Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Bach. em Ciência da Computação

IF672cc Algoritmos e Estr. de Dados 2017.2
Prof. Paulo Fonseca

Prova Final — 14 de dezembro de 2017

- Esta prova tem 05 questões.
- A duração da prova é de 02h00min.

QUESTÃO 1 (2,0pt)

Ilustre a tabela de dispersão de tamanho $m = 11$ após a inserção das chaves

$$14,\ 37,\ 117,\ 24,\ 58$$

nesta ordem. A tabela armazena no máximo um elemento por posição, e emprega a técnica de **double hashing** com as funções de dispersão

$$h_0(k) = k \bmod m \ \text{ e}$$
$$h_1(k) = 1 + (k \bmod 7).$$

QUESTÃO 2 (2,0pt)

Considere a **Árvore AVL** T cujos nós enumerados em **pré-ordem** são

$$3,\ 1,\ 2,\ 10,\ 8,\ 9,\ 13,\ 11,\ 14.$$

Ilustre a inserção dos valores

$$12,\ 5,\ 4,\ 6,\ 7$$

em T, nessa ordem, representando a árvore após cada inserção/rotação.

QUESTÃO 3 (2,0pt)

Seja $G = (V, E)$ um grafo dirigido com N vértices numerados $0, \ldots, N-1$. O seguinte algoritmo imprime os vértices de G em ordem topológica.

1. Percorra o grafo para criar um array $D = (d_0, \ldots, d_{N-1})$, onde d_j é o **grau de entrada** do vértice j.
2. Crie uma fila Q contendo, inicialmente, todos os vértices j com $d_j = 0$.
3. Enquanto Q não estiver vazia:
   3.1 Desenfileire e imprima um vértice u de Q.
   3.2 Para cada aresta $(u, v) \in E$, atualize $d_v \leftarrow d_v - 1$ e, se logo após essa atualização, d_v tornar-se 0, enfileire v em Q.
4. Se Q está vazia e algum vértice ainda não foi impresso, G possui um ciclo.

a) Ilustre a execução do algoritmo acima sobre o seguinte grafo, representado na forma de listas de adjacências.

$0 \to 1, 8$	$3 \to 0, 2$	$6 \to 0, 7$
$1 \to 5$	$4 \to 5, 8$	$7 \to 4$
$2 \to 1, 4, 8$	$5 \to$	$8 \to 5$

Exiba:

- O conteúdo de D e de Q logo após o Passo 2;
- O conteúdo de D e de Q após cada execução do Passo 3.2;
- A ordem dos vértices impressos.

b) Indique a complexidade assintótica do algoritmo no pior caso.

QUESTÃO 4 (2,0pt)

Um grafo é dito **bipartido** se os seus vértices puderem ser pintados em duas cores, preto (P) e branco (B), de forma que nenhuma aresta tenha as duas extremidades da mesma cor, ou seja, cada aresta liga dois vértices de cores diferentes. Um algoritmo para determinar se um grafo dado é bipartido pode ser obtido a partir de uma DFS com as seguintes modificações. No início da visita a cada vértice (*pre-visit*), ele é pintado na cor oposta ao seu precursor na DFS (o vértice inicial da componente conexa é pintado de preto). Se, ao considerarmos os vizinhos de um vértice, houver algum deles que já foi visitado e pintado com a mesma cor do vértice atual, então o algoritmo pára e retorna `FALSE`, pois o grafo não é bipartido. Se o percurso termina normalmente com todos os vértices pintados, então o algoritmo retorna `TRUE`.

Ilustre a execução desse algoritmo sobre o grafo dado pelas listas de ajacências

$0 \to 5,6$ $\quad$ $3 \to 8$ $\quad$ $6 \to 0,7$

$1 \to 4$ $\quad$ $4 \to 1,8$ $\quad$ $7 \to 2,5,6$

$2 \to 7$ $\quad$ $5 \to 0,7$ $\quad$ $8 \to 3,4$

completando o quadro abaixo, onde cada linha deve representar as cores dos vértices, (P)reto, (B)ranco, ou (N)ão-visitado após cada novo vértice pintado.

#visita	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0 (início)	P	N	N	N	N	N	N	N	N
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

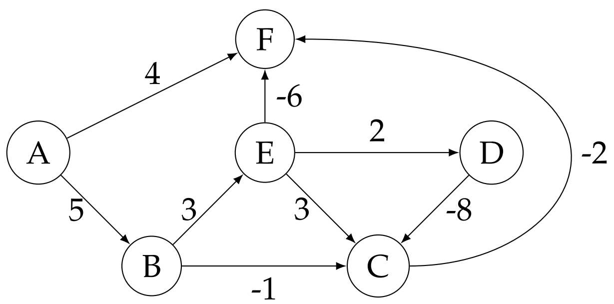
Indique, ao final, se o grafo é ou não bipartido.

■ QUESTÃO 5 (2,0pt)

Complete a matriz de programação dinâmica

	$\delta^k(s,t)$, Precursor					
k	A	B	C	D	E	F
0	$0, -$	$\infty, ?$	$\infty, ?$	$\infty, ?$	$\infty, ?$	$\infty, ?$
1	$0, -$	$5, A$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

correspondente à execução do **Algoritmo Bellman-Ford** sobre o grafo a seguir, sendo o vértice de origem $s = \mathrm{A}$.



■ ■ ■