

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Graduação em Ciência da Computação
 Matemática Discreta -IF670 - Mini Prova 1 - 28/08/2009

1. **(1,0)** A diferença simétrica de dois conjuntos **A** e **B** é o conjunto de elementos que pertence a exatamente um deles (ou seja é **(A ∪ B) - (A ∩ B)**). Forme a diferença simétrica de **A** e **B** para obter um conjunto **C**. Forme a diferença simétrica de **A** e **C**. Que conjunto você obtém? Justifique a sua resposta usando as identidades entre conjuntos.

$$C = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$(A \cup C) - (A \cap C) \therefore (A \cup ((A \cup B) - (A \cap B))) - (A \cap ((A \cup B) - (A \cap B))) \therefore$$

$$(A \cup ((A \cup B) \cap (\overline{A \cap B}))) - (A \cap ((A \cup B) \cap (\overline{A \cap B}))) \therefore$$

$$(A \cup ((A \cup B) \cap (\overline{A \cap B}))) - (A \cap ((A \cup B) \cap (\overline{A \cap B}))) \therefore$$

$$((A \cup (A \cup B)) \cap (A \cup (\overline{A \cap B}))) - (A \cap (A \cup B) \cap (\overline{A \cap B})) \therefore$$

$$((A \cup A \cup B) \cap (A \cup \overline{A \cap B})) - (A \cap (A \cup B) \cap (\overline{A \cap B})) \therefore$$

$$((A \cup B) \cap U) - ((A \cap (\overline{A \cap B})) \cap (A \cup B)) \therefore$$

$$(A \cup B) - ((A \cap \overline{A}) \cup (A \cap \overline{B})) \cap (A \cup B) \therefore (A \cup B) - (\{\} \cup (A \cap \overline{B})) \cap (A \cup B) \therefore$$

$$(A \cup B) - ((A \cap \overline{B}) \cap (A \cup B)) \therefore (A \cup B) - (((A \cap \overline{B}) \cap A) \cup ((A \cap \overline{B}) \cap B)) \therefore$$

$$(A \cup B) - ((A \cap \overline{B} \cap A) \cup (A \cap \overline{B} \cap B)) \therefore (A \cup B) - ((A \cap A \cap \overline{B}) \cup (A \cap \{\})) \therefore$$

$$(A \cup B) - ((A \cap \overline{B}) \cup \{\}) \therefore (A \cup B) - (A \cap \overline{B}) \therefore (A \cup B) \cap (\overline{A \cap \overline{B}}) \therefore$$

$$(A \cup B) \cap (\overline{A \cap \overline{B}}) \therefore ((A \cap \overline{A}) \cup B) \therefore \{\} \cup B \therefore$$

B

2. (0,5) Usando as funções dadas em sala de aula, dê a melhor estimativa O grande para: (Justifique sua resposta)

a) $(x^2 + x \cdot (\log x)^3) \cdot (2^x + x^5)$

$$\left(\underbrace{x^2}_{O(x^2)} + \underbrace{x \cdot (\log x)^3}_{O(x \log^3 x)} \right) \cdot \left(\underbrace{2^x}_{O(2^x)} + \underbrace{x^5}_{O(x^5)} \right)$$

$$O((\max(x^2, x \log^3 x)) * (\max(2^x, x^5)))$$

$$O(x \log^3 x * 2^x)$$

b) $(x^4 + 10 \cdot \log x) / (x^4 + 1)$

$$\left(\underbrace{x^4}_{O(x^4)} + \underbrace{10 \cdot \log x}_{O(\log x)} \right) / \left(\underbrace{x^4}_{O(x^4)} + \underbrace{1}_{O(1)} \right)$$

$$O(\max(x^4, \log x) / \max(x^4, 1))$$

$$O(x^4 / x^4)$$

$$O(1)$$

3.(0,5) Sejam **A** e **B** conjuntos. Se **A** não é enumerável e **B** é enumerável, **A – B** é não enumerável? Apresente uma prova para justificar a sua resposta.

Como A é não enumerável, então há uma parte dos elementos de A que não podem ser exibidos numa lista. No caso de B, todos os seus elementos podem ser exibidos numa lista por ele ser enumerável. Ao retirarmos os elementos do conjunto A que pertencem a B (ou seja, ao calcularmos A - B), não conseguiremos remover todos os elementos de A que não podem ser exibidos numa lista uma vez que estaremos retirando apenas elementos que podem ser exibidos numa lista (os elementos de B). Dessa forma o resultado será um conjunto não enumerável.