IF670 - Matemática Discreta para Computação - CIn, UFPE
2^o Semestre de 2013
2^a Miniprova
Recife, 20 de Novembro de 2013

1 (0.3) Indução Matemática

Em matemática e estatística, a `função de Heaviside` (também conhecida por função degrau) é uma função descontínua $H : R \rightarrow Q$ que retorna 0 para um argumento negativo e assume valor igual a 1 para um argumento positivo. Quando a entrada é 0, a função retorna valor igual a $\frac{1}{2}$. Podemos definir a função de Heaviside da seguinte forma:

$$H(x) = \frac{1 + sgn(x)}{2}$$

tal que $sgn(x)$ é a função que retorna o **sinal** de x. Assim, prove, pelo **Princípio da Indução Matemática**, que dada uma matriz A (tal que $k \in R$):

$$A = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & H(x) & 0 \\ 0 & 0 & \pi \end{pmatrix}$$

temos que a matriz A^n é igual a:

$$A^n = \begin{pmatrix} k^n & 0 & 0 \\ 0 & H^n(x) & 0 \\ 0 & 0 & \pi^n \end{pmatrix}$$

2 (0.4) Indução Matemática

Prove, pelo Princípio da Indução Matemática, a seguinte afirmação:

$$\prod_{i=1}^{n} \left(\frac{2i-1}{2i} \right) \leq \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$$

3 (0.3) Enumerabilidade

Se $A \cap B$ é enumerável, e C é um subconjunto não enumerável de B, então o que podemos concluir sobre o conjunto A?