

## LISTA 2 DE MATEMÁTICA DISCRETA

*Universidade Federal de Pernambuco*  
*Monitoria da Cadeira de Matemática Discreta*

Resolva as questões abaixo:

1. Achar os cinco menores primos da forma  $n^2 - 2$ .
2. **Conjectura Dos Primos Gêmeos:** Primos Gêmeos são dois números primos consecutivos que se diferenciam por 2 unidades,  $p$  e  $p+2$ , tal como 3 e 5, 5 e 7, 11 e 13.

**Dados 5 pares de números ímpares, prove que eles são primos gêmeos. Utilize o método da fatoração para mostrar se um número é primo. Depois, verifique se eles diferem em 2 unidades.**

- a) 71 e 73
- b) 1949 e 1951
- c) 237 e 239
- d) 17 e 19
- e) 89 e 91

3. **Qual o mmc(mínimo múltiplo comum) e mdc(máximo divisor comum) de  $2^33^57^2$  e  $2^43^37^311$  ?**

Atenção: Para a resolução utilize as equações de  $\text{mmc}(a,b) = p_1^{\max(a_1,b_1)} + p_2^{\max(a_2,b_2)} \dots p_n^{\max(a_n, b_n)}$  e  $\text{mdc}(a,b) = p_1^{\min(a_1,b_1)} + p_2^{\min(a_2,b_2)} \dots p_n^{\min(a_n, b_n)}$

4. **Seja  $f(n) = (n + 8) \bmod 26$  a função que encripta uma palavra considerando o alfabeto**

A=0, B=1, C=2, D=3, E=4, F=5, G=6, H=7, I=8, J=9, K=10, L=11, M=12,  
N=13, O=14, P=15, Q=16, R=17, S=18, T=19, U=20, V=21, W=22, X=23,  
Y=24, Z=25.

Encripte a palavra "HASHING". Mostre os cálculos utilizados que levam a resposta. Caso a função  $f(n)$  gere uma letra repetida na palavra criptografada, você precisará utilizar  $g(n)=(f(n)+1) \bmod 26$ , quantas vezes for necessário, até gerar uma letra que não tenha sido mencionada anteriormente na nova palavra.

5. **Marque verdadeiro ou falso justificando cada letra da questão:**

- a)  $2^x + 3x + 7$  é  $O(3^x)$
- b)  $\ln(x)$  é  $O((5x - 2)(\ln(x) + 200x))$
- c) Se uma função  $f(x)$  é big-O de outra  $g(X)$ , então  $f(a)$  ( $a$  é uma constante qualquer) é sempre menor que  $g(a)$
- d)  $3x + 8$  é  $O(2 \cdot \log(x))$

6. **Questão 4:** Um antigo general chinês possuía 1200 soldados antes da guerra. Após a guerra, ele alinhou os soldados em colunas de 5 combatentes, de forma que na última coluna restaram apenas 3 soldados. Ao alinhar em colunas de 6, sobraram 3. Ao alinhar em colunas de 7, sobrou 1. Por fim, ao alinhar em colunas de 11 soldados, nenhuma coluna ficou incompleta. Quantos soldados foram mortos em batalha?

7. Seja  $C$  o conjunto  $\{1,3,7,9\}$ . Construa as seguintes relações usando elementos de  $C$ :

- a) Reflexiva
- b) Simétrica
- c) Transitiva
- d) Irreflexiva
- e) Assimétrica
- f) Inversa de e)

g) Seja  $R_1$  a relação obtida em c), e  $R_2$  sendo a relação obtida em b) , mostre:

- g.1)  $R_1 - R_2$
- g.2)  $R_2 - R_1$
- g.3)  $R_2 \cup R_1$
- g.4)  $R_1 \cap R_2$
- g.5)  $R_1 \oplus R_2$

8. Seja  $C = \{3,4,6\}$ . Seja  $T$  a relação em  $C$  definida por  $\{(3,4), (4,6), (6,6)\}$ . Calcule:

- a) O fecho simétrico
- b) O fecho reflexivo
- c) Usando matrizes booleanas, o fecho transitivo.

Boa sorte!