**Universidade Federal de Pernambuco**
**Centro de Informática**
**Graduação em Ciência da Computação**

Matemática Discreta - IF670 – Mini Prova 4 - 19/11/2010

1) (0,6) Suponha que um grafo planar tem 'k' componentes conexos, 'e' arestas e 'v' vértices. Suponha também que o plano é dividido em 'r' regiões por uma representação planar do grafo. Encontrar uma fórmula para r em termos de 'v', 'e' e 'k'.

   SOLUÇÃO:
   Para cada componente conexo, posso aplicar a lei de Euler, pois este componente conexo também é um grafo planar conexo.

   $r1 = e1 - v1 + 2$
   $r2 = e2 - v2 + 2$
   $r3 = e3 - v3 + 2$
   .
   .
   .
   $rk = ek - vk + 2$

   Sabendo pelo enunciado que $e1 + e2 + e3 + ... + ek = e$
   e que $v1 + v2 + v3 + ... + vk = v$, temos que a soma de todas as regiões r $(r1 + r2 + r3 + ... + rk)$ é igual a:

   $r = e - v + 2 * k$

   Porém contei a região externa k vezes, quando apenas deveria contá-la uma vez. Assim devo subtrair as k - 1 regiões externas a mais neste total, obtendo:

   $r = e - v + 2 * k - (k - 1)$
   $r = e - v + 2 * k - k + 1$
   $r = e - v + k + 1$

   Pontuação:
   Errou logo no início: 0,0
   Esqueceu de subtrair as k – 1 regiões: 0,35
   Acertou tudo: 0,6 (claro né?).

2) (0,4) Seja um grafo regular G, de n vértices e grau m (n>m), quantas arestas terá o grafo G' (complemento)?

SOLUÇÃO:
Grau de um grafo complementar = grau do grafo completo com n vértices - grau do grafo atual = ((n-1) - m)
Somatório de graus de um grafo regular = grau*vértices.
Logo como G' é regular temos que:
((n-1) - m)*n = 2*E
Logo: E = (((n-1) - m)*n)/2

Questão binária: errou: 0,0 // acertou: 0,4

3) (1,0) Seguindo a lista de adjacências abaixo, determine o menor caminho de A a J, utilizando o algoritmo de Dijkstra, explicitando a ordem de visitação dos nós.
A -> (B,4), (C,3)
B -> (A,4), (D,2), (E,3)
C -> (A,3), (F,3), (H,4)
D -> (B,2), (E,2), (F,2)
E -> (B,3), (D,2), (G,3), (I,3)
F -> (C,3), (D,2), (G,4)
G -> (E,3), (F,4), (H,3), (J,4)
H -> (C,4), (G,3), (J,5)
I -> (E,3), (J,2)
J -> (G,4), (H,5), (I,2)

Quando eu fiz o Dijkstra, usei uma prioridade, quando os pesos forem iguais, o primeiro que sai da pilha é o primeiro que entrou. Logo chego a um caminho só. Porém por falha minha na hora de elaborar a questão, ela tem dois caminhos possíveis para J, portanto minha sugestão é aceitar quem fez 1 caminho ou 2
Como a resolução passo a passo é grande, vou botar aqui a ordem de visita dos vértices, os labels e os caminhos. Como J é o último a ser visitado, eles teriam que ter o caminho de todos os vértices.
S = {A, C, B, F, D, H, E, G, I, J}
L(A) = 0
L(C) = 3
L(B) = 4
L(F) = 6
L(D) = 6
L(H) = 7
L(E) = 7
L(G) = 10
L(I) = 10
L(J) = 12

Acertou: 1,0.
Achou o menor caminho, porém não explicitou as distâncias de todos os vértices: 0,3.
Acertou o menor caminho, porém não explicitou a ordem de vértices visitados: 0,3.
Errou, ou acertou o menor caminho e nem indicou distâncias ou ordem dos vértices visitados: 0,0.