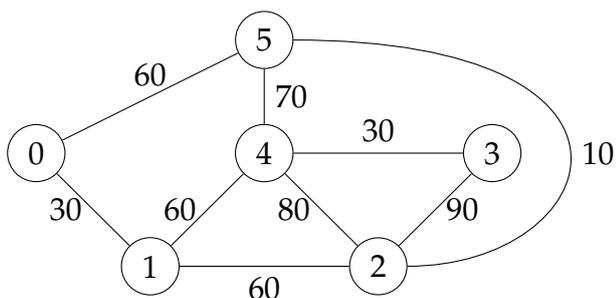




Segunda Prova — 29 de Novembro de 2018

■ QUESTÃO 1 (2,0pt)

A companhia ferroviária Piui-Piui possui uma rede representada pelo grafo a seguir, no qual cada vértice representa uma estação e as arestas representam as linhas férreas com os seus respectivos comprimentos.



Podemos determinar os trajetos com o menor número de paradas partindo da estação 0 para cada uma das demais estações da rede através de um percurso do grafo. Indique qual o percurso apropriado e forneça o vetor de distâncias e o vetor de precursores ao final da execução.

■ QUESTÃO 2 (2,0pt)

Também é possível determinar as viagens de menor distância entre todos os pares de estações da Questão 1 através do algoritmo de Floyd-Warshall. Sabendo que após a quarta e antepenúltima iteração do algoritmo a matriz de PD encontra-se no estado a seguir, escreva a matriz ao final da execução do algoritmo.

	0	1	2	3	4	5
0	0	30	90	180	90	60
1	30	0	60	150	60	70
2	90	60	0	90	80	10
3	180	150	90	0	30	100
4	90	60	80	30	0	70
5	60	70	10	100	70	0

■ QUESTÃO 3 (2,0pt)

Visando à contenção de despesas e otimização da malha ferroviária, a companhia Piui-Piui decidiu encerrar a operação de algumas linhas. A empresa deseja manter a rede de menor comprimento total possível, garantindo todavia que as estações continuem todas conectadas. Para determinar quais linhas devem ser mantidas, decidiu-se usar o *Algoritmo de Kruskal* que encontra uma MST com auxílio da estrutura *union-find*:

Algoritmo Kruskal

Entrada $G = (V, E)$ grafo ponderado

Saída T uma MST de G

- 1 $F \leftarrow$ union-find vazia
- 2 $T \leftarrow$ árvore vazia
- 3 **para cada** $v \in V$ **faça**
- 4 $F.make_set(v)$
- 5 $E_s \leftarrow$ conjunto de arestas E ordenado por peso, menor vértice, maior vértice
- 6 **para cada** $(u, v) \in E_s$ **faça** \triangleright seja $u < v$
- 7 **se** $F.find(u) \neq F.find(v)$ **então**
- 8 $F.union(u, v)$
- 9 adiciona (u, v) a T
- 10 **devolva** T

Ilustre a execução do algoritmo acima sobre o grafo da Questão 1 exibindo a floresta da union-find e a MST encontrada

ao final da execução, supondo a utilização das heurísticas da *união ponderada* e *compressão de caminhos*.

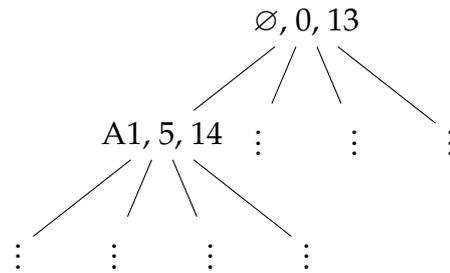
■ **QUESTÃO 4** (2,0pt)

A companhia Piui-Piui deseja atribuir n atividades a n trabalhadores de forma que cada atividade seja executada por um trabalhador e cada trabalhador execute exatamente uma atividade. A execução de cada tarefa por cada trabalhador implica num custo específico, e o objetivo da empresa é ter todas as atividades realizadas com o menor custo total possível.

O problema pode ser resolvido através da técnica *branch and bound*. Cada nível da árvore corresponde à atribuição de atividades a um trabalhador. Na raiz não temos tarefas atribuídas, no primeiro nível temos as possíveis atribuições de atividades ao primeiro trabalhador, no segundo nível, a atribuição de tarefas ao segundo trabalhador, e assim sucessivamente até as folhas, que contêm as tarefas do último trabalhador. Num nó de profundidade k , temos uma solução parcial com atividades atribuídas aos k primeiros trabalhadores. Uma cota inferior para o custo de uma extensão dessa solução parcial pode ser obtida somando-se ao seu custo os custos das atividades menos custosas para cada um dos $n - k$ restantes trabalhadores.

Ilustre a execução do algoritmo completando a árvore abaixo para $n = 4$ trabalhadores (T1–T4) e atividades (A1–A4), sendo os custos de execução das atividades pelos trabalhadores dados pela tabela a seguir.

	A1	A2	A3	A4
T1	5	8	4	8
T2	6	4	3	9
T3	9	2	7	8
T4	7	6	9	4



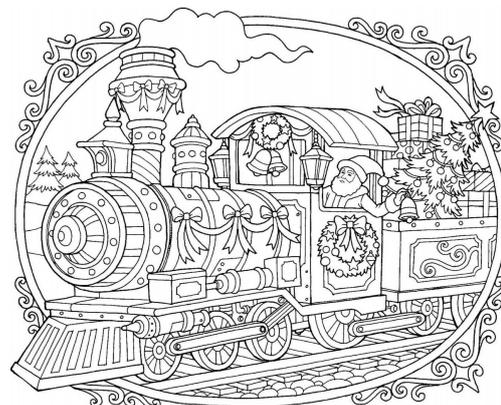
Cada nó da árvore contém a atividade atribuída, o custo da solução parcial, e a cota inferior para as suas extensões. Indique claramente os pontos de *backtracking* e a solução ótima encontrada.

■ **QUESTÃO 5** (2,0pt)

A Piui-Piui possui um orçamento de até 5 milhões de reais para investir em benfeitorias. O departamento de obras apresentou alguns projetos, cada um com um custo e uma estimativa de retorno, dados pela tabela a seguir.

Projeto	P1	P2	P3	P4	P5
Custo (em MR\$)	2	1	3	4	2
Retorno (em MR\$)	10	4	13	20	12

Sabendo que o interesse da empresa é escolher os projetos de maior retorno total possível, ilustre a solução desse problema através da técnica da *programação dinâmica*, exibindo a tabela correspondente e indicando a solução obtida, ou seja, que projetos devem ser implementados.



Feliz Natal e Próspero 2019!