Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação
Quarta Mini-prova 23/01/2007

1. Verifique se os seguintes conjuntos são subespaços vetoriais:
a) O conjunto dos vetores do IR^4 que possuem a primeira coordenada nula ou, quando esta não for nula, a quarta coordenada é nula.
b) O conjunto dos vetores do IR^4 que possuem a primeira e a quarta coordenadas nulas.
c) O conjunto dos polinômios de P_3 que possuem grau exatamente igual a 2.
d) Dada uma matriz fixa B (2x2) considere o conjunto das matrizes 2x2 que comutam com B, ou seja, matrizes A tais que $AB=BA$.

a) Não é subespaço
CONTRA-EXEMPLO
$v_1=(0,y_1,z_1,w_1)$ pertence ao subespaço ($w_1 \neq 0$)
$v_2=(x_2,y_2,z_2,0)$ pertence ao subespaço ($x_2 \neq 0$)
$v_1+v_2=(x_2, y_1+y_2, z_1+z_2, w_1)$ não pertence ao subespaço

b) É subespaço
SOMA
$v_1=(0,y_1,z_1,0)$ pertence ao subespaço
$v_2=(0,y_2,z_2,0)$ pertence ao subespaço
$v_1+v_2=(0, y_1+y_2, z_1+z_2,0)$ pertence ao subespaço
PRODUTO
$v_1=(0,y_1,z_1,0)$ pertence ao subespaço
$kv_1=(0,ky_1,kz_1,0)$ pertence ao subespaço
inclusive quando $k=0$ $(0,0,0,0)$ pertence ao subespaço

c) Não é subespaço
CONTRA-EXEMPLO
$v_1=a x^2 + b_1x+ d_1$ pertence ao subespaço ($a \neq 0$)
$v_2= -a x^2 + b_2x+ d_2$ pertence ao subespaço
$v_1+v_2= (b_1+ b_2)x + d_1+ d_2$ não pertence ao subespaço

d) É subespaço
SOMA
A_1 pertence ao subespaço => $A_1B=BA_1$ (i)
A_2 pertence ao subespaço => $A_2B=BA_2$ (ii)
(i)+(ii) $A_1B+A_2B = BA_1+ BA_2$ => $(A_1+A_2)B = B(A_1+A_2)$ => A_1+A_2 pertence ao subespaço
PRODUTO
A_1 pertence ao subespaço => $A_1B=BA_1$
$(kA_1)B=B(kA_1)$ => $k(A_1B) = k(BA_1)$ => kA_1 pertence ao subespaço
inclusive quando $k=0$ $k(A_1B) = k(BA_1)=0$ pertence ao subespaço

2. Considere o subespaço *W* do IR^3 dado por: *W*=[(1,2,2),(1,1,0),(1,0,-2)].
a)Encontre uma descrição de *W* como o conjunto-solução de um sistema homogêneo.
b)Verifique qual(is) dos seguintes vetores pertence(m) a *W*: (1, 4, 6), (-1, -1, 2) e (5, 7, 4).

a) (x,y,z) = a(1,2,2)+b(1,1,0)+c(1,0,-2) = (a+b+c,2a+b,2a-2c)
A =

1	1	1	x
2	1	0	y
2	0	-2	w

A na Forma Escada

1	1	1	x
0	1	2	2x-y
0	0	0	2x-2y+z

W = {(x,y,z) E IR^3 / 2x-2y+z=0}

b)
(1,4,6) pertence pois 2*1-2*4+6=0
(-1,-1,2) não pertence pois 2*(-1)-2*(-1)+2=2≠0
(5,7,4) pertence pois 2*5-2*7+4=0