

IF672cc Algoritmos e Estruturas de Dados — 2013.1

Profs. Katia Guimarães, Paulo Fonseca

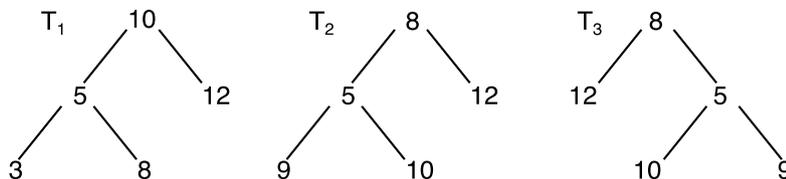
PROVA FINAL — 11 de Março de 2014

- Esta prova contém 04 (quatro) questões dividida em duas partes.
- A duração da prova é de 2h00min.

PARTE I

QUESTÃO 1 (2,5pt)

Duas árvores binárias são ditas *isomorfas* se elas têm a mesma *forma* (ou *estrutura*), independente dos valores nelas contidos. Por exemplo, dadas as árvores abaixo



T_1 e T_2 são isomorfas pois têm a mesma forma, a despeito dos valores diferentes, ao passo que T_2 e T_3 não são isomorfas a despeito dos mesmos valores.

Mais precisamente, um *isomorfismo* entre árvores binárias enraizadas T_1 e T_2 com raízes r_1 e r_2 é uma bijeção $f : V_1 \rightarrow V_2$ entre os vértices dessas árvores que preserva (i) o enraizamento, (ii) a adjacência, e (iii) a lateralidade dos filhos, ou seja,

- $r_2 = f(r_1)$
- v é adjacente a $w \iff f(v)$ é adjacente a $f(w)$, $\forall v, w \in V_1$
1. $f(v \rightarrow \text{left}) = f(v) \rightarrow \text{left}$, $\forall v \in V_1$
2. $f(v \rightarrow \text{right}) = f(v) \rightarrow \text{right}$, $\forall v \in V_1$.

Duas árvores binárias enraizadas são ditas isomorfas se existe um isomorfismo entre elas.

Escreva em pseudo-código um algoritmo $O(\min\{|V_1|, |V_2|\})$ que recebe como entrada apontadores r_1, r_2 para as raízes de duas árvores binárias e retorna um booleano que indica se as árvores correspondentes são isomorfas.

QUESTÃO 2 (2,5pt)

Considere a relação de prioridade sobre os inteiros \geq_P definida em termos da *paridade* da seguinte maneira: os números ímpares têm prioridade sobre os pares e os números de mesma paridade têm a mesma prioridade.

a) Ilustre a max-heap resultante da inserção sucessiva dos elementos do vetor a seguir com respeito à relação \geq_P .

$$H = (1, 7, 22, 2, 30, 9, 26, 17, 13, 25)$$

b) Ilustre a max-heap resultante da construção bottom-up a partir do vetor acima com respeito à mesma relação \geq_P .

PARTE II

QUESTÃO 3 (2,5pt)

Def: O Problema *Vertex Cover* ($G = (V, E)$) é o seguinte:

Dado um grafo $G = (V, E)$, encontrar um sub-conjunto $V' \subseteq V$, com $|V'|$ mínimo, tal que $\forall (v, w) \in E, v \in V'$ ou $w \in V'$.

- a) Dê um algoritmo polinomial que seja uma 2-aproximação para o problema Vertex Cover.
- b) Prove que o algoritmo dado é uma 2-aproximação para o problema Vertex Cover.

QUESTÃO 4 (2,5pt)

Def: O Problema *Clique* é o seguinte:

Dados um grafo não direcionado $G = (V, E)$, sem pesos nas arestas, e um natural $K \leq |V|$, descobrir se existe um conjunto $V' \subseteq V$, tal que

- i) $|V'| = K$ e
- ii) $\forall (u, v),$ se $u, v \in V'$, então $(u, v) \in E$.

Forneça uma redução polinomial do problema Satisfatibilidade (SAT) para o problema Clique.