

Matemática Discreta

Prova 2 - 2010.1

Prof. Juliano Iyoda

08 de Julho de 2010

Atenção: Em todos os quesitos, mostre seus cálculos.

1. {2 pt} Seja R uma relação em $A = \{a, b, c, d\}$ dada por

$$R = \{(a, d), (b, a), (b, c), (c, a), (c, d), (d, c)\}.$$

Utilize matrizes para calcular o fecho transitivo de R .

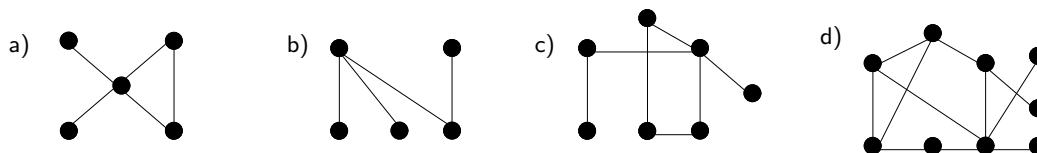
Resposta:

Assumindo que a linha e a coluna representam os vértices a, b, c e d (nesta ordem):

$$\mathbf{M}_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_{R^*} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

A fórmula é $M_r \vee (M_r \odot M_r) \vee (M_r \odot M_r \odot M_r) \vee (M_r \odot M_r \odot M_r \odot M_r)$.

2. {2 pt} Use o teorema das cores para definir se os grafos abaixo são bipartidos. Caso não tenha lápis/caneta colorido: coloque um quadrado ao redor de um vértice para representar azul e um triângulo para representar vermelho.



Resposta: a) Não bipartido. b) Bipartido. c) Bipartido. d) Não bipartido.

3. Seja $G = (V, A)$ um grafo não dirigido. Seja $V = \{a, b, c, d, e, f\}$. Sejam $\deg(a) = \deg(d) = 0$, $\deg(b) = 3$, $\deg(c) = \deg(e) = 2$, $\deg(f) = 5$.

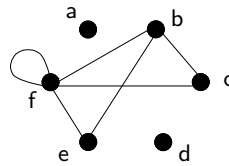
- a) {1 pt} Quantas arestas este grafo possui?

Resposta:

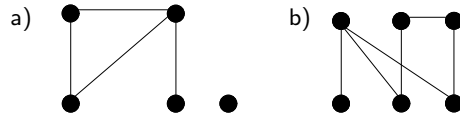
$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 0 + 3 + 2 + 2 + 5 = 12 = 2|A| \quad \therefore \quad |A| = 6$$

b) {1 pt} Desenhe o grafo (lembre-se que pode haver laços).

Resposta:



4. {1 pt EXTRA} Remova exatamente 1 aresta ou adicione exatamente 1 aresta (ou ambos) de cada grafo abaixo de forma a transformá-los em árvore. Desenhe a árvore resultante da remoção/adição.



Resposta:

