



**Centro de Informática**

★ • • • • • • • • • • UFPE

# Aprendizagem de Dados Simbólicos e/ou Numéricos

*Francisco de A.T. de Carvalho*

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 1/

## ➤ Abordagem Gowda e Diday

➤  $a = [Y_1 R_1 A_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j A_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p A_p]$  ou  
 $a = (A_1, \dots, A_j, \dots, A_p)$

➤  $b = [Y_1 R_1 B_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j B_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p B_p]$  ou  
 $b = (B_1, \dots, B_j, \dots, B_p)$

$$d(a, b) = \sum_{j=1}^p D(A_j, B_j)$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 2/

## ➤ Abordagem Gowda e Diday

➤  $D(A_j, B_j) = D_p(A_j, B_j) + D_s(A_j, B_j) + D_c(A_j, B_j)$

➤ onde:

➤  $D_p$  - Posição ( $0 \leq D_p \leq 1$ )

➤  $D_s$  - Span ( $0 \leq D_s \leq 1$ )

➤  $D_c$  - Conteúdo ( $0 \leq D_c \leq 1$ )

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 3/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Variáveis quantitativas

➤  $D(A_j, B_j) = D_p(A_j, B_j) + D_s(A_j, B_j) + D_c(A_j, B_j)$

$$A_j = [\underline{a}_j, \bar{a}_j], \quad B_j = [\underline{b}_j, \bar{b}_j]$$

➤ Componente  $D_p$

$$D_p(A_j, B_j) = \frac{|\underline{a}_j - \underline{b}_j|}{\mu(O_j)}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 4/

- Abordagem Gowda e Diday
  - Variáveis quantitativas
    - Componente  $D_s$

$$D_s(A_j, B_j) = \frac{|\mu(A_j) - \mu(B_j)|}{\mu(A_j \oplus B_j)}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 5/

- Abordagem Gowda e Diday
- Variáveis quantitativas
  - Componente  $D_c$

$$D_c(A_j, B_j) = \frac{\mu(A_j) + \mu(B_j) - 2\mu(A_j \cap B_j)}{\mu(A_j \oplus B_j)}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 6/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Variáveis qualitativas (ordinais ou nominais)

➤  $D(A_j, B_j) = D_s(A_j, B_j) + D_c(A_j, B_j)$

➤ Componente  $D_s$

$$D_s(A_j, B_j) = \frac{|\mu(A_j) - \mu(B_j)|}{\mu(A_j \oplus B_j)}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 7/

## ➤ Abordagem Gowda e Diday

### ➤ Variáveis qualitativas (ordinais ou nominais)

$$➤ D(A_j, B_j) = D_s(A_j, B_j) + D_c(A_j, B_j)$$

### ➤ Componente $D_c$

$$D_c(A_j, B_j) = \frac{\mu(A_j) + \mu(B_j) - 2\mu(A_j \cap B_j)}{\mu(A_j \oplus B_j)}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 8/

## ➤ Abordagem Gowda e Diday

### ➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

E	peso	cor
1	[30,40]	{amarelo, branco}
2	[35,65]	{preto, cinza}
3	[20,30]	{verde,branco}

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 9/

## ➤ Abordagem Gowda e Diday

### ➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤  $Y_1$  : Peso;  $O_1 = [30,70]$

➤  $Y_2$  : Cor;  $O_2 = \{\text{amarelo, branco, laranja, preto, cinza, verde, azul}\}$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 10/

## ➤ Abordagem Gowda e Diday

### ➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

#### ➤ Dois objetos simbólicos de semântica booleana

$$➤ a = [Y_1 \ R_1 \ [30,40]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{amarelo, branco}\}]$$

$$➤ b = [Y_1 \ R_1 \ [35,65]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{preto, cinza}\}]$$

$$d(a,b)=?$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 11/

## ➤ Abordagem Gowda e Diday

### ➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

#### ➤ Para a variável 1 (quantitativa)

➤  $A_1 = [30,40]$ ,  $B_1 = [35,65]$  e  $O_1 = [30,70]$

➤  $A_1 \oplus B_1 = [30, 65]$  e  $A_1 \cap B_1 = [35, 40]$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 12/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 1 (quantitativa)

➤ Componente  $D_\pi$

$$D_\pi (A_1, B_1) = \frac{|\underline{a}_1 - \underline{b}_1|}{\mu(O_1)} = \frac{|30 - 35|}{|70 - 30|} = \frac{5}{40} = 0.125$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 13/

## ➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 1 (quantitativa)

➤ Componente  $D_s$

$$D_s(A_1, B_1) = \frac{|\mu(A_1) - \mu(B_1)|}{\mu(A_1 \oplus B_1)} = \frac{\|40 - 30\| - \|65 - 35\|}{|65 - 30|} = 0.571$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 14/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 1 (quantitativa)

➤ Componente  $D_c$

$$D_c(A_1, B_1) = \frac{\mu(A_1) + \mu(B_1) - 2\mu(A_1 \cap B_1)}{\mu(A_1 \oplus B_1)} = 0.857$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 15/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 1 (quantitativa)

$$\text{➤ } D(A_1, B_1) = D_{\pi}(A_1, B_1) + D_s(A_1, B_1) + D_c(A_1, B_1) = 1.553$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 16/

## ➤ Abordagem Gowda e Diday

### ➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

#### ➤ Para a variável 2 (qualitativa nominal)

➤  $A_2 = \{\text{amarelo, branco}\}, B_2 = \{\text{preto, cinza}\}$

➤  $O_2 = \{\text{amarelo, branco, laranja, preto, cinza, verde, azul}\}$

➤  $A_2 \oplus B_2 = \{\text{amarelo, branco, preto, cinza}\}$

➤  $A_2 \cap B_2 = \emptyset$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 17/

## ➤ Abordagem Gowda e Diday

### ➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

#### ➤ Para a variável 2 (qualitativa nominal)

➤  $A_2 = \{\text{amarelo, branco}\}, B_2 = \{\text{preto, cinza}\}$

➤  $O_2 = \{\text{amarelo, branco, laranja, preto, cinza, verde, azul}\}$

➤  $A_2 \oplus B_2 = \{\text{amarelo, branco, preto, cinza}\}$

➤  $A_2 \cap B_2 = \emptyset$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 18/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 2 (qualitativa nominal)

➤ Componente  $D_s$

$$D_s(A_1, B_1) = \frac{|\mu(A_2) - \mu(B_2)|}{\mu(A_2 \oplus B_2)} = \frac{|2 - 2|}{4} = 0.0$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 19/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 2 (qualitativa nominal)

➤ Componente  $D_c$

$$D_c(A_2, B_2) = \frac{\mu(A_2) + \mu(B_2) - 2\mu(A_2 \cap B_2)}{\mu(A_2 \oplus B_2)} = \frac{2 + 2 - 2 * 0}{4} = 1$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 20/

## ➤ Abordagem Gowda e Diday

### ➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 2 (qualitativa nominal)

$$➤ D(A_2, B_2) = D_s(A_2, B_2) + D_c(A_2, B_2) = 1.0$$

$$➤ d(a, b) = D(A_1, B_1) + D(A_2, B_2) = 2.553$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 21/

## ➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤  $a = [Y_1 R_1 A_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j A_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p A_p]$  ou

$$a = (A_1, \dots, A_j, \dots, A_p)$$

➤  $b = [Y_1 R_1 B_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j B_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p B_p]$  ou

$$b = (B_1, \dots, B_j, \dots, B_p)$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 22/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Comparação

$$\begin{aligned}\phi(A_j, B_j) &= \mu(A_j \oplus B_j) - \mu(A_j \cap B_j) \\ &+ \gamma (2\mu(A_j \cap B_j) - \mu(A_j) - \mu(B_j))\end{aligned}$$

➤ onde  $0 \leq \gamma \leq 0.5$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 23/

## ➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

### ➤ Função de Comparação

➤  $\gamma = 0$  :

$$\phi(A_j, B_j) = \mu(A_j \oplus B_j) - \mu(A_j \cap B_j)$$

➤  $\gamma = 0.5$  :

$$\phi(A_j, B_j) = \mu(A_j \oplus B_j) - \frac{(\mu(A_j) + \mu(B_j))}{2}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 24/

## ➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

### ➤ Função de Comparação

➤  $\phi$  é uma distancia

➤ Normalização de Ichino e Yaguchi

$$\psi(A_j, B_j) = \frac{\phi(A_j, B_j)}{\mu(O_j)}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 25/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Comparação

➤ Normalização de De Carvalho

$$\varphi(A_j, B_j) = \frac{\phi(A_j, B_j)}{\mu(A_j \oplus B_j)}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 26/

## ➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Propriedades

➤  $0 \leq \psi \leq 1; 0 \leq \varphi \leq 1$

➤  $\psi$  e  $\varphi$  são distancias

➤ Se  $Y$  é quantitativa as funções  $\psi$  e  $\varphi$  não são afetadas por uma mudança de escala devido a uma transformação linear do domínio de  $Y$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 27/

➡ Abordagem Ichino e Yaguchi

➡ Função de Agregação

$$d_q(a, b) = \left( \sum_{j=1}^p w_j (FC(A_j, B_j))^q \right)^{\frac{1}{q}}, \quad q \geq 1$$

$$w_j > 0 \text{ e } \sum_{j=1}^p w_j = 1, \quad FC : \phi \text{ ou } \psi \text{ ou } \varphi$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 28/

## ➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

### ➤ Função de Agregação

#### ➤ Propriedades

➤ Se FC é  $\psi$  ou  $\varphi$ ,  $0 \leq d_q(a,b) \leq 1$

➤  $d_q$  é uma distancia

➤ Se  $Y$  é quantitativa, a função  $d_q$  não é afetada por uma mudança de escala devido a uma transformação linear do domínio de  $Y$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 29/

## ➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Exemplo: dois objetos simbólicos de semântica booleana

$$➤ a = [Y_1 \ R_1 \ [30,40]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{amarelo, branco}\}]$$

$$➤ b = [Y_1 \ R_1 \ [35,65]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{preto, cinza}\}]$$

$$d_2(a,b)=?$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 30/

## ➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Variável 1

$$➤ A_1 = [30,40], B_1 = [35,65] \text{ e } O_1 = [30,70]$$

$$➤ A_1 \oplus B_1 = [30, 65] \text{ e } A_1 \cap B_1 = [35, 40]$$

$$\begin{aligned}\phi(A_j, B_j) &= \mu(A_j \oplus B_j) - \mu(A_j \cap B_j) \\ &= (65 - 30) - (40 - 35) = 30\end{aligned}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 31/

## ➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Variável 2

➤  $A_2 = \{\text{amarelo, branco}\}, B_2 = \{\text{preto, cinza}\}$

➤  $O_2 = \{\text{amarelo, branco, laranja, preto, cinza, verde, azul}\}$

➤  $A_2 \oplus B_2 = \{\text{amarelo, branco, preto, cinza}\}$

➤  $A_2 \cap B_2 = \emptyset$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 32/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Comparação

➤ Variável 2

$$\begin{aligned}\phi(A_j, B_j) &= \mu(A_j \oplus B_j) - \mu(A_j \cap B_j) \\ &= 4 - 0 = 4\end{aligned}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 33/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Agregação

$$\begin{aligned}d_2(a, b) &= \sqrt{\sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} (\phi(A_j, B_j))^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} 30^2 + \frac{1}{2} 4^2} = 21.4\end{aligned}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 34/

## ➤ Abordagem De Carvalho (1)

$$➤ a = [Y_1 R_1 A_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j A_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p A_p]$$

$$➤ b = [Y_1 R_1 B_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j B_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p B_p]$$

$$➤ a \oplus b = [Y_1 R_1 (A_1 \oplus B_1)] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p (A_p \oplus B_p)]$$

$$➤ a \wedge b = [Y_1 R_1 (A_1 \cap B_1)] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p (A_p \cap B_p)]$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 35/

## ➡ Abordagem De Carvalho (1)

### ➡ Função de Agregação

$$d_1^*(a, b) = \pi(a \oplus b) - \pi(a \wedge b) + \gamma(2\pi(a \wedge b) - \pi(a) - \pi(b))$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 36/

## ➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Função de Agregação (versões normalizadas)

$$d_2^*(a, b) = \frac{\pi(a \oplus b) - \pi(a \wedge b) + \gamma(2\pi(a \wedge b) - \pi(a) - \pi(b))}{\pi(a^E)}$$

➤ onde  $a^E = [Y_1 \ R_1 \ O_1] \wedge \dots \wedge [Y_p \ R_p \ O_p]$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 37/

➡ Abordagem De Carvalho (1)

➡ Função de Agregação (versões normalizadas)

$$d_3^*(a, b) = \frac{\pi(a \oplus b) - \pi(a \wedge b) + \gamma(2\pi(a \wedge b) - \pi(a) - \pi(b))}{\pi(a \oplus b)}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 38/

## ➤ Abordagem De Carvalho (1)

### ➤ Propriedades

➤  $d^*_1(a,b)$  e  $d^*_2(a,b)$  são índices de distancia, isto é, a desigualdade triangular não é satisfeita

➤  $d^*_1(a,b)$  e  $d^*_2(a,b)$  são equivalentes e  $0 \leq d^*_2(a,b) \leq 1$

➤  $d^*_3$  é uma distancia e  $0 \leq d^*_3(a,b) \leq 1$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 39/

## ➤ Abordagem De Carvalho (1)

### ➤ Propriedades

➤ Se as  $p$  variáveis são quantitativas a semi-ordem

$$➤ (a,b) \preceq_{d_1^*} (a',b') \Leftrightarrow d_1^*(a,b) \leq d_1^*(a',b')$$

➤ não é afetada por nenhuma transformação linear nas escalas dessas variáveis

➤  $d_2^*$  e  $d_3^*$  não são afetadas por transformações lineares das escalas das variáveis quantitativas

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 40/

## ➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica boleana

$$➤ a = [Y_1 \ R_1 \ [30,40]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{amarelo, branco}\}]$$

$$➤ b = [Y_1 \ R_1 \ [35,65]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{amarelo, cinza}\}]$$

$$➤ d^*_1(a,b) = ?$$

$$d^*_2(a,b) = ?$$

$$d^*_3(a,b) = ?$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 41/

## ➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica boleana

➤ Função de Agregação

➤ Variável 1 (quantitativa)

➤  $A_1 = [30,40]$ ,  $B_1 = [35,65]$  e  $O_1 = [30,70]$

➤  $A_1 \oplus B_1 = [30, 65]$  e  $A_1 \cap B_1 = [35, 40]$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 42/

## ➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

➤ Função de Agregação

➤ Variável 2 (qualitativa nominal)

➤  $A_2 = \{\text{amarelo, branco}\}$ ,  $B_2 = \{\text{amarelo, cinza}\}$  e  
 $O_2 = \{\text{amarelo, branco, laranja, preto, cinza, verde, azul}\}$

➤  $A_2 \oplus B_2 = \{\text{amarelo, branco, cinza}\}$  e  
 $A_2 \cap B_2 = \{\text{amarelo}\}$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 43/

## ➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

$$\begin{aligned}d_1^*(a, b) &= \pi(a \oplus b) - \pi(a \wedge b) \\ &= (65 - 30) * 3 - (40 - 35) * 1 = 100\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}d_2^*(a, b) &= \frac{\pi(a \oplus b) - \pi(a \wedge b)}{\pi(a^E)} \\ &= \frac{(65 - 30) * 3 - (40 - 35) * 1}{(70 - 30) * 7} = 0.357\end{aligned}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 44/

## ➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

$$\begin{aligned}d_3^*(a, b) &= \frac{\pi(a \oplus b) - \pi(a \wedge b)}{\pi(a \oplus b)} \\ &= \frac{(65 - 30) * 3 - (40 - 35) * 1}{(65 - 30) * 3} = 0.952\end{aligned}$$

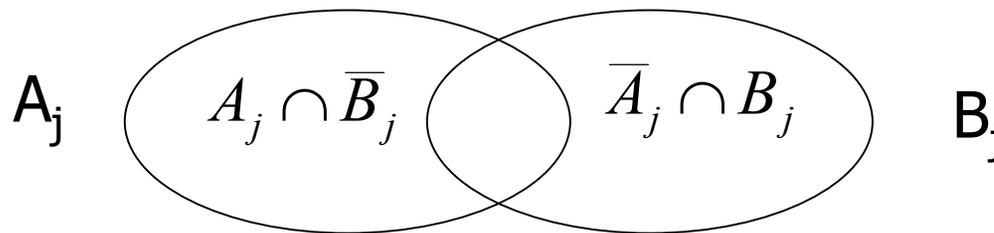
# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 45/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤  $a = [Y_1 R_1 A_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j A_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p A_p]$

➤  $b = [Y_1 R_1 B_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j B_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p B_p]$

## ➤ Função de Comparação



(a) conjuntos não ordenados

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 46/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Função de Comparação

$$\frac{A_j}{A_j \cap \bar{B}_j} \quad \frac{B_j}{\bar{A}_j \cap B_j} \quad \frac{(\bar{A}_j \cap \bar{B}_j \cap (A_j \oplus B_j))}{(A_j \oplus B_j)}$$

(b) conjuntos ordenados ou intervalos

$$\phi(A_j, B_j) = \frac{1}{2} [\phi_c(A_j, B_j) + \phi_p(A_j, B_j)]$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 47/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Diferença de Conteúdo

	Acordo	Desacordo	Total
Acordo	$\alpha = \mu(A_j \cap B_j)$	$\beta = \mu(A_j \cap c(B_j))$	$\mu(A_j)$
Desacordo	$\gamma = \mu(c(A_j) \cap B_j)$	$\delta = \mu(c(A_j) \cap c(B_j))$	$\mu(c(A_j))$
Total	$\mu(B_j)$	$\mu(c(B_j))$	$\mu(O_j)$

$s_c^i$	Função de Comparação	Intervalo Variação	Propriedade $\phi_c^i = 1 - s_c^i$	= 0 para	= 1 para
$s_c^1$	$\frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma}$	[0,1]	Distância	$A_j \cap B_j = \emptyset$	$A_j = B_j$
$s_c^2$	$\frac{2\alpha}{2\alpha + \beta + \gamma}$	[0,1]	Índice de Distância	$A_j \cap B_j = \emptyset$	$A_j = B_j$
$s_c^3$	$\frac{\alpha}{\alpha + 2(\beta + \gamma)}$	[0,1]	Distância	$A_j \cap B_j = \emptyset$	$A_j = B_j$
$s_c^4$	$\frac{1}{2} \left[ \frac{\alpha}{\alpha + \beta} + \frac{\alpha}{\alpha + \gamma} \right]$	[0,1]	Índice de Distância	$A_j \cap B_j = \emptyset$	$A_j = B_j$
$s_c^5$	$\sqrt{(\alpha + \beta)(\alpha + \gamma)}$	[0,1]	Índice de Distância	$A_j \cap B_j = \emptyset$	$A_j = B_j$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 49/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Diferença de Conteúdo

#### ➤ Propriedades

- as funções  $s_i$  e  $\phi_c^i$ ,  $i \in \{1, \dots, 5\}$ , não são afetadas por transformações lineares das escalas das variáveis quantitativas

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 50/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Diferença de Conteúdo

#### ➤ Propriedades

- As funções de similaridade  $s_i$ ,  $i \in \{1,2,3\}$ , são equivalentes
- As funções de dissimilaridade  $\phi_c^i$ ,  $i \in \{1,2,3\}$ , são equivalentes

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 51/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Diferença de Posição

$$\phi_p(A_j, B_j) = \frac{\mu(\bar{A}_j \cap \bar{B}_j \cap (A_j \oplus B_j))}{\mu(A_j \oplus B_j)}$$

### ➤ Propriedade

➤  $\phi_p$  é uma distância?

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 52/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Função de Agregação

$$d_q^i(a, b) = \left( \sum_{j=1}^p w_j (\phi(A_j, B_j))^q \right)^{\frac{1}{q}}, \quad q \geq 1$$

$$w_j > 0 \text{ e } \sum_{j=1}^p w_j = 1, i \in \{1, \dots, 5\}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 53/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Função de Agregação

#### ➤ Propriedades

➤  $d_q^i$  não é afetada por transformações lineares das escalas das variáveis quantitativas

➤ Seja  $d_i$  e  $d_i'$ , as funções de comparação dos índices  $d_q^i$  e  $d_q^{i'}$  respectivamente.

➤ Se  $d_i$  é equivalente a  $d_i'$ , então  $d_q^i$  é equivalente a  $d_q^{i'}$ .

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 54/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Função de Agregação

#### ➤ Propriedades

➤ Seja  $d_i$  a função de comparação do índices  $d_i^q$ .

➤ Se  $d_i$  é uma distância, então  $d_i^q$  também é uma distância se  $q = 1$ .

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 55/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Exemplo

➤ Dois objetos simbólicos de semântica boleana

$$➤ a = [Y_1 \ R_1 \ [30,40]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{amarelo, branco}\}]$$

$$➤ b = [Y_1 \ R_1 \ [35,65]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{amarelo, cinza}\}]$$

$$➤ d_2(a,b)=?$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 56/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Exemplo

#### ➤ Variável 1 (quantitativa)

➤  $A_1 = [30,40]$ ,  $B_1 = [35,65]$  e  $O_1 = [30,70]$

➤  $A_1 \cap B_1 = [35, 40]$ ,  $A_1 \cap c(B_1) = [30,35[$ ,  
 $c(A_1) \cap B_1 = ]40,65]$ ,  $A_1 \oplus B_1 [30, 65]$ ,  
 $c(A_1) \cap c(B_1) \cap (A_1 \oplus B_1) = \emptyset$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 57/

## Abordagem De Carvalho (2)

### Exemplo

#### Função de Comparação

#### Diferença de Conteúdo

	Acordo	Desacordo	Total
Acordo	$\alpha = (40-35) = 5$	$\beta = (35-30) = 5$	$\mu(A_j)$
Desacordo	$\gamma = (65-40) = 25$	$\delta = \mu(c(A_j) \cap c(B_j))$	$\mu(c(A_j))$
Total	$\mu(B_j)$	$\mu(c(B_j))$	$\mu(O_j)$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 58/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Exemplo

#### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Diferença de Conteúdo

$$\phi_c^1(A_1, B_1) = 1 - \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} = 1 - \frac{5}{5 + 5 + 25} = 0.857$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 59/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Exemplo

#### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Diferença de Posição

$$\phi_p(A_1, B_1) = \frac{\mu(\bar{A}_j \cap \bar{B}_j \cap (A_j \oplus B_j))}{\mu(A_j \oplus B_j)} = 0$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 60/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Exemplo

#### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Resultado global

$$\phi(A_1, B_1) = \frac{1}{2} [0.857 + 0.0] = 0.429$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 61/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Exemplo

#### ➤ Variável 2 (qualitativa nominal)

➤  $A_2 = \{\text{amarelo, branco}\}$ ,  $B_2 = \{\text{preto, cinza}\}$  e  $O_2 = \{\text{amarelo, branco, laranja, preto, cinza, verde, azul}\}$

➤  $A_2 \oplus B_2 = \{\text{amarelo, branco, cinza}\}$ ,

$A_2 \cap B_2 = \{\text{amarelo}\}$ ,  $A_2 \cap c(B_2) = \{\text{branco}\}$ ,

$c(A_2) \cap B_2 = \{\text{cinza}\}$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 62/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Exemplo

#### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Diferença de Conteúdo

	Acordo	Desacordo	Total
Acordo	$\alpha = \#\{\text{amar}\} = 1$	$\beta = \#\{\text{branco}\} = 1$	$\mu(A_j)$
Desacordo	$\gamma = \#\{\text{cinza}\} = 1$	$\delta = \mu(c(A_j) \cap c(B_j))$	$\mu(c(A_j))$
Total	$\mu(B_j)$	$\mu(c(B_j))$	$\mu(O_j)$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 63/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Exemplo

#### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Diferença de Conteúdo

$$\phi_c^1(A_2, B_2) = 1 - \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} = 1 - \frac{1}{1+1+1} = 0.667$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 64/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Exemplo

#### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Diferença de Posição

$$\phi_p(A_2, B_2) = \frac{\mu(\bar{A}_j \cap \bar{B}_j \cap (A_j \oplus B_j))}{\mu(A_j \oplus B_j)} = 0$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 65/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

### ➤ Exemplo

#### ➤ Função de Comparação

#### ➤ Resultado Global

$$\phi(A_2, B_2) = \frac{1}{2} [0.667 + 0.0] = 0.334$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 66/

## ➤ Abordagem De Carvalho (2)

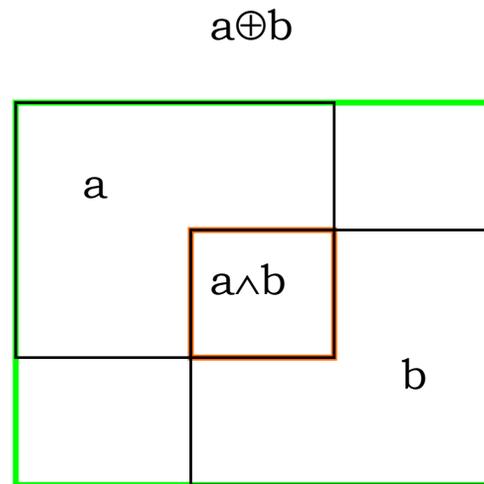
### ➤ Exemplo

#### ➤ Função de Agregação

$$\begin{aligned}d_2(a, b) &= \sqrt{\sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} (\phi(A_j, B_j))^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} 0.429^2 + \frac{1}{2} 0.334^2} = 0.384\end{aligned}$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 67/

- Abordagem De Carvalho (3)
- Comparação entre objetos a e b



# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 68/

## ➤ Abordagem De Carvalho (3)

### ➤ Comparação entre objetos a e b

	Acordo	Desacordo
Acordo	$\alpha = \pi(a \wedge b)$	$\beta = \pi(a) - \pi(a \wedge b)$
Desacordo	$\gamma = \pi(b) - \pi(a \wedge b)$	$\delta = \pi(a \oplus b) - \pi(a) - \pi(b) + \pi(a \wedge b)$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 69/

## ➤ Abordagem De Carvalho (3)

### ➤ Função de Dissimilaridade

$$\phi(a, b) = \frac{1}{2} [\phi_c(a, b) + \phi_p(a, b)]$$

### ➤ Diferença de Posição

$$\phi_p(a, b) = \frac{\pi(a \oplus b) - \pi(a) - \pi(b) + \pi(a \wedge b)}{\mu(a \oplus b)}$$

$\phi_c^i$	Diferença de Conteúdo	Intervalo Variação
$\phi_c^1$	$1 - \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma}$	[0,1]
$\phi_c^2$	$1 - \frac{2\alpha}{2\alpha + \beta + \gamma}$	[0,1]
$\phi_c^3$	$1 - \frac{\alpha}{\alpha + 2(\beta + \gamma)}$	[0,1]
$\phi_c^4$	$1 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\alpha}{\alpha + \beta} + \frac{\alpha}{\alpha + \gamma} \right]$	[0,1]
$\phi_c^5$	$1 - \frac{\alpha}{\sqrt{(\alpha + \beta)(\alpha + \gamma)}}$	[0,1]

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 71/

## ➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica boleana

$$➤ a = [Y_1 R_1 [30,40]] \wedge [Y_2 R_2 \{\text{amarelo, branco}\}]$$

$$➤ b = [Y_1 R_1 [35,65]] \wedge [Y_2 R_2 \{\text{amarelo, cinza}\}]$$

$$➤ a \oplus b = [Y_1 R_1 [30,65]] \wedge [Y_2 R_2 \{\text{amarelo, branco, cinza}\}]$$

$$➤ a \wedge b = [Y_1 R_1 [35,40]] \wedge [Y_2 R_2 \{\text{amarelo}\}]$$

$$➤ \phi(a, b) = ?$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 72/

## ➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

➤ Comparação entre objetos a e b

$$➤ \pi(a) = (40 - 30) * 2 = 20; \pi(b) = (65 - 35) * 2 = 60$$

$$➤ \pi(a \oplus b) = (65 - 35) * 3 = 90$$

$$➤ \pi(a \wedge b) = (40 - 35) * 1 = 5$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 73/

## ➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

➤ Comparação entre objetos a e b

	Acordo	Desacordo
Acordo	$\alpha = \pi(a \wedge b) = 5$	$\beta = \pi(a) - \pi(a \wedge b) = 15$
Desacordo	$\gamma = \pi(b) - \pi(a \wedge b) = 55$	$\delta = \pi(a \oplus b) - \pi(a) - \pi(b) + \pi(a \wedge b) = 15$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 74/

## ➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

➤ Diferença de Posição

$$\phi_p(a, b) = \frac{\pi(a \oplus b) - \pi(a) - \pi(b) + \pi(a \wedge b)}{\mu(a \oplus b)} = \frac{15}{90} = 0.25$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 75/

## ➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

➤ Diferença de Conteúdo

$$\phi_c^1(a, b) = \frac{\beta + \gamma}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{15 + 55}{5 + 15 + 55} = 0.93$$

# Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 76/

## ➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica boleana

➤ Função de Dissimilaridade

$$\phi(a,b) = \frac{1}{2} [\phi_c(a,b) + \phi_p(a,b)] = \frac{1}{2} (0.25 + 0.93) = 0.59$$