

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)  
Centro de Informática (CIn) - Graduação em Ciência da Computação

**Matemática Discreta (IF670)**  
**2ª Mini-Prova (2012-1) - 03 de Abril de 2012**

1. **(0,8)** Prove por indução sobre  $n$  que  $n^3 - n$  é um múltiplo de 3 para todo  $n$  inteiro não negativo.

2. **(0,6)** Dê a melhor estimativa O grande possível para as seguintes funções:

a)  $f(n) = (n^3 + n^2 \log n)(\log n + 1) + (15 \log n + 30)(n^3 + 2)$

b)  $g(n) = (n \log n + 1)^2 + (\log n + 1)(n^2 + 1)$

c)  $h(n) = \lfloor n \rfloor \lceil n \rceil$

3. **(0,6)** Toninho era um menino um tanto quanto solitário e problemático. O problema de Toninho é que sempre que ele arrumava um grupo de amigos, todos morriam até que sobrasse apenas um. Como esse único amigo de Toninho que sempre sobrava nunca estava disponível para brincar com ele (pois estudava no CIn), Toninho resolveu estudar definições recursivas para passar o tempo. Ele percebeu que podia brincar criando fórmulas com o que ocorria com ele. Ele notou então que esse fato de que as pessoas do seu grupinho de amigos morriam uma a uma com o passar do tempo se assemelhava muito com a função fatorial. Mas como Toninho era um cara original, queria criar o "Saldo de Toninho", função na qual ele pegava esse fatorial um tanto quanto fúnebre e subtraía a quantidade de pessoas que haviam inicialmente nesse grupinho de amigos que ele arrumava. Lembrando do fato que Toninho sempre parte de um grupo de 0 amigos como base, ache a definição recursiva da função "Saldo de Toninho".

Boa prova!