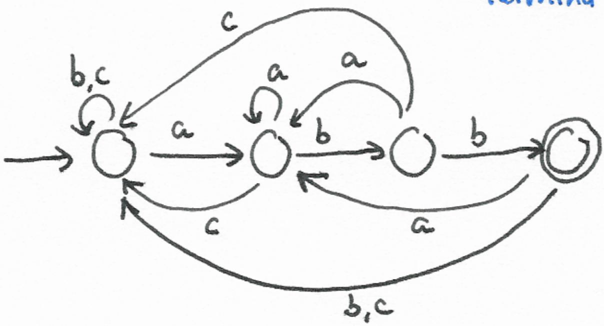
1ª PROVA

Q1|

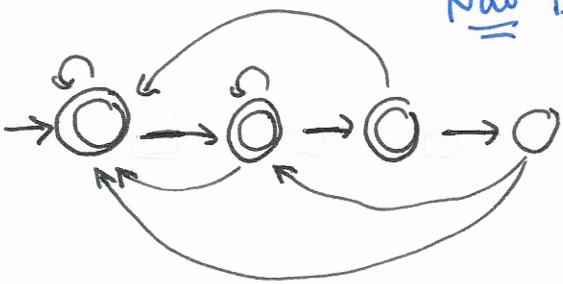
a)

Termina em abb

1. 

⇓

Não Termina em abb

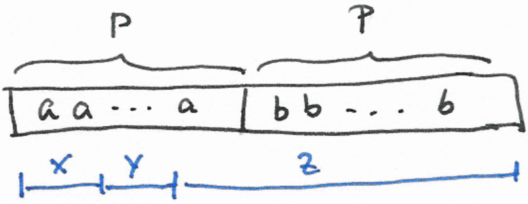


$L \in LR$

2. $L \in LR \subseteq LLC \Rightarrow L \in LLC$

Q1 b)

1. $L \notin R$ pois $w = a^p b^p$ não pode ser bombeado



bombear y aumenta / diminui
\# a's

2. $L \in LLC$.

$$
\begin{aligned}
S &\to I \mid F \\
I &\to A \mid Ic \\
A &\to \varepsilon \mid aAb \\
F &\to B \mid aF \\
B &\to \varepsilon \mid bBc
\end{aligned}
$$

Q1

c) 2. $L \notin LLC$

$W = a^p b^p c^p$ não pode ser bombeada

aa ... a	bb ... b	cc ... c

Se bombear

→ Mais a's do que b's

→ troca ordem a/b

→ mais b's do que c's

→ troca ordem b/c

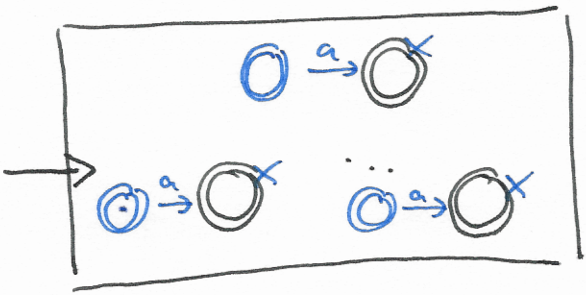
→ não pode bombear p/ baixo.

1. $L \notin LLC \supseteq LR \Rightarrow L \notin LR$.

Q2|

Seja $A \overset{=}{} (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ AFD t.q. $L(A) = L$

A



Define $\tilde{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F')$ t.q.

$F' = \{ q \mid \delta(q, a) = r, \ \forall r \in F \}$

$\Downarrow$

$L(\tilde{A}) = L/a$

Q3)

Sejam $\underset{=}{A}\,(Q_A, \Sigma, \delta_A, q_0, F_A)$ APD t.q. $L(A) = R$

$P = (Q_P, \Sigma, \Gamma, \delta_P, F_P)$ AP. t.q. $L(P) = L$

Queremos definir AP que simule A e P em paralelo e aceite apenas as cadeias que são aceitas por P mas não são aceitas por A.

Defina $P' = (Q', \Sigma, \Gamma, \delta', q_0', F)$

$Q' = Q_P \times Q_A$

$q_0' = (q_0, s_0)$

$F' = \{(s, q) \mid s \in F_P \text{ e } q \notin F_A\}$

$\delta' = Q' \times \Sigma_\varepsilon \times \Gamma_\varepsilon \to \mathcal{P}(Q' \times \Gamma)$

$(s,q), \alpha, \gamma \mapsto \{((s', q'), \gamma') \mid$

$(s', \gamma') \in \delta_P(s, a, \gamma)$ e

$q' = \delta(q, a)\}$.

Q4) Falso. C.ex. $a^i b^i \cap b^i c^i = a^i b^i c^i \notin$ LLC.

2^{a} PROVA

Q1 |

a) Sejam $A, B \in R$ com decisores D_A, D_B

Define $D =$ sobre x

Simula $D_A(x)$
Simula $D_B(x)$
Se D_A aceita e D_B rejeita
aceita
Senão
rejeita

D decide $A \setminus B$

b) Contra-exemplo

$\overline{A_{NT}} = \Sigma^* \setminus A_{NT}$.

~~A~~ $\Sigma^* \in RE$, $A_{NT} \in RE$ mas $\overline{A_{NT}} \notin RE$

pois, se fosse,

$A_{NT} \in R$ $\rightarrow\!\leftarrow$

Q2|

$N =$ Sobre $\langle A_1, A_2 \rangle$

Escolhe X n-det
simula $A_1(X)$
simula $A_2(X)$
Se ambos aceitam
aceita
senão
rejeita

N decide L não-deterministicamente.

Q3|

Redução $A_{TM} \leq_m L$

$F =$ Sobre $\langle T, X \rangle$

construa $M_2 =$ sobre w:
L rejeita

retorna $\langle T, M_2, X \rangle$

$$F(\langle T, X \rangle) = \langle T, M_2, X \rangle \in L$$
$$\Updownarrow$$
$$X \in L(T) \setminus L(M_2) = L(T).$$

Q4

$$A \in R \overset{?}{\iff} A \leq_m 0^*1^*$$

($\Rightarrow$) Seja D_A decisor de A

Defina F = sobre x

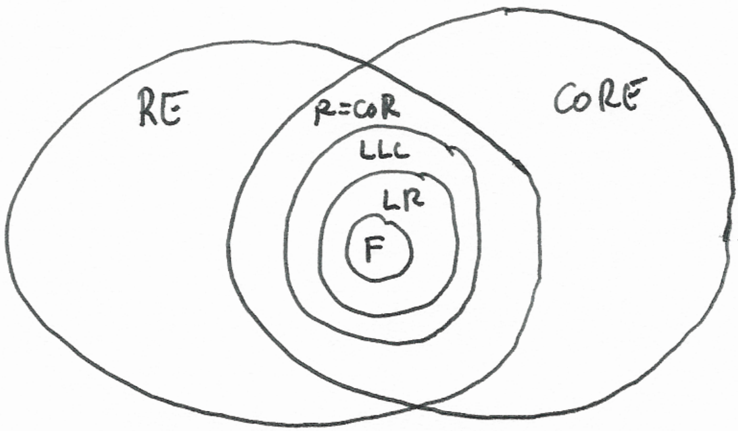
- simula $D_A(x)$
- se D_A aceita
  - retorna 01
- senão
  - retorna 10

$$F(x) \in 0^*1^* \iff x \in A$$

($\Leftarrow$) Pelo Teo se $A \leq B$ e $B \in R \Rightarrow A \in R$.

$0^*1^* \in LR \subseteq R$.

Q5



3ª PROVA

Q1 Pela contrapositiva: $P = NP \overset{?}{\Rightarrow} NP = coNP$.

Af $P = coP$

Prova. Dado um decisor det. pol. para L, decidimos $\overline{L}$ invertendo as suas saídas. $\square$

($\subseteq$) Seja $L \in NP$.

Como $P = NP$, então $L \in P = coP$.

Logo, $\overline{L} \in P = NP$ $\therefore$ $L \in coNP$.

($\supseteq$) Se $L \in coNP$, então $\overline{L} \in NP = P = coP$.

Logo $L \in P = NP$.

Q2 |

a) F. $\Sigma^* \le_p SAT$ mas não é NP-C.

b) V. $A \in NP\text{-}C \Rightarrow A \in NP \Rightarrow A \le_p B$ e vice versa.

c) F. $A \le_m A$

d) F. Seja $L \in \mathcal{C} \supsetneq NP$ (eg. $\mathcal{C} = EXPSPACE$).

Sejam $a \in L$, $\tilde{a} \in L$.

Seja $A \in P$ com decisor D_A.

Seja F = sobre x: se $D_A(x)=1$ retorne a
senão retorne $\tilde{a}$

F mapeia A e L em tempo pol.

e) V. $\le_p$ é transitiva

f) V. $SAT \in NP\text{-}C$ e $\le_p$ é transitiva.

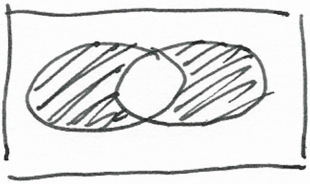
Q3] Sejam $A, B \in NP \cap coNP$.

Sejam $N_A, \tilde{N}_A, N_B, \tilde{N}_B$ decisores não-det de $A, \bar{A}, B, \bar{B}$

$A \oplus B \in NP$)

$N_\oplus$ = sobre x

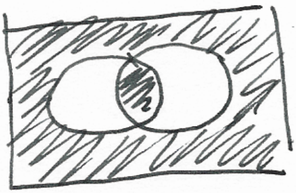
$a \leftarrow N_A(x)$
$b \leftarrow N_B(x)$
$\tilde{a} \leftarrow \tilde{N}_A(x)$
$\tilde{b} \leftarrow \tilde{N}_B(x)$
retorna $(a \wedge \tilde{b}) \vee (b \wedge \tilde{a})$



$A \oplus B \in coNP$)

$\tilde{N}_\oplus$ = sobre x

$a \leftarrow N_A(x)$
$b \leftarrow N_B(x)$
$\tilde{a} \leftarrow \tilde{N}_A(x)$
$\tilde{b} \leftarrow \tilde{N}_B(x)$
retorna $(a \wedge b) \vee (\tilde{a} \wedge \tilde{b})$



Q4) Seja $B \in PSPACE$ ñ. trivial
$b \in B$, $\tilde{b} \notin B$.

Seja $A \in PSPACE$ com decisor (det)
em espaço polinomial D_A

Defina F = sobre x
- simula $D_A(x)$
- se aceita
  - retorna b
- senão
  - retorne $\tilde{b}$

F computa uma redução de A em B
em espaço polinomial.