Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro de Informática (CIn)
Graduação em Ciência da Computação e Engenharia da Computação

Informática Teórica
(IF689)
2º Semestre de 2004
1ª Prova
23 de Novembro de 2004

1. (2,0) (Autômatos Finitos)
Dê um contra-exemplo para mostrar que a seguinte construção falha em provar o fecho da classe de linguagens regulares sob a operação estrela.[1] Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconhece A_1. Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F)$ da seguinte maneira. N supostamente reconhece A_1^*.
(a) Os estados de N são os estados de N_1.
(b) O estado inicial de N é o mesmo que o estado inicial de N_1.
(c) $F = \{q_1\} \cup F_1$. (Os estados de aceitação F são os antigos estados de aceitação mais seu estado inicial.)
(d) Defina δ de modo que para qualquer $q \in Q$ e qualquer $a \in \Sigma_\varepsilon$

$$\delta(q,a) = \begin{cases} \delta_1(q,a) & q \notin F_1 \text{ ou } a \neq \varepsilon \\ \delta_1(q,a) \cup \{q_1\} & q \in F_1 \text{ e } a = \varepsilon. \end{cases}$$

2. (3,0) (Fecho de Linguagens Regulares)
Vamos dizer que uma cadeia x é um *sufixo* de uma cadeia y se uma cadeia z existe onde $zx = y$ e que x é um *sufixo próprio* de y se adicionalmente $x \neq y$. Em cada um dos itens abaixo definimos uma operação sobre uma linguagem A. Mostre que a classe das linguagens regulares é fechada sob aquela operação.
(i) $f(A) = \{w \in A \mid$ nenhum sufixo próprio de w é um membro de $A\}$.
(ii) $g(A) = \{w \in A \mid$ não é o sufixo próprio de nenhuma cadeia em $A\}$.

3. (3,0) (Expressões Regulares)
Dado o AFD $M = (\{q_1, q_2, q_3\}, \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}, \delta, q_1, \{q_2\})$, onde $\delta(q_1, \mathtt{0}) = q_1$, $\delta(q_1, \mathtt{1}) = q_2$, $\delta(q_2, \mathtt{0}) = q_3$, $\delta(q_2, \mathtt{1}) = q_2$, $\delta(q_3, \mathtt{0}) = q_2$, e $\delta(q_3, \mathtt{1}) = q_2$, encontre, usando o método de conversão para um AFNG, uma expressão regular R tal que $L(R) = L(M)$.

4. (2,0) (Lema do Bombeamento)
Enuncie o lema do bombeamento, e descreva o erro na seguinte "prova" de que $\mathtt{0}^*\mathtt{1}^*$ não é uma linguagem regular. (Um erro tem que existir porque $\mathtt{0}^*\mathtt{1}^*$ *é* regular.) A prova é por contradição. Assuma que $\mathtt{0}^*\mathtt{1}^*$ é regular. Seja p o comprimento de bombeamento para $\mathtt{0}^*\mathtt{1}^*$ dado pelo lema do bombeamento. Escolha s como sendo a cadeia $\mathtt{0}^p\mathtt{1}^p$, mas sabemos que nenhuma $s \in \{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n \mid n \geq 0\}$ pode ser bombeada. Por conseguinte você tem uma contradição. Portanto $\mathtt{0}^*\mathtt{1}^*$ não é regular.

---
[1] Em outras palavras, você deve apresentar um autômato finito, N_1 para o qual o autômato construído N não reconhece a estrela da linguagem de N_1.