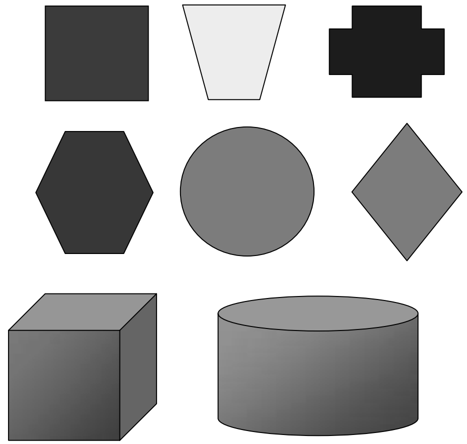
- INF01047 -

Transformações Geométricas

- Aula 7 -

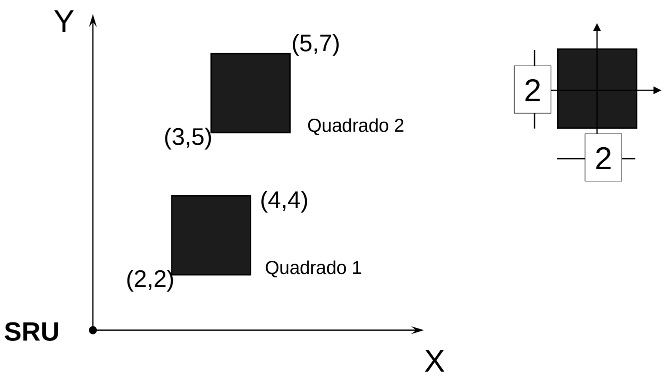
Objeto (entidade) gráfico(a)

- Representação:
  - Descrição geométrica (forma, posição)
  - Atributos visuais (cor, linha, padrão)
  - Outros atributos (dependentes da aplicação)
  - Sistema de coordenadas
    - Onde os objetos estão definidos



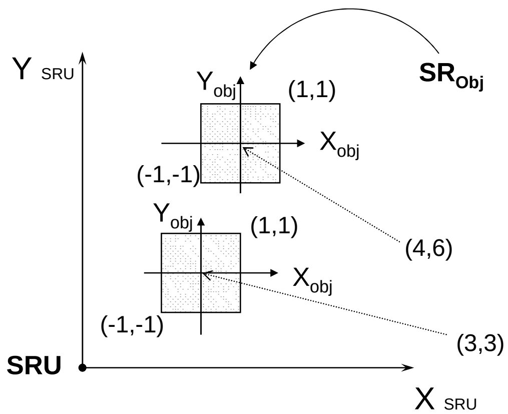
Objeto gráfico

- Sistema de Referência do Universo (SRU)



Objeto gráfico

- Sistema de Referência do Objeto (SRO)



Representação de objetos gráficos

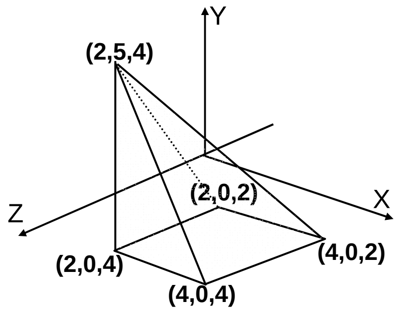
- Malha de polígonos

Geometria

V1	(2,5,4)
V2	(4,0,2)
V3	(4,0,4)
V4	(2,0,4)
V5	(2,0,2)

Topologia

V1	V2
V1	V3
V1	V4
V1	V5
V2	V3
V3	V4
V4	V5
V5	V2



Geometria

V1	(2,5,4)
V2	(4,0,2)
V3	(4,0,4)
V4	(2,0,4)
V5	(2,0,2)

Faces

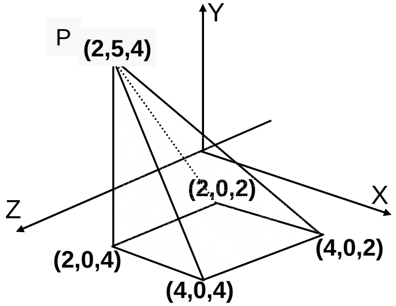
A1	A2	A5
A2	A3	A6
A3	A4	A7
A4	A1	A8
A5	A6	A7	A8

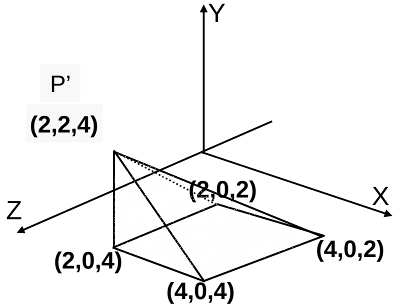
Arestas

A1	V1	V2
A2	V1	V3
A3	V1	V4
A4	V1	V5
A5	V2	V3
A6	V3	V4
A7	V4	V5
A8	V2	V5

Transformações de objetos gráficos

- Alteram as coordenadas dos pontos que descrevem o objeto
- NÃO alteram o sistema de coordenadas onde ele está definido





Transformações afins

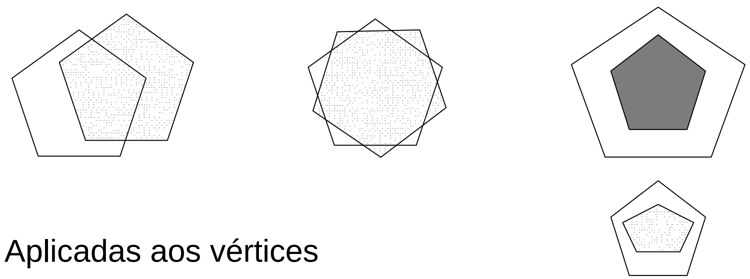
- P' = T (P)
- Estamos interessados nas transformações T lineares
  - Transformações que preservam as linhas
  - Transformações afins
- Nas transformações afins, as coordenadas de P' são combinações lineares das coordenadas de P

$$[x_{p'}\ y_{p'}\ z_{p'}\ 1] = [x_{p'}\ y_{p'}\ z_{p'}\ 1]\ T$$

$$\begin{bmatrix} x_{p'} \\ y_{p'} \\ z_{p'} \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x_{p} \\ y_{p} \\ z_{p} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Transformações Geométricas

Translação **Rotação** **Escala**



- Aplicadas aos vértices
- Modificam o objeto como um todo
- Não alteram a topologia!

Ponto como matriz linha (pré-multiplicação)

P = [x y z w] em coordenadas homogêneas

$$[x'\ y'\ z'\ w'] = [x\ y\ z\ 1] \cdot \begin{pmatrix} a & b & c & 0 \\ d & e & f & 0 \\ g & h & i & 0 \\ d_x & d_y & d_z & 1 \end{pmatrix}$$

Ponto como matriz linha (pré-multiplicação)

P = [x y z w] em coordenadas homogêneas

Escalas, Rotações

$$[x'\ y'\ z'\ w'] = [x\ y\ z\ 1] \cdot \begin{pmatrix} a & b & c & 0 \\ d & e & f & 0 \\ g & h & i & 0 \\ d_x & d_y & d_z & 1 \end{pmatrix}$$

Ponto como matriz linha (pré-multiplicação)

P = [x y z w] em coordenadas homogêneas

Escalas, Rotações

$$[x'\ y'\ z'\ w'] = [x\ y\ z\ 1] \cdot \begin{pmatrix} a & b & c & 0 \\ d & e & f & 0 \\ g & h & i & 0 \\ d_x & d_y & d_z & 1 \end{pmatrix}$$

Translações

Ponto como matriz linha (pré-multiplicação)

P = [x y z w] em coordenadas homogêneas

Escalas, Rotações

$$[x'\ y'\ z'\ w'] = [x\ y\ z\ 1] \cdot \begin{pmatrix} a & b & c & 0 \\ d & e & f & 0 \\ g & h & i & 0 \\ d_x & d_y & d_z & 1 \end{pmatrix}$$

Projeções

Translações

Ponto como matriz coluna (pós-multiplicação)

Escalas, Rotações

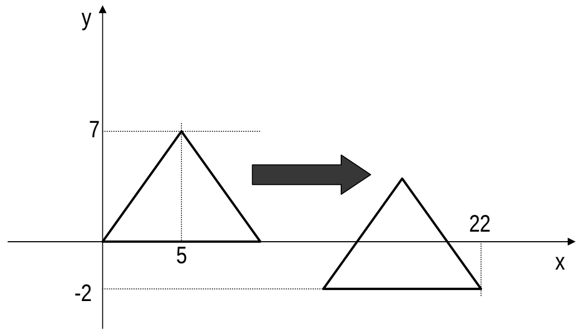
Translações

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & d & g & d_x \\ b & e & h & d_y \\ c & f & i & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

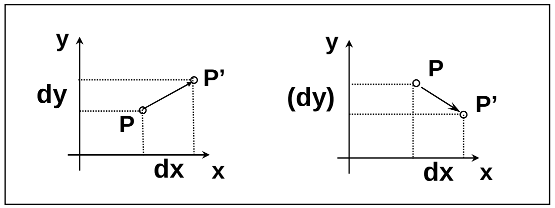
Projeções

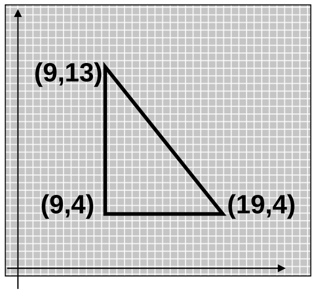
Translação de um objeto

– Parâmetros da translação?
– Coordenadas após translação?



Translação





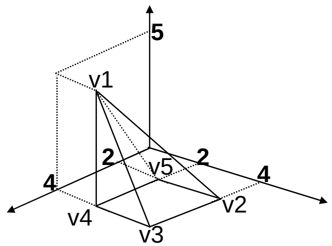
$$xp' = xp + dx$$
$$yp' = yp + dy$$

$P1 = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix}$ $P2 = \begin{bmatrix} 19 \\ 4 \end{bmatrix}$ $P3 = \begin{bmatrix} 9 \\ 13 \end{bmatrix}$

- Representação matricial

$P = \begin{bmatrix} xp \\ yp \end{bmatrix}$ $T = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$ $\Rightarrow$ **P' = P + T** $\rightarrow$ $\begin{bmatrix} xp' \\ yp' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xp \\ yp \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xp+dx \\ yp+dy \end{bmatrix}$

Translação



Geometria

V1	(2,5,4)
V2	(4,0,2)
V3	(4,0,4)
V4	(2,0,4)
V5	(2,0,2)

Topologia

V1 V2
V1 V3
V1 V4
V1 V5
V2 V3 V4 V5 V2

- Representação matricial

$P = \begin{bmatrix} xp \\ yp \\ zp \end{bmatrix}$ $T = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}$ $\Rightarrow$ **P' = P + T** $\rightarrow$ $\begin{bmatrix} xp' \\ yp' \\ zp' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xp \\ yp \\ zp \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xp+dx \\ yp+dy \\ zp+dz \end{bmatrix}$

Representação em coordenadas homogêneas

Escalas, Rotações

Translações

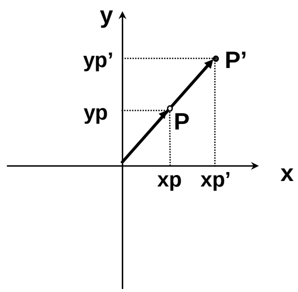
$$\begin{pmatrix} a & d & g & d_x \\ b & e & h & d_y \\ c & f & i & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Translações

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

UFRGS

Mudança de escala



xp' = **S.** xp

yp' = **S.** yp

- Representação matricial

P= $\begin{bmatrix} xp \\ yp \end{bmatrix}$

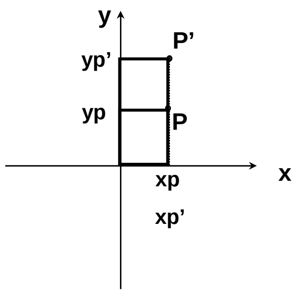
fator de escala s

P'= S . P

$$\begin{bmatrix} xp' \\ yp' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} xp \\ yp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s.xp \\ s.yp \end{bmatrix}$$

UFRGS

Mudança de escala



xp' = xp

yp' = sy.yp

Observar que a mudança de escala é realizada relativamente à origem do sistema de coordenadas!

- Representação matricial

P= $\begin{bmatrix} xp \\ yp \end{bmatrix}$

fatores de escala sx, sy

P'= S . P

$$\begin{bmatrix} xp' \\ yp' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sx & 0 \\ 0 & sy \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} xp \\ yp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sx.xp+0.yp \\ 0.xp+sy.yp \end{bmatrix}$$

UFRGS

Mudança de escala

- Objetos 3D

P= $\begin{bmatrix} xp \\ yp \\ zp \end{bmatrix}$

fatores sx, sy, sz

P'= S.P

$$\begin{bmatrix} xp' \\ yp' \\ zp' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sx & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 \\ 0 & 0 & sz \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} xp \\ yp \\ zp \end{bmatrix}$$

UFRGS

Representação em coordenadas homogêneas

Escalas, Rotações

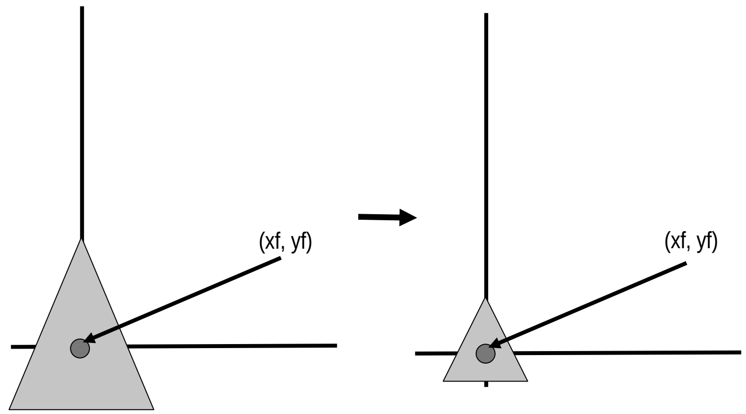
Translações

$$\begin{pmatrix} a & d & g & d_x \\ b & e & h & d_y \\ c & f & i & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

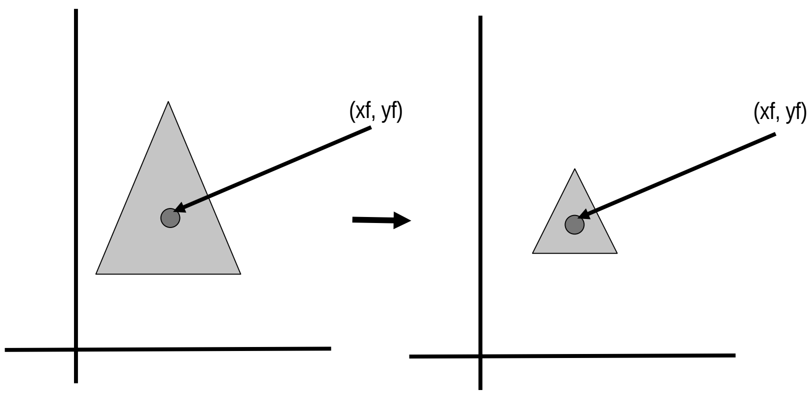
Escalas

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

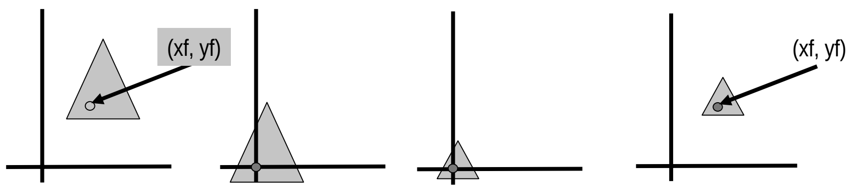
Escala relativa a um ponto



Escala relativa a um ponto

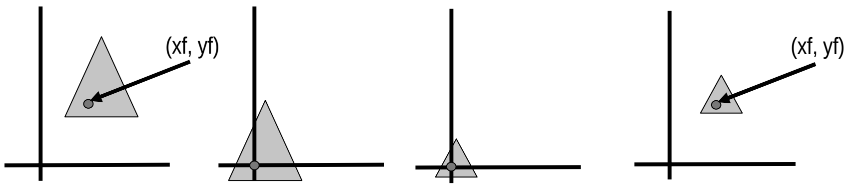


Escala relativa a um ponto



- Translação do triângulo dx = -xf, dy = -yf
- Escala
- Translação dx = xf, dy = yf

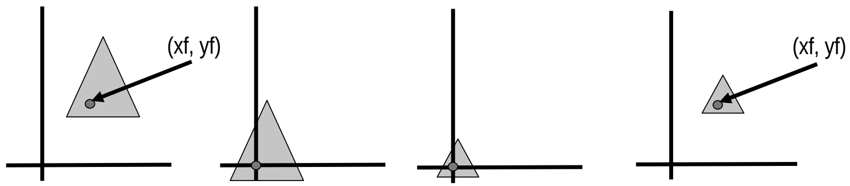
Escala relativa a um ponto



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & xf \\ 0 & 1 & yf \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} sx & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & 0 & -xf \\ 0 & 1 & -yf \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

UFRGS

Escala relativa a um ponto



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & xf \\ 0 & 1 & yf \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} sx & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & 0 & -xf \\ 0 & 1 & -yf \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sx & 0 & (1-sx)xf \\ 0 & sy & (1-sy)yf \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

UFRGS