Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro de Informática (CIn)
Graduação em Ciência da Computação e Engenharia da Computação

Lógica para Computação

(IF673)
2º Semestre de 2008
4ª Mini-Prova
10 de setembro de 2008

1. (0,5) (Método da Tabela-Verdade)
Verifique, usando o método da tabela verdade, se

$((A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)) \rightarrow (B \rightarrow A)$ é tautologia.

Dada uma proposição φ, sabemos que φ é tautologia se toda valoração a satisfaz. Para a tabela verdade isso significa que toda linha de φ deve ser 1. Então fazemos a tabela verdade contendo as subexpressões de φ.

A	B	$(A \rightarrow B)$	$(B \rightarrow A)$	$((A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A))$	$((A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)) \rightarrow (B \rightarrow A)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Como todas as linhas da última coluna, que é a que representa φ, são iguais a 1, φ é tautologia.

2. (0,5) (Método dos Tableaux Analíticos)
Verifique, usando o método dos tableaux analíticos, se

$\{C \rightarrow D, \neg(B \vee D), A \rightarrow (B \vee C)\} \models \neg A$

Para provarmos que uma sentença $\Gamma \models \varphi$ por tableaux, nós tentamos achar um mundo onde $v(\Gamma) = 1$ e $v(\varphi) = 0$. Se esse mundo não existir (todos os ramos do tableaux fecharem), significa que não há valoração que satisfaz o conjunto de premissas e refuta o conseqüente, sendo portanto conseqüência lógica. Em outras palavras, vamos nos utilizar da propriedade de que $\Gamma \models \varphi$ se e somente se $\Gamma \cup \{\neg \varphi\}$ for insatisfatível.

No tableaux procuramos sempre desmembrar primeiro aquelas regras que não causam bifurcação para evitarmos uma árvore de possibilidades muito grande. Indicamos a ordem em que cada regra foi desmembrada com o número entre parênteses à esquerda.

(4) ^v(C → D) = 1

(2) ^v(⌐(B v D)) = 1

(5) ^v(A → (B v C)) = 1

(1) ^v(⌐A) = 0

v(A) = 1

(3) ^v((B v D)) = 0

v(B) = 0

v(D) = 0

v(C) = 0 v(D) = 1

(6) v(A) = 0 ^v(B v C) = 1

v(B) = 1 v(C) = 1

Como todos os ramos de Γ U {⌐ φ } possuem inconsistência, Γ U {⌐ φ } é insatisfatível. Logo, é verdade que {C → D, ⌐(B v D), A → (B v C)} ⊨ ⌐A.