UFPE – Cin – Matematica Discreta – IF670 – Prova 1 – Setembro- 2009
Nome em letra de forma:
Assinatura:

1 (1,0) Seja **A** um conjunto e suponha que **S(A,2)** represente o conjunto de todos os subconjuntos de **A** cuja a cardinalidade é igual a 2. Quais dos seguintes enunciados é verdadeiro? Justifique a sua resposta.

a) $S(A \cup B, 2) = S(A,2) \cup S(B,2)$

b) $S(A \cup B, 2) \supseteq S(A,2) \cup S(B,2)$

c) $S(A \cap B, 2) = S(A,2) \cap S(B,2)$

d) $S(A \cap B, 2) \subseteq S(A,2) \cap S(B,2)$

2 (2,0) Seja C(2n,n) (onde C se refere à combinação) o coeficiente de $x^n y^n$ na expansão de $(x+y)^{2n}$ ao aplicarmos o teorema binomial. Escreva $(x+y)^{2n}$ na forma . $(x+y)^n(x+y)^n$, expanda ambos os lados dos fatores $(x+y)^n$ usando o teorema binomial, e então:

a) encontre o somatório que é igual ao coeficiente de $x^n y^n$ no produto;

b) explique o significado combinatório da identidade que esse resultado nos fornece.I

3 (1,0) Prove que se p é um primo então $\sqrt{p}$ (quer dizer, raiz quadrada de p) é irracional.

4 (1,5) Use indução matemática para provar que $L_{6n} \equiv 2 \pmod 4$ para n inteiro positivo e onde L_n é conhecido como número de Lucas e é definido recursivamente como a seguir. $L_1 = 1$, $L_2 = 3$ e $L_{n+1} = L_n + L_{n-1}$.

5 (1,5) a) Mostre que $2^{340} \equiv 1 \pmod{11}$ usando o pequeno teorema de Fermat.

b) Mostre que $2^{340} \equiv 1 \pmod{31}$ usando o fato de que $2^{340} \equiv 32^{68}$

c) Conclua (usando o teorema chinês do resto) a partir de (a) e (b) que $2^{340} \equiv 1 \pmod{341}$