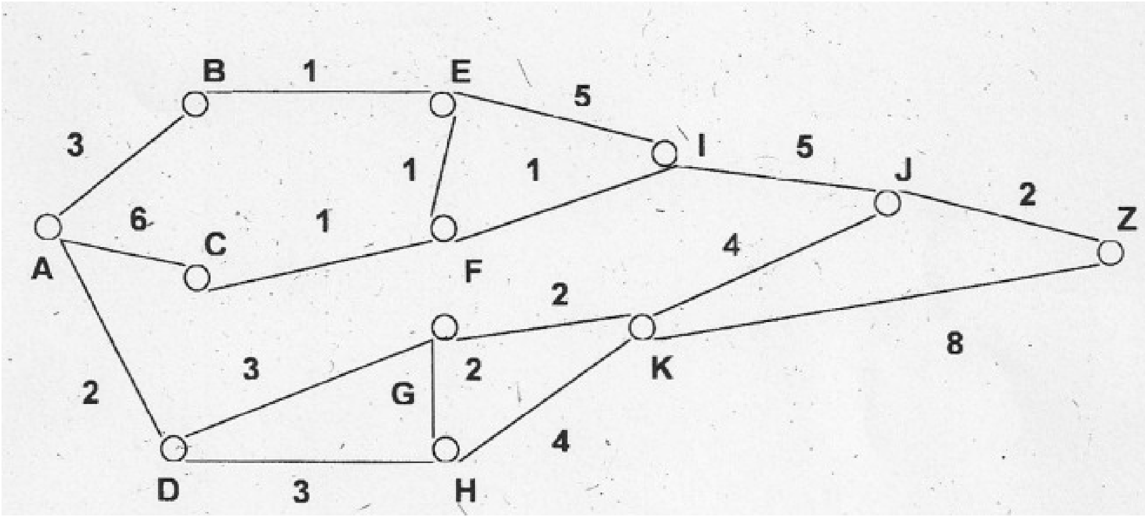
UFPE-Cln - IF670- Matemática Discreta - Mini-prova 4 - 26/05/09



Questão 1 (1,0)
Para responder essa questão use o grafo ilustrado na figura acima.
Use o algoritmo de Dijkstra para encontrar o menor caminho entre A e Z. Mostre os rótulos e o conjunto S em cada passo do algoritmo.

S	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	Z
{}	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
{A}	0	3	6	2	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
{A,D}	0	3	6	2	∞	∞	5	5	∞	∞	∞	∞
{A,D,B}	0	3	6	2	4	∞	5	5	∞	∞	∞	∞
{A,D,B,E}	0	3	6	2	4	5	5	5	9	∞	∞	∞
{A,D,B,E,F}	0	3	6	2	4	5	5	5	6	∞	∞	∞
{A,D,B,E,F,G}	0	3	6	2	4	5	5	5	6	∞	7	∞
{A,D,B,E,F,G,H}	0	3	6	2	4	5	5	5	6	∞	7	∞
{A,D,B,E,F,G,H,C}	0	3	6	2	4	5	5	5	6	∞	7	∞
{A,D,B,E,F,G,H,C,I}	0	3	6	2	4	5	5	5	6	11	7	∞
{A,D,B,E,F,G,H,C,I,K}	0	3	6	2	4	5	5	5	6	11	7	15
{A,D,B,E,F,G,H,C,I,K,J}	0	3	6	2	4	5	5	5	6	11	7	13
{A,D,B,E,F,G,H,C,I,K,J,Z}	0	3	6	2	4	5	5	5	6	11	7	13

Menor caminho: A→B→E→F→I→J→Z ou A→D→G→K→J→Z

Questão 2 (1,0)
Considere os grafos Kn e Qn.
Para quais valores de n esses grafos possuem

a) um circuito euleriano?

b) um caminho euleriano que não é circuito?

Justifique cada resposta.

a) I) Kn: $n \geq 1$ e n ímpar

Para que um grafo tenha circuito euleriano todos os seus vértices devem ter grau par. Como no Kn todos os vértices possuem grau $n - 1$, temos que $n - 1$ deve ser par. Portanto $n \geq 1$, sendo n ímpar.

II) Qn: $n \geq 2$ e n par.

No Qn cada vértice possui grau n. Logo, como queremos que todo vértice tenha grau par, basta $n \geq 2$ e n ser par.

b) I) Kn: $n = 2$

Um grafo possui caminho euleriano que não é circuito se e somente se ele possuir exatamente dois vértices de grau ímpar. Como no Kn todos os vértices possuem o mesmo grau, se tivermos 3 ou mais vértices, será impossível que apenas 2 vértices tenham o mesmo grau. Logo, a única solução é $n = 2$, onde temos apenas 2 vértices e ambos possuem grau ímpar.

II) Qn: $n = 1$

Assim como no Kn, no Qn todos os vértices também possuem o mesmo grau. A diferença é que no Qn todo vértice possui grau n. Logo, se tivermos mais de 2, será impossível que apenas 2 possuam o mesmo grau. Como o Q1 possui apenas dois vértices e ambos com grau 1, $n = 1$ é a única solução. Percebam que o K2 é isomorfo ao Q1.