

Matemática Discreta

Miniprova 4 - 2011.1

Prof. Juliano Iyoda
Engenharia da Computação
09 de Junho de 2011

1. Calcule (e **exiba seus cálculos**):

a) $\{0, 25 \text{ pt}\}$ O inverso de 43 módulo 15.

Resposta:

$$43 = 15 \cdot 2 + 13$$

$$15 = 13 \cdot 1 + 2$$

$$13 = 2 \cdot 6 + 1$$

$$1$$

$$= 13 - 2 \cdot 6$$

$$= 13 - (15 - 13) \cdot 6$$

$$= 13 - 15 \cdot 6 + 13 \cdot 6$$

$$= 13 \cdot 7 - 15 \cdot 6$$

$$= (43 - 15 \cdot 2) \cdot 7 - 15 \cdot 6$$

$$= (43 \cdot 7) - 15 \cdot 14 - 15 \cdot 6$$

$$= 43 \cdot 7 - 15 \cdot 20$$

$$\textit{Resposta} = 7$$

b) $\{0, 25 \text{ pt}\}$ O inverso de 15 módulo 43.

Resposta: -20

c) $\{0, 25 \text{ pt}\}$ Um x , tal que $5x \equiv 2 \pmod{34}$.

Resposta:

$$5 = 34 \cdot 0 + 5$$

$$34 = 5 \cdot 6 + 4$$

$$5 = 4 \cdot 1 + 1$$

$$1$$

$$= 5 - 4 \cdot 1$$

$$= 5 - (34 - 5 \cdot 6)1$$

$$= 5 - 34 + 5 \cdot 6$$

$$= 5 \cdot 7 - 34$$

$$= (5 - 34 \cdot 0)7 - 34$$

$$= (5 - 0)7 - 34$$

$$= 5 \cdot 7 - 34$$

$$\textit{Resposta} = 7 \cdot 2 = 14.$$

d) {0, 25 pt} Um x , tal que $74x \equiv 5 \pmod{33}$.

Resposta:

$$74 = 33 \cdot 2 + 8$$

$$33 = 8 \cdot 4 + 1$$

$$1$$

$$= 33 - 8 \cdot 4$$

$$= 33 - (74 - 33 \cdot 2)4$$

$$= 33 - 74 \cdot 4 + 33 \cdot 8$$

$$= 33 \cdot 9 - 74 \cdot 4$$

$$\text{Resposta} = -4 \cdot 5 = -20.$$

2. Seja a função F definida da seguinte forma:

$$F(1) = 5$$

$$F(n) = F(n-1) + 5n$$

Queremos provar por **indução matemática** que $5 + 10 + 15 + \dots + 5n = F(n)$, para todo $n > 0$.

a) {0, 15 pt} Qual o objetivo de prova do caso base?

Resposta: $5 \cdot 1 = F(1)$.

b) {0, 15 pt} Prove o caso base. Justifique com “Aritmética” ou “Definição de F ”.

Resposta:

$$5 \cdot 1$$

$$= 5 \quad [\text{Aritmética}]$$

$$= F(1) \quad [\text{Definição de } F(n)]$$

c) {0, 15 pt} Qual o objetivo de prova do passo indutivo?

Resposta: $5 + 10 + 15 + \dots + 5k + 5(k+1) = F(k+1)$.

d) {0, 15 pt} Qual a hipótese de indução?

Resposta: $5 + 10 + 15 + \dots + 5k = F(k)$.

e) {0, 40 pt} Prove o passo indutivo. Justifique seus passos de prova com “Aritmética”, “Hipótese de Indução” ou “Definição de F ”.

Resposta:

$$5 + 10 + 15 + \dots + 5k + 5(k+1)$$

$$= F(k) + 5(k+1) \quad [\text{Hipótese de Indução}]$$

$$= F((k+1) - 1) + 5(k+1) \quad [\text{Aritmética}]$$

$$= F(k+1) \quad [\text{Definição de } F]$$