

Matemática Discreta

Prova 1 - 2010.1

Prof. Juliano Iyoda

15 de Outubro de 2010

1. Encontre funções $f'(n)$, $g'(n)$, $h'(n)$ e $k'(n)$ que são big- O de $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ e $k(n)$, respectivamente.

a) $\{0, 5 \text{ pt}\}$ $f(n) = (100 + 92n)(10 + \log n)$

Resposta: $f'(n) = n(\log n)$ ou pior

b) $\{0, 5 \text{ pt}\}$ $g(n) = n^2 + 200n^8 + 510n^{13} + 5n^7 + 400n$

Resposta: $g'(n) = n^{13}$ ou pior

c) $\{0, 5 \text{ pt}\}$ $h(n) = n(\log n) + 5n! + 80n^3$

Resposta: $h'(n) = n!$ ou pior

d) $\{0, 5 \text{ pt}\}$ $k(n) = n^{18} + 2^n + 5000$

Resposta: $k'(n) = 2^n$ ou pior

2. Sejam h e h' duas funções com domínio em R .

(a) $\{1, 0 \text{ pt}\}$ Se $h(x) = \lceil x \rceil - \lfloor x \rfloor$, qual o conjunto imagem de h ?

Resposta: $\{0, 1\}$

(b) $\{1, 0 \text{ pt}\}$ Se $h'(x) = \lfloor x \rfloor + \lfloor -x \rfloor$, qual o conjunto imagem de h' ?

Resposta: $\{0, -1\}$

3. Sejam a , b , c , d e m inteiros, onde $m \geq 2$, $c > 0$ e $d > 0$. Descubra valores numéricos para a , b , c , d e m que tornem as proposições abaixo **falsas**. Observação. Os valores para a , b , c , d e m são **diferentes** nas letras (a) e (b).

A resposta deve estar neste formato:

(a) $a = 3$, $b = 4$, $c = 8$, $m = 3$

(b) $a = 5$, $b = 3$, $c = 2$, $d = 7$, $m = 4$

(a) $\{1, 0 \text{ pt}\}$ $(ac \equiv bc \pmod{m}) \rightarrow (a \equiv b \pmod{m})$

Resposta: Uma possível resposta é: $a = 3$, $b = 4$, $c = 2$ e $m = 2$.

Justificativa: estes valores fazem $(ac \equiv bc \pmod{m})$ ser **T** (porque $3 \cdot 2 \pmod{2} = 4 \cdot 2 \pmod{2}$) e $(a \equiv b \pmod{m})$ ser **F** (porque $3 \pmod{2} \neq 4 \pmod{2}$). Portanto, a implicação é **F**.

(b) $\{1, 0 \text{ pt}\}$ $((a \equiv b \pmod{m}) \wedge (c \equiv d \pmod{m})) \rightarrow (a^c \equiv b^d \pmod{m})$

Resposta: Uma possível resposta é: $a = 3$, $b = 3$, $c = 1$, $d = 6$, $m = 5$.

Justificativa: similar à letra (a).