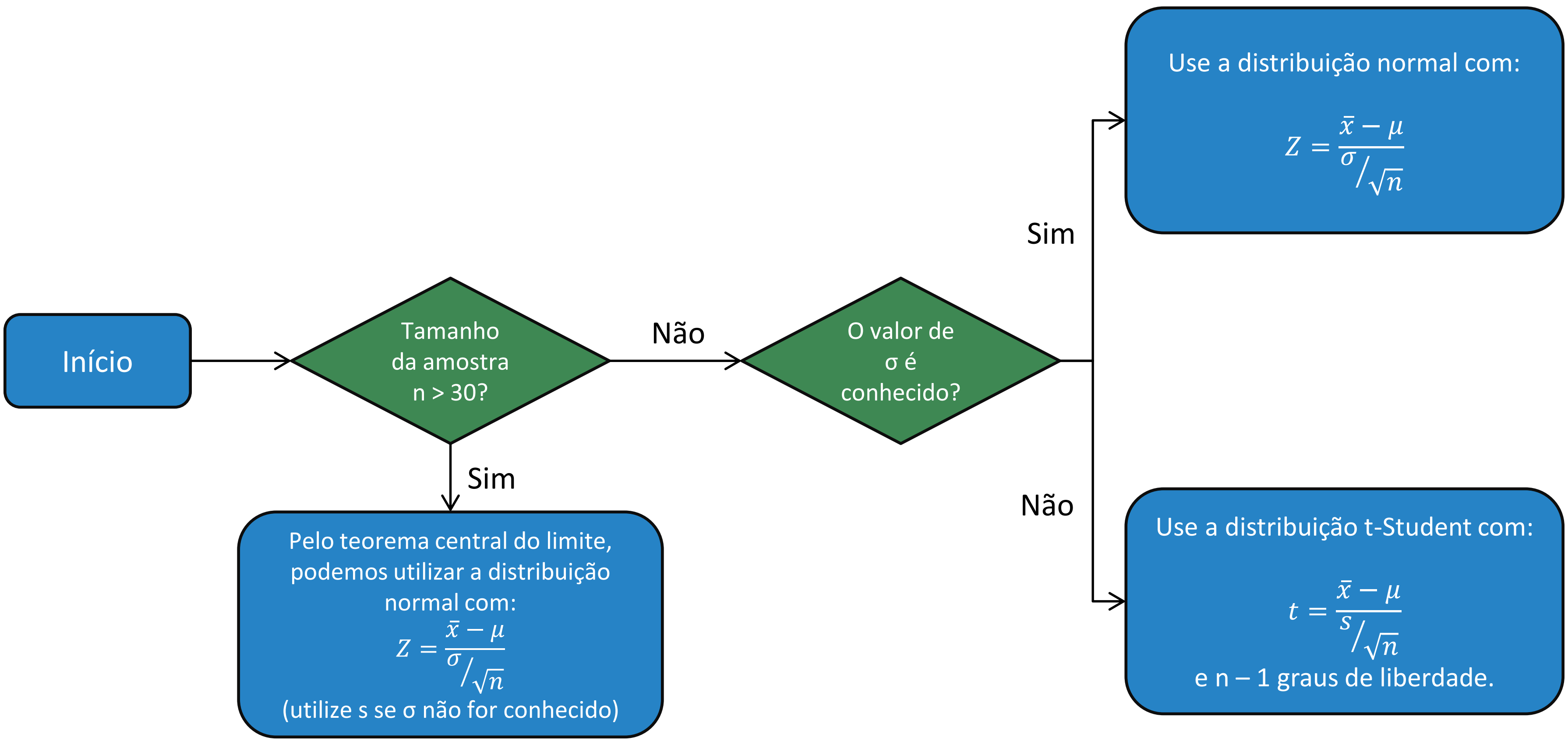
- Rejeita $H_0$ quando $x > 21{,}64$
- NÃO rejeitar $H_0$: $x \leq 21{,}64$

**Porquê??**




"Com o nível de significância α = ? , não se pode rejeitar $H_0$: μ = ?"

# Como saber qual distribuição utilizar?



# Teste de Hipóteses para duas amostras

Deseja-se testar duas amostras agora...

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \qquad t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

- Obs.: para t-Student, o grau de liberdade é o menor entre os valores de $n_1 - 1$ e $n_2 - 1$.
- Obs. 2: considere que o teste acima é válido para amostras de populações diferentes. Não será cobrado testes para amostras da mesma população (amostras dependentes), pois a estimação da variância é feita de outra forma.

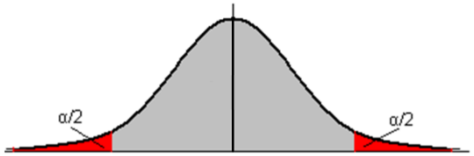
# Teste de Hipóteses p/ duas amostras

**Tipos de teste:**

## Bilateral

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

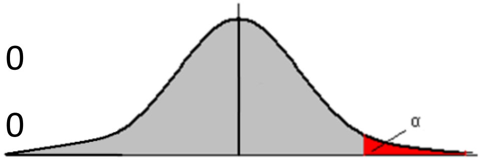
$H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$




## Unilateral

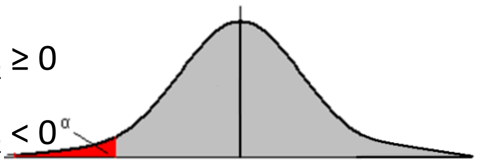
$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$

$H_a: \mu_1 - \mu_2 > 0$




$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0$

$H_a: \mu_1 - \mu_2 < 0$



# Exercícios

1) Uma fábrica de automóveis anuncia que seus carros consomem, em média, 10 litros de gasolina por 100 quilômetros, com desvio padrão de 0,8 litros. Uma revista desconfia que o consumo é maior e resolve testar essa afirmação. Para tal, analisa 35 automóveis dessa marca, obtendo como consumo médio 10,2 litros por 100 quilômetros. Considerando que o consumo siga o modelo Normal, o que a revista pode concluir sobre o anúncio da fábrica ao nível de 1%?

# Exercícios

2) De duas populações normais $X_1$ e $X_2$ com variâncias 25, levantaram-se duas amostras de tamanhos $n_1 = 9$ e $n_2 = 16$, obtendo-se:

$$\sum_{i=1}^{n_1} X_{1i} = 27 \qquad \sum_{i=1}^{n\_2} X_{2j} = 32$$

- Teste as seguintes hipóteses ao nível de 10%:

$$H_o\colon \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_a\colon \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

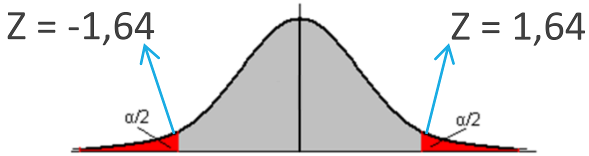
# Resolução

1. Primeiro precisamos calcular as médias de x1 e x2: $\overline{x_1} = \frac{27}{9}$ e $\overline{x_2} = \frac{32}{16}$

2. O teste é bilateral dada as hipóteses $H_o$: $\mu_1 - \mu_2 = 0$ e $H_a$: $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

3. Então buscando na tabela Z, o valor para $\alpha = 10\%$ então $z_\alpha$ = 1,64.

Montamos o gráfico:




4. Encontramos então o Z utilizando a fórmula:

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \text{ -> } z = \frac{3-2}{\sqrt{\frac{27}{9} + \frac{25}{16}}} \text{ -> } z = \frac{1}{2{,}082} \text{ -> } z = 0{,}48$$

Logo como o Z não está na Região Crítica, não rejeitamos a Ho, ou seja, a diferença entre as médias a um nível de 10% não é significante como dizia na Ha.

# Exercícios

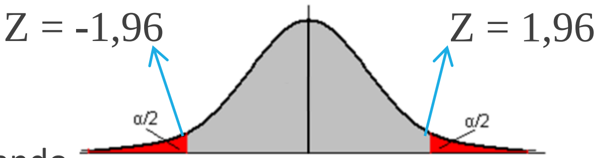
3) Examinaram-se 2 classes de 40 e 50 alunos de um mesmo período de um curso. Na primeira, o *grau médio* foi de 7,4 com *desvio padrão* de 0,8. Na segunda, a *média* foi de 7,8 com *desvio padrão* de 0,7. Há uma diferença significativa entre os aproveitamentos das 2 classes?

# Resolução

1. Primeiro precisamos montar as hipóteses. Como ele quer saber se a diferença é significante termos que:

Ho: µ1 - µ2 = 0 *O contrário do que se quer testar*
Ha: µ1 - µ2 != 0 *O que se quer testar*

2. O teste é bilateral dada as hipóteses.
3. Como a questão não nos forneceu o valor de $\alpha$ , podemos adotar $\alpha$ = 5%, como nosso padrão. Então buscando na tabela Z, o valor para $\alpha = 5\%$ é $z_{\alpha}$ = 1,96.Montamos o gráfico:




4. Encontramos então o Z utilizando a fórmula:

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \text{ -> } z = \frac{7,4 - 7,8}{\sqrt{\frac{0,8^2}{40} + \frac{0,7^2}{50}}} \text{ -> } z = \frac{-0,4}{0,16} \text{ -> } z - 2,49$$

Como o Z está na Região Crítica, rejeitamos a Ho, ou seja, a diferença entre as médias das notas a um nível de 5% é sim significante como dizia na Ha.

# Dúvidas

?