Cin –UFPE
Centro de Informática

Lista de Exercícios de Matemática Discreta 2010.2

Graduação em engenharia da computação e sistema de informação

05 de outubro de 2010

Questão 1: Prove sem utilizar a equação 78 que:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C);$$

Questão 2: Dada as premissas, mostre como chegar à conclusão:

a) Premissas: $A \vee B$

$A \rightarrow C$

$\neg D \rightarrow \neg B$

Conclusão: $C \vee D$

b) Premissa: $P \vee (Q \wedge R)$

Conclusão: $P \vee Q$

c) Premissa: $L \wedge M$

Conclusão: $((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P$

d) Premissas: $(L \wedge M) \rightarrow \neg P$

$I \rightarrow P$

M

I

Conclusão: $\neg L$

Questão 3: Prove que, se A ⊆ B e C = {x: x ∈ A ^ x ∈ B}, então C = A.

Dividindo a prova em dois passos:

a) Sejam as premissas: $x \in A, x \in A \to x \in B, x \in A \wedge x \in B \leftrightarrow x \in C$. Conclua que $x \in C$.

b) Sejam as premissas: $x \in C, x \in A \to x \in B, x \in A \wedge x \in B \leftrightarrow x \in C$.Conclua que $x \in A$.

Questão 4: Prove usando equivalência lógica que as seguintes equações são tautologias (as equações 16 e 17 estão proibidas):

1) $\sim(a \wedge b) \Leftrightarrow (\sim a \vee \sim b)$

2) $\sim(a \vee b) \Leftrightarrow (\sim a \wedge \sim b)$

Questão 5: (Paradoxo de Russel) Considere R como sendo o conjunto de todos os conjuntos que não contêm a si mesmos. Ou seja: R = {A: A é um conjunto e A não pertence a A }. Explique porque R não é um conjunto bem definido.

Questão 6: Negue as proposições abaixo.

a) $(\exists n \in N)(\forall m \in N)$ $m > n$
b) $(\forall x \in R)(\exists! y \in R)$ $x + y = 0$
c) $(\forall x \in R)(\forall y \in R)$ $x + y = y + x$

Definição de quantificador universal único: Usamos o símbolo ∃! para designar o quantificador existencial único.Escrevemos:

$$(\exists! x \in A)p(x) \leftrightarrow \big((\exists x \in A)p(x)\big) \wedge \big[\big((\exists x \in A)p(x) \wedge (\exists y \in A)p(y)\big) \to (x = y)\big]$$

Ou seja, existe e é único o x pertencente a A tal que p(x) é verdadeira.
Exemplo: $(\exists! x \in \mathbb{N})(n^2 = 1)$

Questão 7: Sejam *p* e *q* duas proposições:

a) Construa a tabela verdade de $\sim(p \to q)$
b) Determine uma proposição equivalente à $\sim(p \to q)$,ou seja, complete $\sim(p \to q) \leftrightarrow \cdots$.
Use as equivalências lógicas para provar tal equivalência.

Questão 8: A diferença simétrica entre os conjuntos A e B, denotada por $A\Delta B$, é definida como os elementos que estão em A ou em B, porém não estão na intersecção de ambos.

a) Prove que : $A\Delta B = (A - B)U(B - A)$;
b) Mostre que a diferença simétrica é associativa, ou seja $A\Delta(B\Delta C) = (A\Delta B)\Delta C$

Questão 9: Prove que A = B tendo que A – B = B – A.
(Dica, considere as seguintes equações: $A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Leftrightarrow A = B[85]$
$A \subseteq B \Rightarrow A - B = \phi[86]$)

Façam a lista com dedicação porque ela vai ajudá-los na prova! Bons Estudos!

Monitoria de Discreta

$$\mathsf{T} \equiv \neg \mathsf{F} \tag{1}$$
$$\neg \mathsf{T} \equiv \mathsf{F} \tag{2}$$
$$p \wedge \mathsf{T} \equiv p \tag{3}$$
$$p \vee \mathsf{F} \equiv p \tag{4}$$
$$p \vee \mathsf{T} \equiv \mathsf{T} \tag{5}$$
$$p \wedge \mathsf{F} \equiv \mathsf{F} \tag{6}$$
$$p \vee p \equiv p \tag{7}$$
$$p \wedge p \equiv p \tag{8}$$
$$\neg(\neg p) \equiv p \tag{9}$$
$$p \vee q \equiv q \vee p \tag{10}$$
$$p \wedge q \equiv q \wedge p \tag{11}$$
$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r) \tag{12}$$
$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r) \tag{13}$$
$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \tag{14}$$
$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \tag{15}$$
$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q \tag{16}$$
$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q \tag{17}$$
$$p \vee (p \wedge q) \equiv p \tag{18}$$
$$p \wedge (p \vee q) \equiv p \tag{19}$$
$$p \vee \neg p \equiv \mathsf{T} \tag{20}$$
$$p \wedge \neg p \equiv \mathsf{F} \tag{21}$$
$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q \tag{22}$$
$$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p \tag{23}$$
$$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q \tag{24}$$
$$p \wedge q \equiv \neg(p \rightarrow \neg q) \tag{25}$$
$$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q \tag{26}$$
$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r) \tag{27}$$
$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r \tag{28}$$
$$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r) \tag{29}$$
$$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r \tag{30}$$
$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \tag{31}$$
$$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q \tag{32}$$
$$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \tag{33}$$
$$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q \tag{34}$$
$$\neg \exists x P(x) \equiv \forall x \neg P(x) \tag{35}$$
$$\neg \forall x P(x) \equiv \exists x \neg P(x) \tag{36}$$
$$\begin{array}{c} p \\ p \rightarrow q \\ \hline \therefore q \end{array} \tag{37}$$
$$\begin{array}{c} \neg q \\ p \rightarrow q \\ \hline \therefore \neg p \end{array} \tag{38}$$
$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array} \tag{39}$$
$$\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \\ \hline \therefore q \end{array} \qquad \begin{array}{c} p \vee q \\ \neg q \\ \hline \therefore p \end{array} \tag{40}$$
$$\begin{array}{c} p \\ \hline \therefore p \vee q \end{array} \qquad \begin{array}{c} p \\ \hline \therefore q \vee p \end{array} \tag{41}$$
$$\begin{array}{c} p \wedge q \\ \hline \therefore p \end{array} \qquad \begin{array}{c} p \wedge q \\ \hline \therefore q \end{array} \tag{42}$$
$$\begin{array}{c} p \\ q \\ \hline \therefore p \wedge q \end{array} \tag{43}$$
$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \hline \therefore \neg q \rightarrow \neg p \end{array} \tag{44}$$
$$\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \vee r \\ \hline \therefore q \vee r \end{array} \tag{45}$$
$$a \notin A \equiv \neg(a \in A) \tag{46}$$
$$\{x \mid x \in A\} = A \tag{47}$$
$$P(a) \equiv a \in \{x \mid P(x)\} \tag{48}$$
$$(A = B) \equiv \forall x (x \in A \leftrightarrow x \in B) \tag{49}$$
$$(A \subseteq B) \equiv \forall x (x \in A \rightarrow x \in B) \tag{50}$$
$$\begin{array}{rl} (A \subset B) \;\equiv & \forall x (x \in A \rightarrow x \in B) \wedge \\ & \exists x (x \in B \wedge x \notin A) \end{array} \tag{51}$$
$$\emptyset \subseteq S, para\ todo\ S \tag{52}$$
$$\emptyset = \{x \mid \mathsf{F}\} \tag{53}$$
$$x \in \emptyset \equiv \mathsf{F} \tag{54}$$
$$S \subseteq S, para\ todo\ S \tag{55}$$
$$(A \times \emptyset) = (\emptyset \times A) = \emptyset \tag{56}$$
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \ \vee \ x \in B\} \tag{57}$$
$$(x \in A \ \vee \ x \in B) \ \equiv \ (x \in (A \cup B)) \tag{58}$$
$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\} \tag{59}$$
$$(x \in A \ \wedge \ x \in B) \ \equiv \ (x \in (A \cap B)) \tag{60}$$
$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \tag{61}$$
$$A - B = \{x \mid x \in A \ \wedge \ x \notin B\} \tag{62}$$
$$(x \in A \ \wedge \ x \notin B) \ \equiv \ (x \in (A - B)) \tag{63}$$
$$\overline{A} = \{x \mid x \notin A\} \tag{64}$$
$$(x \notin A) \ \equiv \ (x \in \overline{A}) \tag{65}$$
$$A \cup \emptyset = A \tag{66}$$
$$A \cap U = A \tag{67}$$
$$A \cup U = U \tag{68}$$
$$A \cap \emptyset = \emptyset \tag{69}$$
$$A \cup A = A \tag{70}$$
$$A \cap A = A \tag{71}$$
$$\overline{(\overline{A})} = A \tag{72}$$
$$A \cup B = B \cup A \tag{73}$$
$$A \cap B = B \cap A \tag{74}$$
$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \tag{75}$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \tag{76}$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \tag{77}$$
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \tag{78}$$
$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \tag{79}$$
$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \tag{80}$$
$$A \cup (A \cap B) = A \tag{81}$$
$$A \cap (A \cup B) = A \tag{82}$$
$$A \cup \overline{A} = U \tag{83}$$
$$A \cap \overline{A} = \emptyset \tag{84}$$