



Prova final — 17 de Dezembro de 2015

- Esta prova tem 04 questões.
- A duração da prova é de 02h00min.

■ QUESTÃO 1 (2,0pt)

Algoritmo *ms*

Entrada *head* ptr. sentinela para uma lista

```
1  $n \leftarrow 0$ 
2  $cur \leftarrow head$ 
3 enquanto  $cur \rightarrow next \neq \perp$  faça
4    $n \leftarrow n + 1$ 
5    $cur \leftarrow cur \rightarrow next$ 
6  $s(head, n)$ 
```

Função *s*

Entrada *head, n* $\in \mathbb{N}$

```
1 se  $n > 1$  então
2    $h \leftarrow \lfloor n/2 \rfloor$ 
3    $s(head, h)$ 
4    $mid \leftarrow head$ 
5    $i \leftarrow 0$ 
6   enquanto  $i < h$  faça
7      $mid \leftarrow mid \rightarrow next$ 
8      $i \leftarrow i + 1$ 
9    $s(mid, n - h)$ 
10   $m(head, mid, n - h)$ 
```

Função *m*

Entrada *p, q* ptrs. para nós; *c* $\in \mathbb{N}$

```
1  $l, r, j \leftarrow p, q, c$ 
2 enquanto  $j > 0$  e  $l \neq r$  faça
3   se  $l \rightarrow next \rightarrow val \leq r \rightarrow next \rightarrow val$ 
4     então
5        $l \leftarrow l \rightarrow next$ 
6     senão
7        $lrx \leftarrow l \rightarrow next$ 
8        $rnrx \leftarrow r \rightarrow next$ 
9        $l \rightarrow next \leftarrow rnrx$ 
10       $r \rightarrow next \leftarrow lrx \rightarrow next$ 
11       $rnrx \rightarrow next \leftarrow lrx$ 
12       $j \leftarrow j - 1$ 
```

Responda os itens a seguir com base no pseudocódigo anterior.

- a) O algoritmo acima é uma variação de qual algoritmo visto em aula? Qual a principal diferença? Responda sucintamente (máx 3 linhas).
- b) Ilustre a execução do algoritmo *ms* sobre a entrada

$\setminus \rightarrow 7 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 6$
↑
head

exibindo a lista de entrada após cada execução da função *m* (chamada na linha 10 da função *s*).

- c) Indique a complexidade assintótica do algoritmo *ms* no pior caso, justificando sucintamente.

■ QUESTÃO 2 (3,0pt)

Para cada item a seguir, represente a estrutura de dados correspondente à inserção sucessiva das chaves

41, 32, 85, 73, 99, 26, 57, 68, 14,

nesta ordem

- a) Uma árvore AVL.
- b) Uma min-heap.
- c) Uma *hash table* com função de dispersão $h(k) = k \bmod m$, capacidade inicial $m = 15$, e resolução de colisões por sondagem linear.

■ QUESTÃO 3 (2,5pt)

O Algoritmo de Dijkstra não dá sempre a resposta correta quando o grafo de entrada possui arestas de peso negativo.

a) Dê um exemplo de um grafo com 5 (cinco) vértices e 8 (oito) arestas para o qual o Alg. Dijkstra calcula a resposta errada para pelo menos 2 (dois) vértices. O grafo deve ter pelo menos 2 (duas) arestas negativas e não pode ter ciclos negativos. Represente claramente:

- i. O grafo, rotulando os vértices como A, B, C, D, E , sendo A o vértice de origem.
- ii. Dois caminhos calculados erroneamente pelo algoritmo, com os respectivos “falsos” custos mínimos.

b) Enumere os vértices do grafo do item anterior

- i. em profundidade, e
- ii. em largura,

sendo ambos os percursos iniciados no vértice de origem A .

■ QUESTÃO 4 (2,5pt)

Considere o seguinte jogo. É dada uma sequência de n bolas. Cada bola i possui uma cor $c_i \in \{1, \dots, m\}$ e uma pontuação $v_i \in \mathbb{N}$. O objetivo do jogo é escolher um subconjunto de bolas que totaliza a maior quantidade de pontos, porém sem repetir nenhuma cor. Escreva um algoritmo usando a técnica de programação dinâmica que retorna sempre a maior pontuação possível em tempo $O(m^2n)$.

