**Universidade Federal de Pernambuco**
**Centro de Informática**
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação – 2007.1

Terceira Mini-prova

**1.** Verifique se os seguintes subconjuntos dos espaços indicados são seus subespaços:
a) $W \subseteq P_3$ definido por: $W = \{ p(t) \in P_3 \mid p(1) = p(0) \quad e \quad p(-1) = 0\}$
b) $U \subseteq M_{2\times 2}$ definido por: $U = \{A \in M_{2\times 2} \mid AB = Id\}$, onde Id é a identidade 2x2 e B é uma matriz fixa.
c) $N \subseteq IR^n$ definido por:

$$N = \{v \in IR^n \mid coordenadas\ de\ v\ de\ índices\ primos\ são\ nulas\}$$

a) p(t) = at³ + bt² + ct + d      p(1) = p(0) e p(-1) = 0

p(1) = a + b + c  + d
p(0) = d
logo, a + b + c = 0
p(-1) = 0
logo, -a + b – c + d = 0 >> b + d = a + c

i) Soma:

(a1t³ + b1t² + c1t + d1) + (a2t³ + b2t² + c2t + d2) =
(a1 + a2)t³ + (b1 + b2)t² + (c1 + c2)t  + (d1 + d2) pertenceW
Pois:
(a1 + a2) + (b1 + b2) + (c1 + c2) =  (a1 + b1 + c1) + (a2 + b2 + c2) = 0 + 0 = 0
E
(b1 + b2) + (d1 + d2) = (b1 + d1) + (b2 + d2) = (a1 + c1) + (a2 + c2)

ii) Produto:

k(at³ + bt² + ct + d) = (kat³ + kbt² + kct + kd)
(ka + kb + kc) = 0 >> k(a + b + c) = 0 >> k*0 = 0 >> 0 = 0
Logo, W é subespaço vetorial!

b)
Por definição de matrizes:

(A1 + A2) B = (A1 B + A2  B)

Se A1 pertence a M 2x2: A1B = Identidade
Se A2 pertence a M 2x2: A2B = Identidade

i) Soma:

(A1 + A2) B = (A1  B + A2 B) = Identidade + Identidade (Ops! Id + Id =/= Id)
Logo, U não é subespaço vetorial!

c) N = (vetores com indices primos nulos)

Exemplos:
v1 = (x1, 0, 0, x4,...) ... v2 = (x1, 0, 0, x4, x5, x6, 0,...)

i) Soma:
v1 + v3 = (x1, 0, 0, x4,...) + (y1, 0, 0, y4,...) = (x1+y1, 0+0 , 0+0, x4+y4,...) =
(x1+y1, 0, 0, x4+y4,...)

ii) Produto:

kv1 = k(x1, 0, 0,x4,…) = (kx1, k0, k0, kx4,…) = (kx1, 0, 0, kx4,…)

Logo, N é subespaço vetorial!

**2.** Verifique se os conjuntos dados são bases do subespaço indicado:

a){(1,2,0,0),(1,-1,1,1),(2,1,1,1),(1,0,0,0)}; $IR^4$ ;

b) $\left\{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right\}$; W={matrizes 2x2 de traço 0};

c){(1,0,0),(0,1,0)}; U=(Eixo OX)+(Eixo OY) do $IR^3$.

a) Os vetores não são L.I., pois: (1, 2, 0, 0) + (1, -1, 1, 1) = (2, 1, 1, 1), contradizendo assim à definição de Independência Linear.

Logo, os vetores NÃO são BASE do R4

b)

$$\begin{pmatrix} x & y \\ z & -x \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$ >>>>>>>> x = 2ª >>>>>> verificamos que y = z = b

y = b

z = b

-2a = -x

Como y = z, só podemos formar matrizes simétricas, para que o traço seja 0.
Assim, os vetores NÃO são BASE de matrizes com traço = 0.

c) (x, y, 0) = a(1, 0, 0) + b(0, 1, 0)

a = x
b = y

>>>>> $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ >>>>>> L. I.

Como os vetores são L.I., eles formam qualquer vetor pertencente ao plano x = x, y = y, z = 0.

Logo, os vetores são BASE do (eixo OX + eixo OY)