Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Bach. em Eng^{a}. da Computação

IF672ec Algoritmos e Estr. de Dados 2017.1

Prof. Paulo Fonseca

Prova Final — 17 de Julho de 2017

Nome:____

- Esta prova tem 05 questões.
- A duração da prova é de 02h00min.
- Resolva as questões na própria folha.

QUESTÃO 1 (2,0pt)

Considere o algoritmo *ls* a seguir, que recebe como entrada ponteiros para o primeiro e último elementos de uma lista simplesmente encadeada (sem sentinela).

Algoritmo *ls*
Entrada $head, tail$
Saída h, t

se $head = tail$ **então**
    devolva $head, tail$
$h, pred, pv, succ, t \leftarrow pt(head, tail)$
se $h \neq pv$ **então**
    $h, lt \leftarrow ls(h, pred)$
    $lt \rightarrow next \leftarrow pv$
se $pv \neq t$ **então**
    $rh, t \leftarrow ls(succ, t)$
    $pv \rightarrow next \leftarrow rh$
devolva h, t

Função *pt*
Entrada $head, tail$
Saída $h, pred, pv, succ, t$

$pv \leftarrow head$
$h, t \leftarrow pv, pv$
$cur \leftarrow head \rightarrow next$
$pv \rightarrow next \leftarrow \perp$
$pred, succ \leftarrow \perp, \perp$
enquanto $cur \neq \perp$ **faça**
    $cnext \leftarrow cur \rightarrow next$
    se $cur \rightarrow val \leq pv \rightarrow val$ **então**
        $cur \rightarrow next \leftarrow pv$
        se $pred \neq \perp$ **então**
            $pred \rightarrow next \leftarrow cur$
        senão
            $h \leftarrow cur$
        $pred \leftarrow cur$
    senão
        $t \rightarrow next \leftarrow cur$
        $cur \rightarrow next \leftarrow \perp$
        $t \leftarrow cur$
        se $succ = \perp$ **então**
            $succ \leftarrow cur$
    se $cur = tail$ **então**
        $cur \leftarrow \perp$
    senão
        $cur \leftarrow cnext$
devolva $h, pred, pv, succ, t$

a) Ilustre a execução do algoritmo sobre a lista $(head)\ 3 \to 1 \to 5 \to 2 \to 6 \to 4 \to 0\ (tail)$

b) Determine a complexidade do *pior caso* do algoritmo em função do número n de elementos da lista de entrada. Justifique adequadamente.

Resposta:

QUESTÃO 2 (2,0pt)

Uma árvore binária T pode ser representada através de uma string de colchetes balanceados $B(T)$ definindo-se

$$B(T) = \begin{cases} \texttt{[]}, & \text{se } T = \varnothing \\ \texttt{[}x\texttt{:}B(T_1)B(T_2)\texttt{]}, & \text{se } T = \begin{array}{ccc} & x & \\ / & & \backslash \\ T_1 & & T_2 \end{array} \end{cases}$$

Por exemplo, a string correspondente à BST perfeitamente balanceada com os valores de 0 a 6 é `[3:[1:[0:[][]][2:[][]]][5:[4:[][]][6:[][]]]]`.

a) Escreva em pseudocódigo um algoritmo que recebe como entrada um ponteiro para a raiz de uma árvore binária e retorna a string correspondente à sua representação por colchetes balanceados.

b) Represente a inserção do valor 11 na BST `[5:[2:[0:[][1:[][]]][4:[3:[][]][]]][12:[7:[6:[][]][9:[8:[][]][10:[][]]]][13:[][14:[][]]]]]`. Se essa árvore for uma AVL, então faça a inserção com as rotações necessárias.

Resposta:

■ **QUESTÃO 3** (2,0pt)

Dê um exemplo de um vetor de inteiros $V = (v_0, \ldots, v_6)$, com 7 elementos não-ordenados, e com $v_6 > v_0$, para o qual a construção *online* da max-heap, mediante a inserção sucessiva dos seus elementos $v_0, \ldots, v_6$, e a construção *offline bottom up* em tempo linear dão o mesmo resultado. Justifique a sua resposta representando as duas construções.

Resposta:

QUESTÃO 4 (2,0pt)

Representa a matriz de programação dinâmica correspondente à execução do *Algoritmo 0/1-Knapsack* sobre a entrada

Item i	0	1	2	3	4
Valor V_i	90	20	40	50	30
Peso W_i	4	1	3	2	1

Capacidade $K = 7$.

Resposta:

■ QUESTÃO 5 (2,0pt)

Considere um grafo $G = (V, E)$ no qual cada vértice corresponde a uma cidade e, para cada par de vértices, existe uma aresta cujo comprimento corresponde à distância entre as cidades. Uma 2-aproximação para o *problema do caixeiro viajante* (TSP) para grafos desse tipo é obtida da seguinte maneira. Primeiro, encontra-se a *árvore geradora de custo mínimo* (MST) T de G usando-se o *Algoritmo Prim*, iniciando-se com o vértice 0. Em seguida, constrói-se o circuito hamiltoniano H simplesmente com os vértices de T enumerados em profundidade a partir do vértice 0.

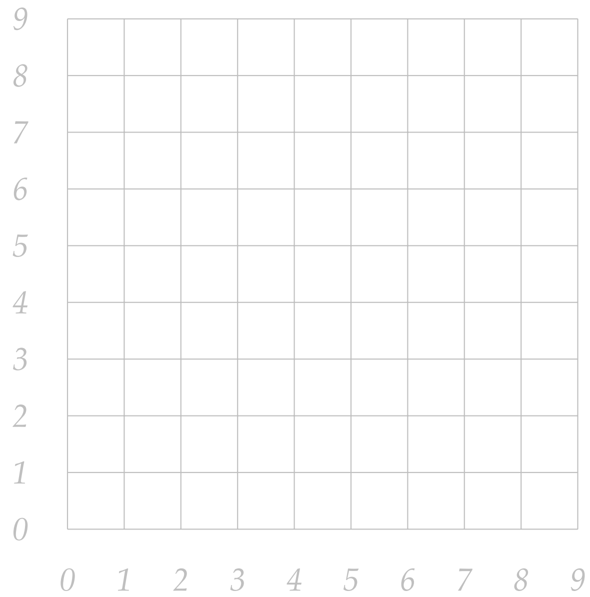
Se G é o grafo cujos vértices correspondem aos pontos de coordenadas

$$(2,4), (8,9), (7,2), (1,6), (6,5), (0,2), (6,9), (2,0), (9,5), (2,7),$$

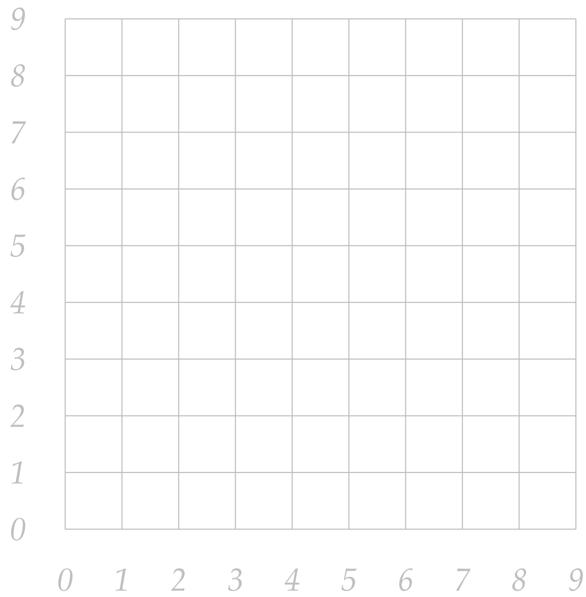
nessa ordem, represente a) a MST T e b) o circuito H resultantes.

Resposta:

a) A MST T



b) O circuito H (deixe clara a direção)



■ ■ ■