

# Cin-UFPE

## Centro de Informática

---

### Lista de exercícios de matemática discreta 2010.2

Graduação em engenharia da computação e sistemas de informação

02/12/2010

Questão 1: Seja  $G(V,A)$  um grafo não orientado qualquer. Prove usando indução estrutural que

$$\sum_{x \in V} \text{grau}(x) = 2 * m$$

, onde  $m$  é tamanho (número de arestas) de  $G$ .

Questão 2: É verdade que todo grafo com pelo menos dois vértices tem dois vértices com o mesmo número de vizinhos? Em outras palavras, se um grafo tem mais de um vértice, é verdade que tem dois vértices distintos  $v$  e  $w$  tais que  $|N(v)| = |N(w)|$ ? (Uma maneira mais informal de dizer isso: é verdade que em toda cidade com pelo menos dois habitantes residem duas pessoas que têm exatamente o mesmo número de amigos na cidade?). Use indução estrutural para fazer a demonstração.

(Dica: use um grafo de dois vértices como caso base).

Questão 3: Prove por indução matemática que

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

para todo  $n$  inteiro e positivo.

Questão 4: Um antigo general chinês possuía 1200 soldados antes da guerra. Após a guerra, ele alinhou os soldados em colunas de 5 combatentes, de forma que na última coluna restaram apenas 3 soldados. Ao alinhar em colunas de 6, sobraram 3. Ao alinhar em colunas de 7, sobrou 1. Por fim, ao alinhar em colunas de 11 soldados, nenhuma coluna ficou incompleta. Quantos soldados foram mortos em batalha?

Questão 5: Quais dos grafos abaixo podem ser classificados como árvores? Justifique sua resposta.

