Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Bach. em Ciência da Computação

IF672cc Algoritmos e Estr. de Dados 2016.2
Prof. Paulo Fonseca

Prova Final — 15 de Dezembro de 2016

QUESTÃO 1 (2,0pt)

Considere o problema de encontrar o elemento majoritário de um array de n elementos $A = \langle a_0, \ldots, a_{n-1} \rangle$, se houver. A tem um elemento majoritário x se mais da metade dos seus elementos são iguais a x. Considere ainda que os elementos de A podem ser apenas comparados quanto à igualdade (¿$a_i = a_j$?) em tempo $O(1)$, mas eles não pertencem a um conjunto ordenado (não faz sentido perguntar ¿$a_i \leq a_j$?). Escreva em pseudocódigo um algoritmo $O(n \lg n)$ para encontrar o elemento majoritário de um vetor dado A de comprimento $n = 2^k$, para algum $k > 0$.
Dica: Dividir para conquistar.

QUESTÃO 2 (2,0pt)

a) Represente a árvore AVL cuja enumeração dos elementos em pós-ordem é

$$20, 10, 40, 30, 60, 80, 90, 70, 50.$$

b) Represente a inserção do elemento 85 na árvore do item anterior, representando-a logo após a inserção (antes das rotações), e logo após cada rotação necessária.

QUESTÃO 3 (2,0pt)

Uma heap d-ária é similar em tudo a uma heap binária, sendo que representada através de uma árvore d-ária completa, ao invés de uma árvore binária.

a) Represente através de uma árvore a min-heap ternária ($d = 3$) correspondente ao array

$$H = \langle 2, 6, 4, 7, 16, 10, 9, 8, 17, 9, 14, 11, 13, 19, 23, 18, 17, 10 \rangle.$$

b) A extração do elemento mínimo também é feita de maneira similar numa heap d-ária. Represente a extração do elemento mínimo da min-heap ternária do item (a).

c) Indique, e justifique brevemente (máx 05 linhas), qual o custo assintótico da extração do elemento mínimo numa heap d-ária com n elementos no pior caso.

QUESTÃO 4 (2,0pt)

As matrizes a seguir correspondem às tabelas de programação dinâmica de uma mesma execução do algoritmo Floyd-Warshall num grafo não-dirigido e apenas com arestas positivas, respectivamente, logo no início ($k = 0$), e logo após a execução da penúltima iteração ($k = 5$).

$$D_0 = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & \infty & \infty & \infty \\ 3 & 0 & 1 & 3 & \infty & 7 \\ 1 & 1 & 0 & \infty & 9 & 2 \\ \infty & 3 & \infty & 0 & \infty & 2 \\ \infty & \infty & 9 & \infty & 0 & 1 \\ \infty & 7 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad D_5 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 5 & 10 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 3 & 10 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & 9 & 2 \\ 5 & 3 & 4 & 0 & 13 & 2 \\ 10 & 10 & 9 & 13 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

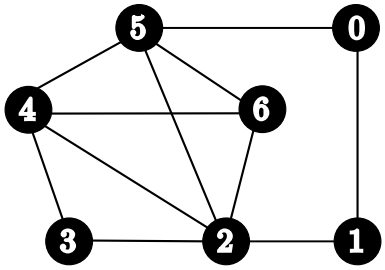
a) Represente o grafo correspondente a essa execução.

b) Exiba a matriz de PD após a execução da próxima (e última) iteração.

■ QUESTÃO 5 (2,0pt)

Um algoritmo baseado em *backtracking* para o problema de encontrar um k-clique num grafo G consiste em iniciar com um conjunto vazio de vértices C e ir acrescentando progressivamente vértices ao conjunto, interrompendo o processo assim que um vértice adicionado não esteja ligado a algum outro vértice de C. O primeiro vértice é escolhido na ordem $0, 1, 2, \ldots$ Uma vez acrescentado um vértice v, os próximos a serem tentados são os vizinhos ainda não escolhidos de v, enquanto houver. Se, em algum momento, o algoritmo consegue escolher k vértices com sucesso, ele pára e retorna o clique C.

Ilustre a árvore de execução desse algoritmo backtracking para a o grafo abaixo e para $k = 4$.



■ ■ ■