Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Bach. em Eng$^{a}$. da Computação

**IF672ec Algoritmos e Estr. de Dados 2014.2**
Prof. Paulo Fonseca

## Segunda Prova — 03 de Fevereiro de 2015

- Esta prova tem 05 questões.
- A duração da prova é de 02h00min.

### QUESTÃO 1 (2,0pt)

Considere o conjunto $\mathcal{A} = \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ e a estrutura *union-find* $T$ correnpondente a uma partição inicial de $\mathcal{A}$ com 10 classes de equivalência unitárias. Represente a "floresta" $T$ após a execução das seguintes operações, supondo o emprego das heurísticas de *união ponderada* (*weighted union*) e *compressão de caminhos* (*path compression*).

1. Union(0,1)
2. Union(2,3)
3. Union(4,5)
4. Union(6,7)
5. Union(8,9)
6. Union(0,2)
7. Union(9,5)
8. Union(3,6)
9. Union(0,2)
10. Union(4,5)

*Notas*: Union(a,b) = Link(Find(a), Find(b)). No caso dos ranks empatados, escolher o representante do primeiro argumento como representante da união.

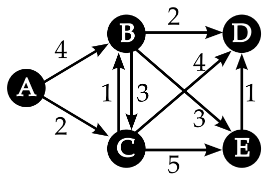
### QUESTÃO 2 (2,0pt)

Representе *um* grafo dirigido com 5 vértices e 8 arestas tal que, simultaneamente,

i. seus vértices enumerados em *largura* são $A, B, C, F, D, E$;
ii. seus vértices enumerados em *profundidade* são $A, B, D, F, C, E$;
iii. seus vértices em *ordem topológica* são $A, B, C, D, E, F$.

### QUESTÃO 3 (2,0pt)

Considere o grafo




Complete o diagrama a seguir, correspondente à execução do *Algoritmo de Dijkstra* sobre o grafo acima.

| Iter. # | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |

### QUESTÃO 4 (2,0pt)

Considere o problema da mochila (*0-1 Knapsack*) para a seguinte entrada:

| Item | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Peso ($w$) | 4 | 2 | 1 | 2 | 3 |
| Valor ($v$) | 40 | 15 | 10 | 20 | 25 |

Capacidade da mochila: $K = 7$

a) Exiba a tabela de programação dinâmica correspondente à solução dessa instância do problema.

b) Indique quais itens compõem solução ótima, representando na matriz de PD as células percorridas para obter-se essa solução.

**QUESTÃO 5** (2,0pt)
Classifique cada afirmação a seguir em "verdadeira" (V), "falsa" (F) ou "não é possível afirmar/negar" (N). Cada resposta errada anula uma correta.

a) A Tese de Church-Turing propõe que um problema possui uma solução algoritmica se, e somente se, puder ser resolvido por uma máquina de Turing.

b) Determinar se uma grafo possui ciclos é um problema pertencente à classe $P$.

c) O problema da mochila (*0-1 Knapsack*) é um problema resolvido em tempo $\Theta(nk)$, onde $n$ representa o número de itens e $k$ a capacidade da mochila, logo é um problema com solução polinomial.

d) Todo problema computacional cuja prova de solução pode ser verificada em tempo polinomial pode também ser resolvido em tempo polinomial.

e) Qualquer algoritmo capaz de decidir se um grafo dado possui um clique de um tamanho também dado será necessariamente exponencial.

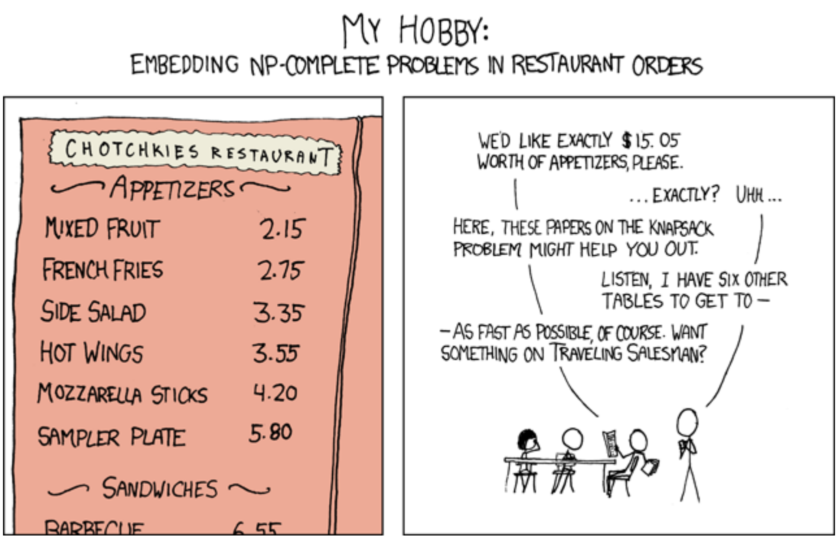
f) Se pudermos resolver o problema de determinar se uma fórmula booleana é satisfatível em tempo polinomial, então também poderemos resolver de maneira eficiente o problema de determinar se um grafo possui um circuito hamiltoniano.

g) Seja $(G = (V, E), K)$ uma entrada para o problema da cobertura por vértices, que é reconhecidamente NP-completo. Então a redução polinomial

$$(G = (V, E), K) \xrightarrow{f} (G, |V| - K)$$

demonstra que o problema do conjunto independente de vértices também é NP-completo.

h) Nenhuma heurística pode garantir que uma problema de otimização NP-completo seja resolvido de maneira aproximada em tempo polinomial, com garantia de que solução encontrada seja ótima, exceto por um fator constante, para qualquer entrada.



www.xkcd.com/287/