

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro de Informática (CIn)
Graduação em Ciência da Computação

Lógica para Computação
(IF673)

1º Semestre de 2012
3ª Mini-prova

1 Recursão e Indução (0.5)

Um aluno está tentando implementar um estrutura parecida com uma árvore binária, mas o aluno em questão ainda não sabe trabalhar com ponteiros. Mas, como esse aluno é esperto, ele logo pensou em uma maneira de resolver esse problema (**Veja a figura no quadro**)

Ele atribuiu números naturais aos nós. A raiz da árvore é 1 e o filho da esquerda de um nó de número n é o nó de número $2n$ e o filho da direita é o nó de número $2n + 1$.

- Defina formalmente o conjunto indutivo (definindo os conjuntos A , X e F) que contenha os números dos nós que aparecem na árvore (0.1).
- Mostre que o fecho indutivo do conjunto indutivo construído no quesito anterior é um Conjunto Livrementemente Gerado (0.1).
- Considere que a profundidade de um nó seja a quantidade de arestas que separam esse nó da raiz.¹ Defina uma função f recursiva que receba o número do nó e retorne a profundidade dele (0.2).
- Prove que a profundidade de um nó de número n é menor ou igual a $\log_2(n)$ para qualquer nó da estrutura criada pelo estudante.² (0.1).

2 Teorema da Extensão Homomórfica Única (0.3)

- Defina o Teorema da Extensão Homomórfica Única (0.1)
- Explique a importância deste Teorema no estudo da Lógica Proposicional (0.2)

3 Método da Tabela - Verdade (0.2)

Construa a tabela-verdade da expressão φ e responda se φ é satisfatível, refutável, tautologia ou insatisfatível (0.2):

$$\varphi = (((x \wedge (\neg y)) \vee y) \rightarrow (x \vee y))$$

¹e.g.: A profundidade do nó de número 1 é 0 e a profundidade do nó de número 4 é 2

² $\log_2(n)$ é uma função crescente para $n \geq 1$. Se $x = \log_2(n)$ então $2^x = n$