**Universidade Federal de Pernambuco**

**Centro de Informática**

**Graduação em Ciência da Computação**

Matemática Discreta - IF670 – Mini Prova 3 - 29/10/2010

1. (0,6) Indique a relação S tal que, unida à relação R = {(1,2), (2,3), (3,1)} do conjunto A = {1, 2, 3, 4}, define o fecho de R:
   1. Reflexivo

S = {(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)}

* 1. Simétrico

S = {(2,1), (3,2), (1,3)}

* 1. Transitivo

S = {(1,3), (2,1), (3,2), (3,3), (1,1), (2,2)}

1. (0,4) Determine e justifique se o fecho com respeito à propriedade P da relação R = {(0,0), (0,1), (1,1), (2,2)} no conjunto {0, 1, 2} existe ou não, se P é a propriedade:
   1. “não é reflexiva”.

O fecho de uma relação R relativo a uma propriedade P é a menor relação que contém os elementos de R e que possui a propriedade P. Com o R dado, é impossível adicionarmos elementos a essa relação para torná-la não-reflexiva, pois ela já possui os pares (0,0), (1,1) e (2,2). Portanto esse fecho não existe para essa relação.

* 1. “possui um número ímpar de elementos”.

Há várias relações que contêm R e possuem número ímpar de elementos (por exemplo, {(0,0), (0,1), (1,1), (1,2), (2,2)}), mas nenhuma delas é subconjunto das demais. Logo, o fecho para essa propriedade não existe.

1. (1,0) Uma relação R sobre um conjunto A é circular se para todo , se e então . Mostre que R é reflexiva e circular se e somente se R é uma relação de equivalência.

Relação Circular:

Temos que provar que: R é circular e reflexiva R é uma relação de equivalência

1. Ida ()

R é circular e reflexiva R é uma relação de equivalência (reflexiva, simétrica e transitiva).

* Reflexiva: ok! Já foi dito que R é reflexiva.
* Simétrica:

Logo , então R é simétrica.

* Transitiva:

Logo , então R é transitiva.

1. Volta ()

R é uma relação de equivalência R é circular e reflexiva.

Se R é uma relação de equivalência, R é reflexiva (ok), simétrica e transitiva. Falta, então, mostrar que R é circular:

(pois R é transitiva)

(pois R é simétrica)

Logo , então R é circular.