

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)  
Centro de Informática (CIn)  
Graduação em Ciência da Computação e Engenharia da Computação

*Lógica para Computação*  
(IF673)  
2º Semestre de 2008  
4ª Mini-Prova  
10 de setembro de 2008

**1. (0,5)** (Método da Tabela-Verdade)

Verifique, usando o método da tabela verdade, se

$((A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)) \rightarrow (B \rightarrow A)$  é tautologia.

Dada uma proposição  $\varphi$ , sabemos que  $\varphi$  é tautologia se toda valoração a satisfaz. Para a tabela verdade isso significa que toda linha de  $\varphi$  deve ser 1. Então fazemos a tabela verdade contendo as subexpressões de  $\varphi$ .

A	B	$(A \rightarrow B)$	$(B \rightarrow A)$	$((A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A))$	$((A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)) \rightarrow (B \rightarrow A)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Como todas as linhas da última coluna, que é a que representa  $\varphi$ , são iguais a 1,  $\varphi$  é tautologia.

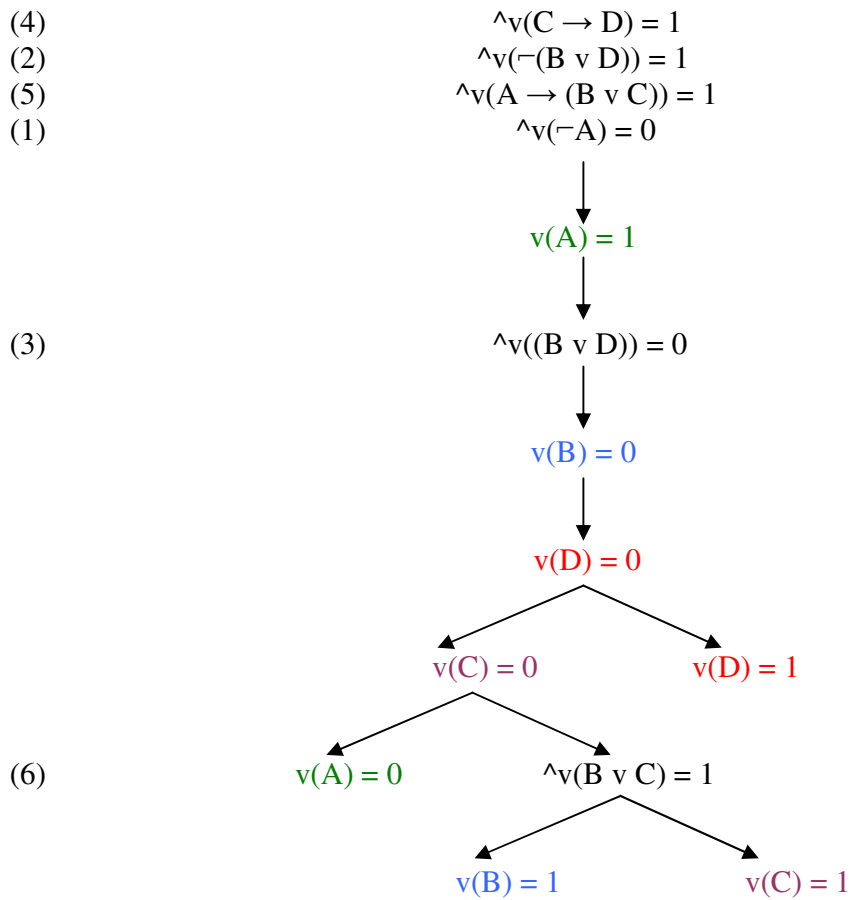
**2. (0,5)** (Método dos Tableaux Analíticos)

Verifique, usando o método dos tableaux analíticos, se

$\{C \rightarrow D, \neg(B \vee D), A \rightarrow (B \vee C)\} \vdash \neg A$

Para provarmos que uma sentença  $\Gamma \vdash \varphi$  por tableaux, nós tentamos achar um mundo onde  $v(\Gamma) = 1$  e  $v(\varphi) = 0$ . Se esse mundo não existir (todos os ramos do tableaux fecharem), significa que não há valoração que satisfaz o conjunto de premissas e refuta o conseqüente, sendo portanto conseqüência lógica. Em outras palavras, vamos nos utilizar da propriedade de que  $\Gamma \vdash \varphi$  se e somente se  $\Gamma \cup \{\neg \varphi\}$  for insatisfatível.

No tableaux procuramos sempre desmembrar primeiro aquelas regras que não causam bifurcação para evitarmos uma árvore de possibilidades muito grande. Indicamos a ordem em que cada regra foi desmembrada com o número entre parênteses à esquerda.



Como todos os ramos de  $\Gamma \cup \{\neg \phi\}$  possuem inconsistência,  $\Gamma \cup \{\neg \phi\}$  é insatisfatível. Logo, é verdade que  $\{C \rightarrow D, \neg(B \vee D), A \rightarrow (B \vee C)\} \models \neg A$ .