



Centro de Informática

★ • • • • • • • • • • UFPE

Aprendizagem de Dados Simbólicos e/ou Numéricos

Francisco de A.T. de Carvalho

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 1/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ $a = [Y_1 R_1 A_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j A_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p A_p]$ ou
 $a = (A_1, \dots, A_j, \dots, A_p)$

➤ $b = [Y_1 R_1 B_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j B_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p B_p]$ ou
 $b = (B_1, \dots, B_j, \dots, B_p)$

$$d(a, b) = \sum_{j=1}^p D(A_j, B_j)$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 2/

➤ Abordagem Gowda e Diday

$$➤ D(A_j, B_j) = D_p(A_j, B_j) + D_s(A_j, B_j) + D_c(A_j, B_j)$$

➤ onde:

➤ D_p - Posição ($0 \leq D_p \leq 1$)

➤ D_s - Span ($0 \leq D_s \leq 1$)

➤ D_c - Conteúdo ($0 \leq D_c \leq 1$)

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 3/

➡ Abordagem Gowda e Diday

➡ Variáveis quantitativas

➡ $D(A_j, B_j) = D_p(A_j, B_j) + D_s(A_j, B_j) + D_c(A_j, B_j)$

$$A_j = [\underline{a}_j, \bar{a}_j], \quad B_j = [\underline{b}_j, \bar{b}_j]$$

➡ Componente D_p

$$D_p(A_j, B_j) = \frac{|\underline{a}_j - \underline{b}_j|}{\mu(O_j)}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 4/

- Abordagem Gowda e Diday
 - Variáveis quantitativas
 - Componente D_s

$$D_s(A_j, B_j) = \frac{|\mu(A_j) - \mu(B_j)|}{\mu(A_j \oplus B_j)}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 5/

- Abordagem Gowda e Diday
- Variáveis quantitativas
 - Componente D_c

$$D_c(A_j, B_j) = \frac{\mu(A_j) + \mu(B_j) - 2\mu(A_j \cap B_j)}{\mu(A_j \oplus B_j)}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 6/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Variáveis qualitativas (ordinais ou nominais)

➤ $D(A_j, B_j) = D_s(A_j, B_j) + D_c(A_j, B_j)$

➤ Componente D_s

$$D_s(A_j, B_j) = \frac{|\mu(A_j) - \mu(B_j)|}{\mu(A_j \oplus B_j)}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 7/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Variáveis qualitativas (ordinais ou nominais)

$$➤ D(A_j, B_j) = D_s(A_j, B_j) + D_c(A_j, B_j)$$

➤ Componente D_c

$$D_c(A_j, B_j) = \frac{\mu(A_j) + \mu(B_j) - 2\mu(A_j \cap B_j)}{\mu(A_j \oplus B_j)}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 8/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

E	peso	cor
1	[30,40]	{amarelo, branco}
2	[35,65]	{preto, cinza}
3	[20,30]	{verde,branco}

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 9/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Y_1 : Peso; $O_1 = [30,70]$

➤ Y_2 : Cor; $O_2 = \{\text{amarelo, branco, laranja, preto, cinza, verde, azul}\}$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 10/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Dois objetos simbólicos de semântica booleana

$$➤ a = [Y_1 \ R_1 \ [30,40]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{amarelo, branco}\}]$$

$$➤ b = [Y_1 \ R_1 \ [35,65]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{preto, cinza}\}]$$

$$d(a,b)=?$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 11/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 1 (quantitativa)

➤ $A_1 = [30,40]$, $B_1 = [35,65]$ e $O_1 = [30,70]$

➤ $A_1 \oplus B_1 = [30, 65]$ e $A_1 \cap B_1 = [35, 40]$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 12/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 1 (quantitativa)

➤ Componente D_π

$$D_\pi (A_1, B_1) = \frac{|\underline{a}_1 - \underline{b}_1|}{\mu(O_1)} = \frac{|30 - 35|}{|70 - 30|} = \frac{5}{40} = 0.125$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 13/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 1 (quantitativa)

➤ Componente D_s

$$D_s(A_1, B_1) = \frac{|\mu(A_1) - \mu(B_1)|}{\mu(A_1 \oplus B_1)} = \frac{\|40 - 30\| - \|65 - 35\|}{|65 - 30|} = 0.571$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 14/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 1 (quantitativa)

➤ Componente D_c

$$D_c(A_1, B_1) = \frac{\mu(A_1) + \mu(B_1) - 2\mu(A_1 \cap B_1)}{\mu(A_1 \oplus B_1)} = 0.857$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 15/

➡ Abordagem Gowda e Diday

➡ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➡ Para a variável 1 (quantitativa)

$$\begin{aligned} \text{➡ } D(A_1, B_1) &= D_{\pi}(A_1, B_1) + D_s(A_1, B_1) + D_c(A_1, B_1) = \\ &1.553 \end{aligned}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 16/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 2 (qualitativa nominal)

➤ $A_2 = \{\text{amarelo, branco}\}, B_2 = \{\text{preto, cinza}\}$

➤ $O_2 = \{\text{amarelo, branco, laranja, preto, cinza, verde, azul}\}$

➤ $A_2 \oplus B_2 = \{\text{amarelo, branco, preto, cinza}\}$

➤ $A_2 \cap B_2 = \emptyset$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 17/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 2 (qualitativa nominal)

➤ $A_2 = \{\text{amarelo, branco}\}, B_2 = \{\text{preto, cinza}\}$

➤ $O_2 = \{\text{amarelo, branco, laranja, preto, cinza, verde, azul}\}$

➤ $A_2 \oplus B_2 = \{\text{amarelo, branco, preto, cinza}\}$

➤ $A_2 \cap B_2 = \emptyset$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 18/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 2 (qualitativa nominal)

➤ Componente D_s

$$D_s(A_1, B_1) = \frac{|\mu(A_2) - \mu(B_2)|}{\mu(A_2 \oplus B_2)} = \frac{|2 - 2|}{4} = 0.0$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 19/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 2 (qualitativa nominal)

➤ Componente D_c

$$D_c(A_2, B_2) = \frac{\mu(A_2) + \mu(B_2) - 2\mu(A_2 \cap B_2)}{\mu(A_2 \oplus B_2)} = \frac{2 + 2 - 2 * 0}{4} = 1$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 20/

➤ Abordagem Gowda e Diday

➤ Exemplo: Tabela de Dados Simbólicos

➤ Para a variável 2 (qualitativa nominal)

$$➤ D(A_2, B_2) = D_s(A_2, B_2) + D_c(A_2, B_2) = 1.0$$

$$➤ d(a, b) = D(A_1, B_1) + D(A_2, B_2) = 2.553$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 21/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ $a = [Y_1 R_1 A_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j A_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p A_p]$ ou

$$a = (A_1, \dots, A_j, \dots, A_p)$$

➤ $b = [Y_1 R_1 B_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j B_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p B_p]$ ou

$$b = (B_1, \dots, B_j, \dots, B_p)$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 22/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Comparação

$$\begin{aligned}\phi(A_j, B_j) &= \mu(A_j \oplus B_j) - \mu(A_j \cap B_j) \\ &+ \gamma (2\mu(A_j \cap B_j) - \mu(A_j) - \mu(B_j))\end{aligned}$$

➤ onde $0 \leq \gamma \leq 0.5$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 23/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Comparação

➤ $\gamma = 0$:

$$\phi(A_j, B_j) = \mu(A_j \oplus B_j) - \mu(A_j \cap B_j)$$

➤ $\gamma = 0.5$:

$$\phi(A_j, B_j) = \mu(A_j \oplus B_j) - \frac{(\mu(A_j) + \mu(B_j))}{2}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 24/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Comparação

➤ ϕ é uma distancia

➤ Normalização de Ichino e Yaguchi

$$\psi(A_j, B_j) = \frac{\phi(A_j, B_j)}{\mu(O_j)}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 25/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Comparação

➤ Normalização de De Carvalho

$$\varphi(A_j, B_j) = \frac{\phi(A_j, B_j)}{\mu(A_j \oplus B_j)}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 26/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Comparação

➤ Propriedades

➤ $0 \leq \psi \leq 1; 0 \leq \varphi \leq 1$

➤ ψ e φ são distancias

➤ Se Y é quantitativa as funções ψ e φ não são afetadas por uma mudança de escala devido a uma transformação linear do domínio de Y

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 27/

➡ Abordagem Ichino e Yaguchi

➡ Função de Agregação

$$d_q(a, b) = \left(\sum_{j=1}^p w_j (FC(A_j, B_j))^q \right)^{\frac{1}{q}}, \quad q \geq 1$$

$$w_j > 0 \text{ e } \sum_{j=1}^p w_j = 1, \quad FC : \phi \text{ ou } \psi \text{ ou } \varphi$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 28/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Agregação

➤ Propriedades

➤ Se FC é ψ ou φ , $0 \leq d_q(a,b) \leq 1$

➤ d_q é uma distancia

➤ Se Y é quantitativa, a função d_q não é afetada por uma mudança de escala devido a uma transformação linear do domínio de Y

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 29/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Exemplo: dois objetos simbólicos de semântica boleana

$$➤ a = [Y_1 \ R_1 \ [30,40]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{amarelo, branco}\}]$$

$$➤ b = [Y_1 \ R_1 \ [35,65]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{preto, cinza}\}]$$

$$d_2(a,b)=?$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 30/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Comparação

➤ Variável 1

$$➤ A_1 = [30,40], B_1 = [35,65] \text{ e } O_1 = [30,70]$$

$$➤ A_1 \oplus B_1 = [30, 65] \text{ e } A_1 \cap B_1 = [35, 40]$$

$$\begin{aligned}\phi(A_j, B_j) &= \mu(A_j \oplus B_j) - \mu(A_j \cap B_j) \\ &= (65 - 30) - (40 - 35) = 30\end{aligned}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 31/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Comparação

➤ Variável 2

➤ $A_2 = \{\text{amarelo, branco}\}, B_2 = \{\text{preto, cinza}\}$

➤ $O_2 = \{\text{amarelo, branco, laranja, preto, cinza, verde, azul}\}$

➤ $A_2 \oplus B_2 = \{\text{amarelo, branco, preto, cinza}\}$

➤ $A_2 \cap B_2 = \emptyset$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 32/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Comparação

➤ Variável 2

$$\begin{aligned}\phi(A_j, B_j) &= \mu(A_j \oplus B_j) - \mu(A_j \cap B_j) \\ &= 4 - 0 = 4\end{aligned}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 33/

➤ Abordagem Ichino e Yaguchi

➤ Função de Agregação

$$\begin{aligned}d_2(a, b) &= \sqrt{\sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} (\phi(A_j, B_j))^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} 30^2 + \frac{1}{2} 4^2} = 21.4\end{aligned}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 34/

➤ Abordagem De Carvalho (1)

$$➤ a = [Y_1 R_1 A_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j A_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p A_p]$$

$$➤ b = [Y_1 R_1 B_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j B_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p B_p]$$

$$➤ a \oplus b = [Y_1 R_1 (A_1 \oplus B_1)] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p (A_p \oplus B_p)]$$

$$➤ a \wedge b = [Y_1 R_1 (A_1 \cap B_1)] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p (A_p \cap B_p)]$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 35/

➡ Abordagem De Carvalho (1)

➡ Função de Agregação

$$d_1^*(a, b) = \pi(a \oplus b) - \pi(a \wedge b) + \gamma(2\pi(a \wedge b) - \pi(a) - \pi(b))$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 36/

➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Função de Agregação (versões normalizadas)

$$d_2^*(a, b) = \frac{\pi(a \oplus b) - \pi(a \wedge b) + \gamma(2\pi(a \wedge b) - \pi(a) - \pi(b))}{\pi(a^E)}$$

➤ onde $a^E = [Y_1 \ R_1 \ O_1] \wedge \dots \wedge [Y_p \ R_p \ O_p]$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 37/

➡ Abordagem De Carvalho (1)

➡ Função de Agregação (versões normalizadas)

$$d_3^*(a, b) = \frac{\pi(a \oplus b) - \pi(a \wedge b) + \gamma(2\pi(a \wedge b) - \pi(a) - \pi(b))}{\pi(a \oplus b)}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 38/

➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Propriedades

➤ $d^*_1(a,b)$ e $d^*_2(a,b)$ são índices de distancia, isto é, a desigualdade triangular não é satisfeita

➤ $d^*_1(a,b)$ e $d^*_2(a,b)$ são equivalentes e $0 \leq d^*_2(a,b) \leq 1$

➤ d^*_3 é uma distancia e $0 \leq d^*_3(a,b) \leq 1$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 39/

➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Propriedades

➤ Se as p variáveis são quantitativas a semi-ordem

$$➤ (a,b) \preceq_{d_1^*} (a',b') \Leftrightarrow d_1^*(a,b) \leq d_1^*(a',b')$$

➤ não é afetada por nenhuma transformação linear nas escalas dessas variáveis

➤ d_2^* e d_3^* não são afetadas por transformações lineares das escalas das variáveis quantitativas

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 40/

➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

$$➤ a = [Y_1 \ R_1 \ [30,40]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{amarelo, branco}\}]$$

$$➤ b = [Y_1 \ R_1 \ [35,65]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{amarelo, cinza}\}]$$

$$➤ d^*_1(a,b) = ?$$

$$d^*_2(a,b) = ?$$

$$d^*_3(a,b) = ?$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 41/

➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica boleana

➤ Função de Agregação

➤ Variável 1 (quantitativa)

➤ $A_1 = [30,40]$, $B_1 = [35,65]$ e $O_1 = [30,70]$

➤ $A_1 \oplus B_1 = [30, 65]$ e $A_1 \cap B_1 = [35, 40]$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 42/

➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica boleana

➤ Função de Agregação

➤ Variável 2 (qualitativa nominal)

➤ $A_2 = \{\text{amarelo, branco}\}$, $B_2 = \{\text{amarelo, cinza}\}$ e
 $O_2 = \{\text{amarelo, branco, laranja, preto, cinza, verde, azul}\}$

➤ $A_2 \oplus B_2 = \{\text{amarelo, branco, cinza}\}$ e
 $A_2 \cap B_2 = \{\text{amarelo}\}$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 43/

➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

$$\begin{aligned}d_1^*(a, b) &= \pi(a \oplus b) - \pi(a \wedge b) \\ &= (65 - 30) * 3 - (40 - 35) * 1 = 100\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}d_2^*(a, b) &= \frac{\pi(a \oplus b) - \pi(a \wedge b)}{\pi(a^E)} \\ &= \frac{(65 - 30) * 3 - (40 - 35) * 1}{(70 - 30) * 7} = 0.357\end{aligned}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 44/

➤ Abordagem De Carvalho (1)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

$$\begin{aligned}d_3^*(a, b) &= \frac{\pi(a \oplus b) - \pi(a \wedge b)}{\pi(a \oplus b)} \\ &= \frac{(65 - 30) * 3 - (40 - 35) * 1}{(65 - 30) * 3} = 0.952\end{aligned}$$

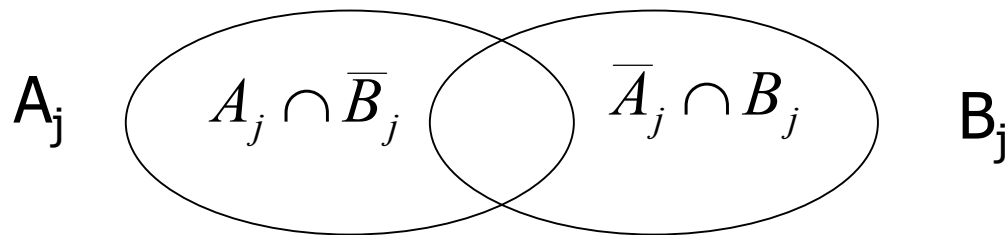
Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 45/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ $a = [Y_1 R_1 A_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j A_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p A_p]$

➤ $b = [Y_1 R_1 B_1] \wedge \dots \wedge [Y_j R_j B_j] \wedge \dots \wedge [Y_p R_p B_p]$

➤ Função de Comparação



(a) conjuntos não ordenados

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 46/

Abordagem De Carvalho (2)

Função de Comparação

$$\frac{A_j}{A_j \cap \bar{B}_j} \quad \frac{B_j}{\bar{A}_j \cap B_j}$$

$(\bar{A}_j \cap \bar{B}_j \cap (A_j \oplus B_j))$

(b) conjuntos ordenados ou intervalos

$$\phi(A_j, B_j) = \frac{1}{2} [\phi_c(A_j, B_j) + \phi_p(A_j, B_j)]$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 47/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Função de Comparação

➤ Diferença de Conteúdo

	Acordo	Desacordo	Total
Acordo	$\alpha = \mu(A_j \cap B_j)$	$\beta = \mu(A_j \cap c(B_j))$	$\mu(A_j)$
Desacordo	$\gamma = \mu(c(A_j) \cap B_j)$	$\delta = \mu(c(A_j) \cap c(B_j))$	$\mu(c(A_j))$
Total	$\mu(B_j)$	$\mu(c(B_j))$	$\mu(O_j)$

s_c^i	Função de Comparação	Intervalo Variação	Propriedade $\phi_c^i = 1 - s_c^i$	= 0 para	= 1 para
s_c^1	$\frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma}$	[0,1]	Distância	$A_j \cap B_j = \emptyset$	$A_j = B_j$
s_c^2	$\frac{2\alpha}{2\alpha + \beta + \gamma}$	[0,1]	Índice de Distância	$A_j \cap B_j = \emptyset$	$A_j = B_j$
s_c^3	$\frac{\alpha}{\alpha + 2(\beta + \gamma)}$	[0,1]	Distância	$A_j \cap B_j = \emptyset$	$A_j = B_j$
s_c^4	$\frac{1}{2} \left[\frac{\alpha}{\alpha + \beta} + \frac{\alpha}{\alpha + \gamma} \right]$	[0,1]	Índice de Distância	$A_j \cap B_j = \emptyset$	$A_j = B_j$
s_c^5	$\sqrt{(\alpha + \beta)(\alpha + \gamma)}$	[0,1]	Índice de Distância	$A_j \cap B_j = \emptyset$	$A_j = B_j$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 49/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Função de Comparação

➤ Diferença de Conteúdo

➤ Propriedades

- as funções s_i e ϕ_c^i , $i \in \{1, \dots, 5\}$, não são afetadas por transformações lineares das escalas das variáveis quantitativas

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 50/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Função de Comparação

➤ Diferença de Conteúdo

➤ Propriedades

- As funções de similaridade s_i , $i \in \{1,2,3\}$, são equivalentes
- As funções de dissimilaridade ϕ_c^i , $i \in \{1,2,3\}$, são equivalentes

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 51/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Função de Comparação

➤ Diferença de Posição

$$\phi_p(A_j, B_j) = \frac{\mu(\bar{A}_j \cap \bar{B}_j \cap (A_j \oplus B_j))}{\mu(A_j \oplus B_j)}$$

➤ Propriedade

➤ ϕ_p é uma distância?

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 52/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Função de Agregação

$$d_q^i(a, b) = \left(\sum_{j=1}^p w_j (\phi(A_j, B_j))^q \right)^{\frac{1}{q}}, \quad q \geq 1$$

$$w_j > 0 \text{ e } \sum_{j=1}^p w_j = 1, i \in \{1, \dots, 5\}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 53/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Função de Agregação

➤ Propriedades

➤ d_q^i não é afetada por transformações lineares das escalas das variáveis quantitativas

➤ Seja d_i e d_i' , as funções de comparação dos índices d_q^i e $d_q^{i'}$ respectivamente.

➤ Se d_i é equivalente a d_i' , então d_q^i é equivalente a $d_q^{i'}$.

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 54/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Função de Agregação

➤ Propriedades

➤ Seja d_i a função de comparação do índices d_i^q .

➤ Se d_i é uma distância, então d_i^q também é uma distância se $q = 1$.

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 55/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Exemplo

➤ Dois objetos simbólicos de semântica boleana

$$➤ a = [Y_1 \ R_1 \ [30,40]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{amarelo, branco}\}]$$

$$➤ b = [Y_1 \ R_1 \ [35,65]] \wedge [Y_2 \ R_2 \ \{\text{amarelo, cinza}\}]$$

$$➤ d_2(a,b)=?$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 56/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Exemplo

➤ Variável 1 (quantitativa)

➤ $A_1 = [30,40]$, $B_1 = [35,65]$ e $O_1 = [30,70]$

➤ $A_1 \cap B_1 = [35, 40]$, $A_1 \cap c(B_1) = [30,35[$,
 $c(A_1) \cap B_1 =]40,65]$, $A_1 \oplus B_1 [30, 65]$,
 $c(A_1) \cap c(B_1) \cap (A_1 \oplus B_1) = \emptyset$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 57/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Exemplo

➤ Função de Comparação

➤ Diferença de Conteúdo

	Acordo	Desacordo	Total
Acordo	$\alpha = (40-35) = 5$	$\beta = (35-30) = 5$	$\mu(A_j)$
Desacordo	$\gamma = (65-40) = 25$	$\delta = \mu(c(A_j) \cap c(B_j))$	$\mu(c(A_j))$
Total	$\mu(B_j)$	$\mu(c(B_j))$	$\mu(O_j)$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 58/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Exemplo

➤ Função de Comparação

➤ Diferença de Conteúdo

$$\phi_c^1(A_1, B_1) = 1 - \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} = 1 - \frac{5}{5 + 5 + 25} = 0.857$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 59/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Exemplo

➤ Função de Comparação

➤ Diferença de Posição

$$\phi_p(A_1, B_1) = \frac{\mu(\bar{A}_j \cap \bar{B}_j \cap (A_j \oplus B_j))}{\mu(A_j \oplus B_j)} = 0$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 60/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Exemplo

➤ Função de Comparação

➤ Resultado global

$$\phi(A_1, B_1) = \frac{1}{2} [0.857 + 0.0] = 0.429$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 61/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Exemplo

➤ Variável 2 (qualitativa nominal)

➤ $A_2 = \{\text{amarelo, branco}\}$, $B_2 = \{\text{preto, cinza}\}$ e $O_2 = \{\text{amarelo, branco, laranja, preto, cinza, verde, azul}\}$

➤ $A_2 \oplus B_2 = \{\text{amarelo, branco, cinza}\}$,

$A_2 \cap B_2 = \{\text{amarelo}\}$, $A_2 \cap c(B_2) = \{\text{branco}\}$,

$c(A_2) \cap B_2 = \{\text{cinza}\}$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 62/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Exemplo

➤ Função de Comparação

➤ Diferença de Conteúdo

	Acordo	Desacordo	Total
Acordo	$\alpha = \#\{\text{amar}\} = 1$	$\beta = \#\{\text{branco}\} = 1$	$\mu(A_j)$
Desacordo	$\gamma = \#\{\text{cinza}\} = 1$	$\delta = \mu(c(A_j) \cap c(B_j))$	$\mu(c(A_j))$
Total	$\mu(B_j)$	$\mu(c(B_j))$	$\mu(O_j)$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 63/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Exemplo

➤ Função de Comparação

➤ Diferença de Conteúdo

$$\phi_c^1(A_2, B_2) = 1 - \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} = 1 - \frac{1}{1+1+1} = 0.667$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 64/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Exemplo

➤ Função de Comparação

➤ Diferença de Posição

$$\phi_p(A_2, B_2) = \frac{\mu(\bar{A}_j \cap \bar{B}_j \cap (A_j \oplus B_j))}{\mu(A_j \oplus B_j)} = 0$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 65/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

➤ Exemplo

➤ Função de Comparação

➤ Resultado Global

$$\phi(A_2, B_2) = \frac{1}{2} [0.667 + 0.0] = 0.334$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 66/

➤ Abordagem De Carvalho (2)

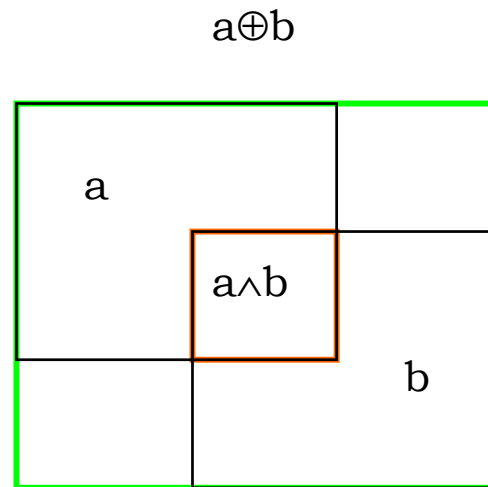
➤ Exemplo

➤ Função de Agregação

$$\begin{aligned}d_2(a, b) &= \sqrt{\sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} (\phi(A_j, B_j))^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} 0.429^2 + \frac{1}{2} 0.334^2} = 0.384\end{aligned}$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 67/

- Abordagem De Carvalho (3)
- Comparação entre objetos a e b



Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 68/

➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Comparação entre objetos a e b

	Acordo	Desacordo
Acordo	$\alpha = \pi(a \wedge b)$	$\beta = \pi(a) - \pi(a \wedge b)$
Desacordo	$\gamma = \pi(b) - \pi(a \wedge b)$	$\delta = \pi(a \oplus b) - \pi(a) - \pi(b) + \pi(a \wedge b)$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 69/

➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Função de Dissimilaridade

$$\phi(a, b) = \frac{1}{2} [\phi_c(a, b) + \phi_p(a, b)]$$

➤ Diferença de Posição

$$\phi_p(a, b) = \frac{\pi(a \oplus b) - \pi(a) - \pi(b) + \pi(a \wedge b)}{\mu(a \oplus b)}$$

ϕ_c^i	Diferença de Conteúdo	Intervalo Variação
ϕ_c^1	$1 - \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma}$	[0,1]
ϕ_c^2	$1 - \frac{2\alpha}{2\alpha + \beta + \gamma}$	[0,1]
ϕ_c^3	$1 - \frac{\alpha}{\alpha + 2(\beta + \gamma)}$	[0,1]
ϕ_c^4	$1 - \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha}{\alpha + \beta} + \frac{\alpha}{\alpha + \gamma} \right]$	[0,1]
ϕ_c^5	$1 - \frac{\alpha}{\sqrt{(\alpha + \beta)(\alpha + \gamma)}}$	[0,1]

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 71/

➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica boleana

$$➤ a = [Y_1 R_1 [30,40]] \wedge [Y_2 R_2 \{\text{amarelo, branco}\}]$$

$$➤ b = [Y_1 R_1 [35,65]] \wedge [Y_2 R_2 \{\text{amarelo, cinza}\}]$$

$$➤ a \oplus b = [Y_1 R_1 [30,65]] \wedge [Y_2 R_2 \{\text{amarelo, branco, cinza}\}]$$

$$➤ a \wedge b = [Y_1 R_1 [35,40]] \wedge [Y_2 R_2 \{\text{amarelo}\}]$$

$$➤ \phi(a, b) = ?$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 72/

➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

➤ Comparação entre objetos a e b

➤ $\pi(a) = (40 - 30) * 2 = 20$; $\pi(b) = (65 - 35) * 2 = 60$

➤ $\pi(a \oplus b) = (65 - 35) * 3 = 90$

➤ $\pi(a \wedge b) = (40 - 35) * 1 = 5$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 73/

➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

➤ Comparação entre objetos a e b

	Acordo	Desacordo
Acordo	$\alpha = \pi(a \wedge b) = 5$	$\beta = \pi(a) - \pi(a \wedge b) = 15$
Desacordo	$\gamma = \pi(b) - \pi(a \wedge b) = 55$	$\delta = \pi(a \oplus b) - \pi(a) - \pi(b) + \pi(a \wedge b) = 15$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 74/

➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

➤ Diferença de Posição

$$\phi_p(a, b) = \frac{\pi(a \oplus b) - \pi(a) - \pi(b) + \pi(a \wedge b)}{\mu(a \oplus b)} = \frac{15}{90} = 0.25$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Booleanos 75/

➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica booleana

➤ Diferença de Conteúdo

$$\phi_c^1(a, b) = \frac{\beta + \gamma}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{15 + 55}{5 + 15 + 55} = 0.93$$

Funções de Proximidade: Dados Simbólicos Boleanos 76/

➤ Abordagem De Carvalho (3)

➤ Exemplo: Dois objetos simbólicos de semântica boleana

➤ Função de Dissimilaridade

$$\phi(a,b) = \frac{1}{2} [\phi_c(a,b) + \phi_p(a,b)] = \frac{1}{2} (0.25 + 0.93) = 0.59$$