




Algoritmos Genéticos

Teresa B. Ludermir

Conteúdo

- 
- Introdução
 - O Algoritmo Genético Binário
 - Noções de Otimização
 - O Algoritmo Genético com Parâmetros Contínuos
 - Aspectos Práticos e Avançados
 - Aplicações



Introdução

Algoritmos Genéticos



- São técnicas de busca e otimização.
- É a metáfora da teoria da evolução das espécies iniciada pelo Fisiologista e Naturalista inglês Charles Darwin.
- Desenvolvido por John Holland (1975) e seus alunos.
- Popularizado por David Goldberg (1989).

Teoria da Evolução

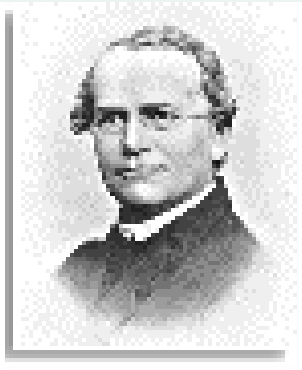
- 1859 - Charles Darwin publica o livro “*A Origem das Espécies*”:



Charles
Darwin

“As espécies evoluem pelo principio da seleção natural e sobrevivência do mais apto.”

Teoria da Evolução




Gregor
Mendel




- 1865- Gregor Mendel apresenta experimentos do cruzamento genético de ervilhas.
 - ◆ Pai da genética.
- A Teoria da Evolução começou a partir da conceituação integrada da seleção natural com a Genética.

Otimização

- 
- É a busca da melhor solução para um dado problema.
 - ◆ Consiste em tentar várias soluções e usar a informação obtida para conseguir soluções cada vez melhores.
 - Exemplo de otimização:
 - ◆ Telespectador através de ajuste na antena da televisão otimiza a imagem buscando várias soluções até alcançar uma boa imagem.

Otimização

- 
- As técnicas de otimização, geralmente, apresentam:
 - **Espaço de busca:** onde estão todas as possíveis soluções do problema;
 - ◆ **Função objetivo:** utilizada para avaliar as soluções produzidas, associando a cada uma delas uma nota.

Características dos Algoritmos Genéticos

- É um algoritmo estocástico (não é determinístico).
- Trabalha com uma população de soluções simultaneamente.
- Utiliza apenas informações de custo e recompensa. Não requer nenhuma outra informação auxiliar (como por exemplo o gradiente).


Características dos Algoritmos Genéticos (II)

- São fáceis de serem implementados em computadores.
- Adaptam-se bem a computadores paralelos.
- São facilmente hibridizados com outras técnicas.
- Funcionam com parâmetros contínuos ou discretos.

Algoritmos Genéticos (Conceitos Básicos)

- AG manipula uma população de indivíduos.
- Indivíduos são possíveis soluções do problema.
- Os indivíduos são combinados (crossover) uns com os outros, produzindo filhos que podem sofrer ou não mutação.
- As populações evoluem através de sucessivas gerações até encontrar a solução ótima.


Aplicações

- 
- Em problemas difíceis de otimização, quando não existe nenhuma outra técnica específica para resolver o problema.
 - Otimização de funções numéricas em geral
 - Otimização combinatória
 - ◆ Problema do caixeiro viajante
 - ◆ Problema de empacotamento
 - ◆ Alocação de recursos (*job shop scheduling*)
 - Aprendizado de Máquina
 - Projetos



O Algoritmo Genético Binário

Algoritmo Genético Tradicional

- 
1. Gerar a população inicial.
 2. Avaliar cada indivíduo da população.
 3. Enquanto critério de parada não for satisfeito faça
 - 3.1 Selecionar os indivíduos mais aptos.
 - 3.2 Criar novos indivíduos aplicando os operadores crossover e mutação.
 - 3.3 Armazenar os novos indivíduos em uma nova população.
 - 3.4 Avaliar cada cromossomo da nova população.

Problema 1

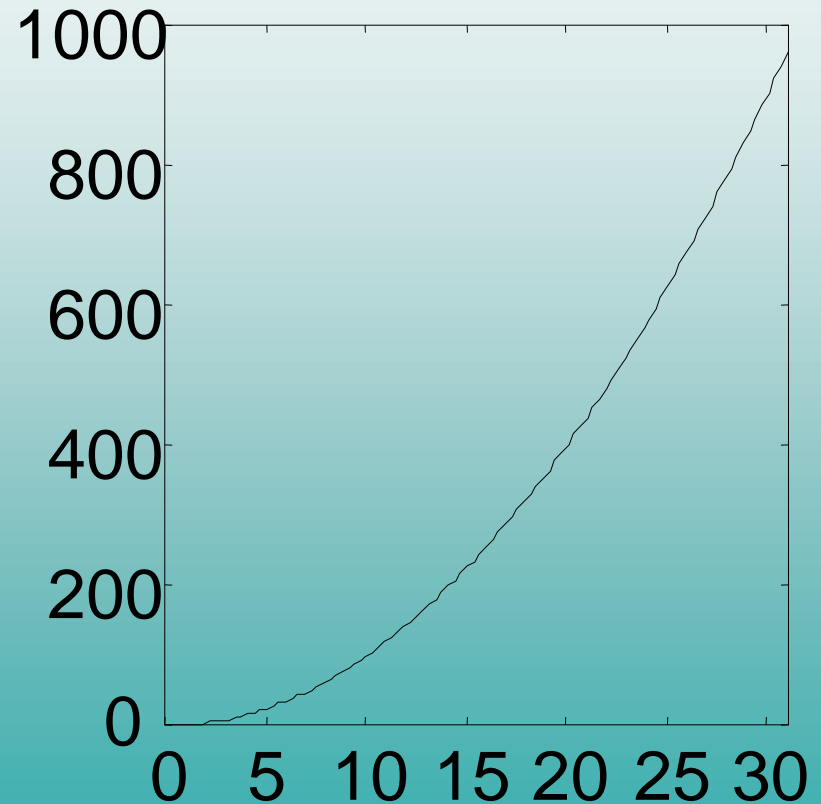
Problema: Use um AG para encontrar o ponto máximo da função:
para encontrar o ponto máximo da função:

$$f(x) = x^2$$

com x sujeito as seguintes restrições:

$$0 \leq x \leq 31$$

x é inteiro



Indivíduo



■ Cromossomo

- ◆ Estrutura de dados que representa uma possível solução para o problema.
- ◆ Os parâmetros do problema de otimização são representados por cadeias de valores.
- ◆ Exemplos:
 - Vetores de reais, (2.345, 4.3454, 5.1, 3.4)
 - Cadeias de bits, (111011011)
 - Vetores de inteiros, (1,4,2,5,2,8)
 - ou outra estrutura de dados.

Indivíduo (II)



■ Aptidão

- ◆ Nota associada ao indivíduo que avalia quão boa é a solução por ele representada.

■ Aptidão pode ser:

- ◆ Igual a função objetivo (raramente usado na prática).
- ◆ Resultado do **escalonamento** da função objetivo.
- ◆ Baseado no **ranking** do indivíduo da população.

Cromossomo do Problema 1



- Cromossomos binários com 5 bits:
 - $0 = 00000$
 - $31 = 11111$
- Aptidão
 - ◆ Neste problema, a aptidão pode ser a própria função objetivo.
 - ◆ Exemplo:

$$\text{aptidão}(00011) = f(3) = 9$$

Seleção

■ Seleção

- ◆ Imitação da seleção natural.
- ◆ Os melhores indivíduos (maior aptidão) são selecionados para gerar filhos através de crossover e mutação.
- ◆ Dirige o AG para as melhores regiões do espaço de busca.

■ Tipos mais comuns de seleção

- ◆ Proporcional a aptidão.
- ◆ Torneio.

População Inicial do Problema 1

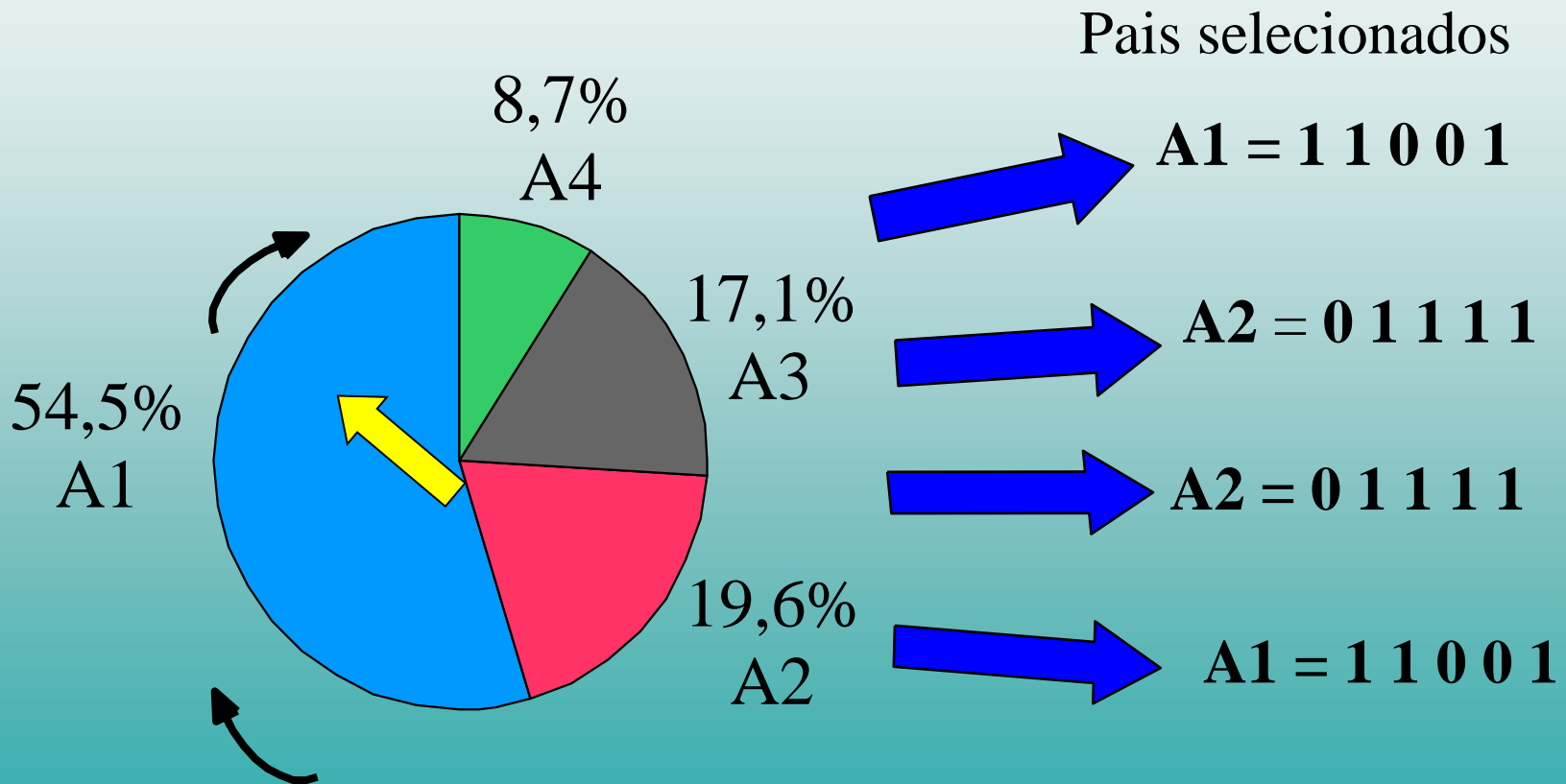
É aleatória (mas quando possível, o conhecimento da aplicação pode ser utilizado para definir população inicial)

	cromossomos	x	$f(x)$	Prob. de seleção
Pop. inicial	$A_1 = 1\ 1\ 0\ 0\ 1$	25	625	54,5%
	$A_2 = 0\ 1\ 1\ 1\ 1$	15	225	19,6%
	$A_3 = 0\ 1\ 1\ 1\ 0$	14	196	17,1%
	$A_4 = 0\ 1\ 0\ 1\ 0$	10	100	8,7%

Probabilidade de seleção
proporcional a aptidão

$$p_i = \frac{f(x_i)}{\sum_{k=1}^N f(x_k)}$$

Seleção proporcional a aptidão (Roleta)




Seleção por Torneio



- Escolhe-se n (tipicamente 2) indivíduos aleatoriamente da população e o melhor é selecionado.

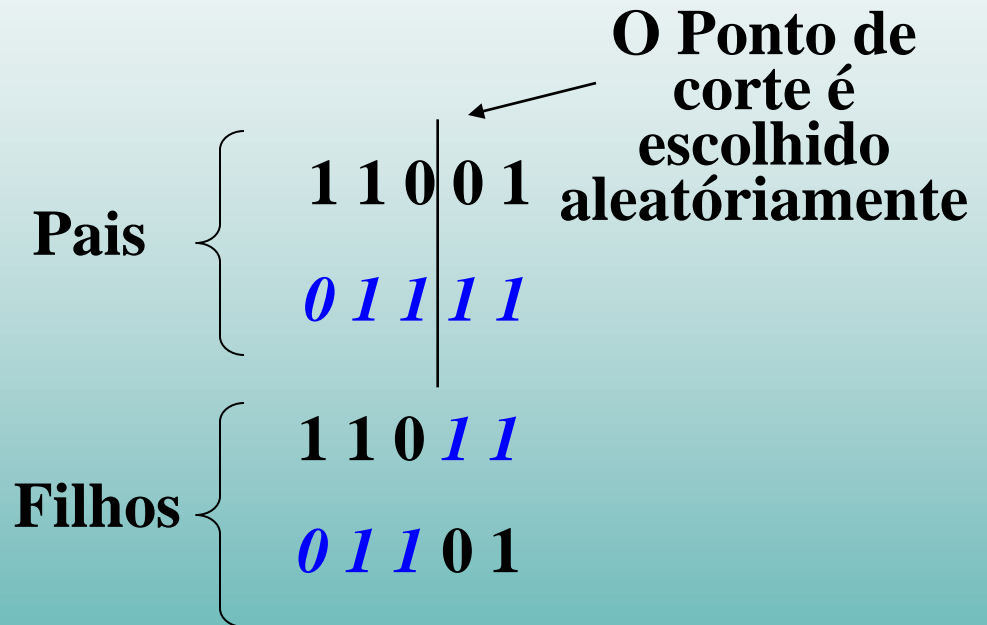
Crossover e Mutação

- 
- Combinam pais selecionados para produção de filhos.
 - Principais mecanismos de busca do AG.
 - Permite explorar áreas desconhecidas do espaço de busca.

Crossover de 1 ponto



O crossover é aplicado com uma dada probabilidade denominada *taxa de crossover* (60% a 90%)



Se o crossover é aplicado os pais trocam suas caldas gerando dois filhos, caso contrário os dois filhos serão cópias exatas dos pais.

Mutação



Mutação inverte os valores dos bits.

A mutação é aplicada com dada probabilidade, denominada *taxa de mutação* (~1%), em cada um dos bits do cromossomo.

Antes da mutação 0 1 1 0 1

Depois 0 0 1 0 1

Aqui, apenas o 2o.bit passou no teste de probabilidade

A taxa de mutação não deve ser nem alta nem baixa, mas o suficiente para assegurar a diversidade de cromossomos na população.

A primeira geração do Problema 1



Pais

Filhos

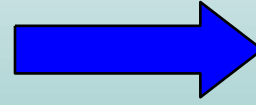
A1 = 1 1 0 | 0 1
A2 = 0 1 1 | 1 1

crossover



1 1 0 1 1
0 1 1 0 1

mutação



1 1 0 1 1
0 0 1 0 1

A2 = 0 1 1 1 | 1
A1 = 1 1 0 0 | 1

crossover



0 1 1 1 1
1 1 0 0 1


mutação



1 0 1 1 1
1 1 0 0 1

Nova pop.

A primeira geração do Problema 1 (II)



cromossomos	x	$f(x)$	prob. de seleção	
1	1 1 0 1 1	27	729	29,1%
2	1 1 0 0 1	25	625	24,9%
3	1 1 0 0 1	25	625	24,9%
4	1 0 1 1 1	23	529	21,1%

As demais gerações do Problema 1



**Segunda
Geração**

			x	$f(x)$
1	1 1 0 1 1	27	729	
2	1 1 0 0 0	24	576	
3	1 0 1 1 1	23	529	
4	1 0 1 0 1	21	441	

**Terceira
Geração**

		x	$f(x)$
1	1 1 0 1 1	27	729
2	1 0 1 1 1	23	529
3	0 1 1 1 1	15	225
4	0 0 1 1 1	7	49

As demais gerações do Problema 1 (II)



**Quarta
Geração**


		x	$f(x)$
1	1 1 1 1 1	31	961
2	1 1 0 1 1	27	729
3	1 0 1 1 1	23	529
4	1 0 1 1 1	23	529

**Quinta
Geração**

		x	$f(x)$
1	1 1 1 1 1	31	961
2	1 1 1 1 1	31	961
3	1 1 1 1 1	31	961
4	1 0 1 1 1	23	529

Outros Crossover's

- Crossover de 2-pontos



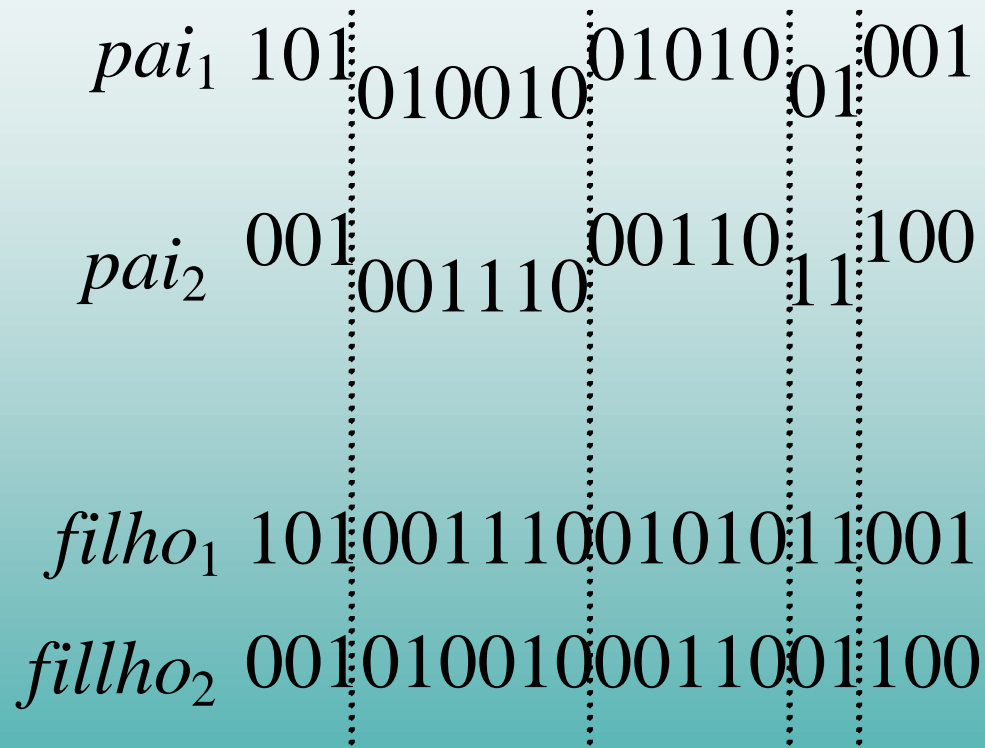
*pai*₁ 010011000101011
*pai*₂ 001001110001101

*filho*₁ 010001110101011
*filho*₂ 001011000001101

Two vertical dotted lines indicate the two crossover points between the parent strings. The first crossover point is between the 4th and 5th bits, and the second is between the 10th and 11th bits. The offspring strings show that the segments between these two points have been swapped between the two parent lines.

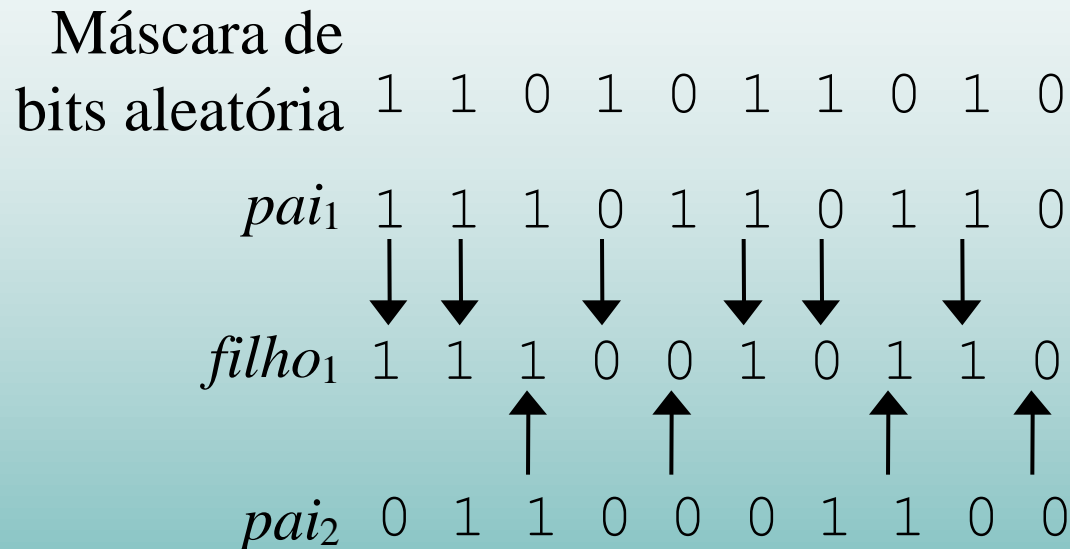
Considerado melhor que o crossover de 1 ponto.

Crossover de n-Pontos



Crossover de 4-pontos

Crossover Uniforme



O *filho*₁ tem 50% de chance de levar um bit do *pai*₁ e 50% de chance de levar um bit de *pai*₂

O *filho*₂ leva o que sobra de *pai*₁ e *pai*₂

Problema 2

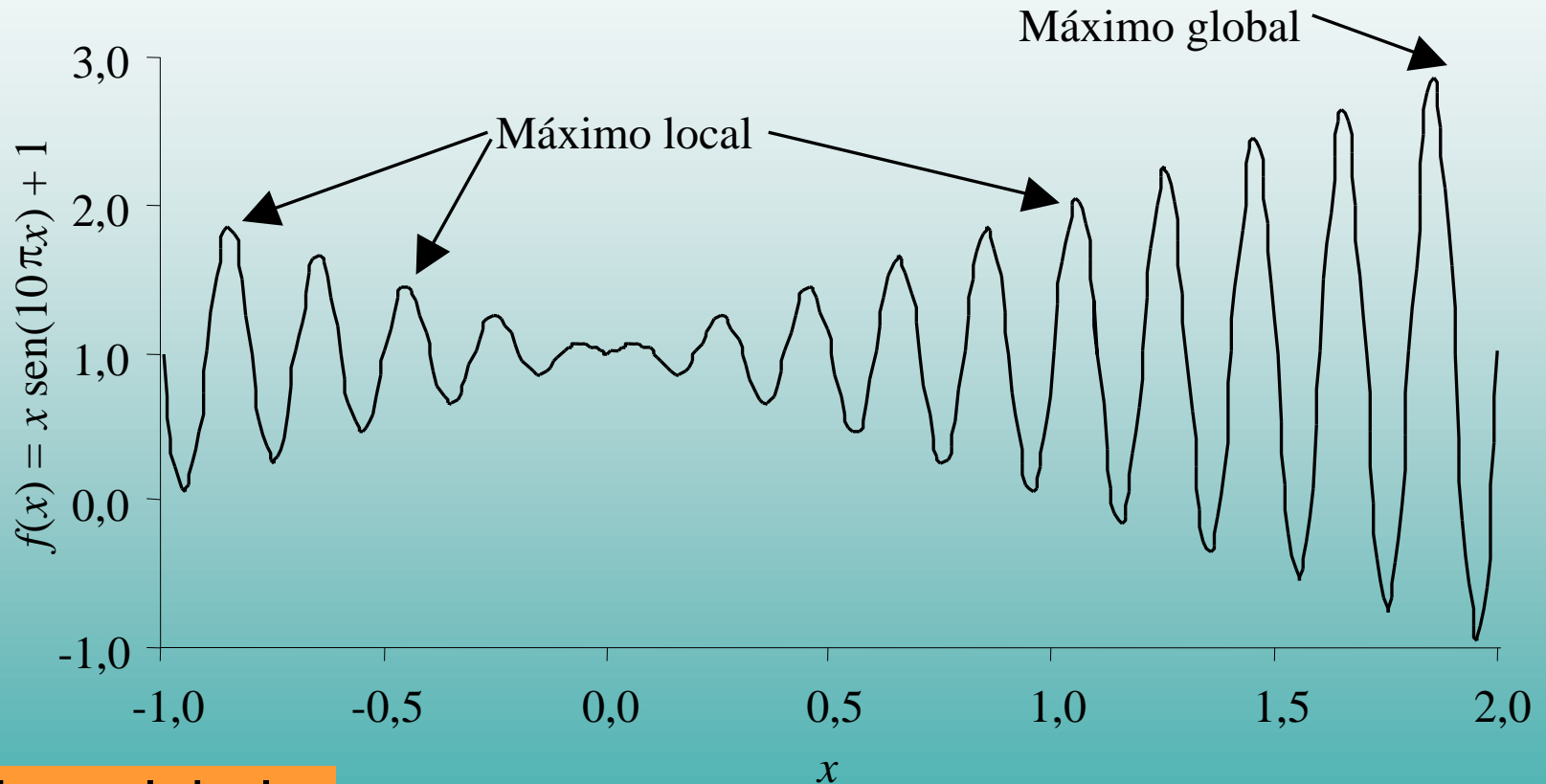
Achar o máximo da função utilizando Algoritmos Genéticos,

$$f(x) = x \operatorname{seno}(10\pi x) + 1,0$$

Restrita ao intervalo:

$$-1,0 \leq x \leq 2,0$$

Problema 2 (II)




Máximo global:

$$x = 1,85055$$

$$f(x) = 2,85027$$

Problema 2 (III)

- 
- Função multimodal com vários pontos de máximo.
 - É um problema de otimização global (encontrar o máximo global)
 - Não pode ser resolvido pela grande maioria dos métodos de otimização convencional.
 - Há muitos métodos de otimização local, mas para otimização global são poucos.

O Cromossomo Problema 2



- Representar o único parâmetro deste problema (a variável x) na forma de um cromossomo:
 - ◆ Quantos bits deverá ter o cromossomo?
 - ◆ Quanto Mais bits melhor precisão numérica.
 - ◆ Longos cromossomos são difíceis de manipular.
 - ◆ Para cada decimal é necessário 3,3 bits
 - ◆ Cromossomo com 22 bits

1000101110110101000111

O Cromossomo Problema 2 (II)



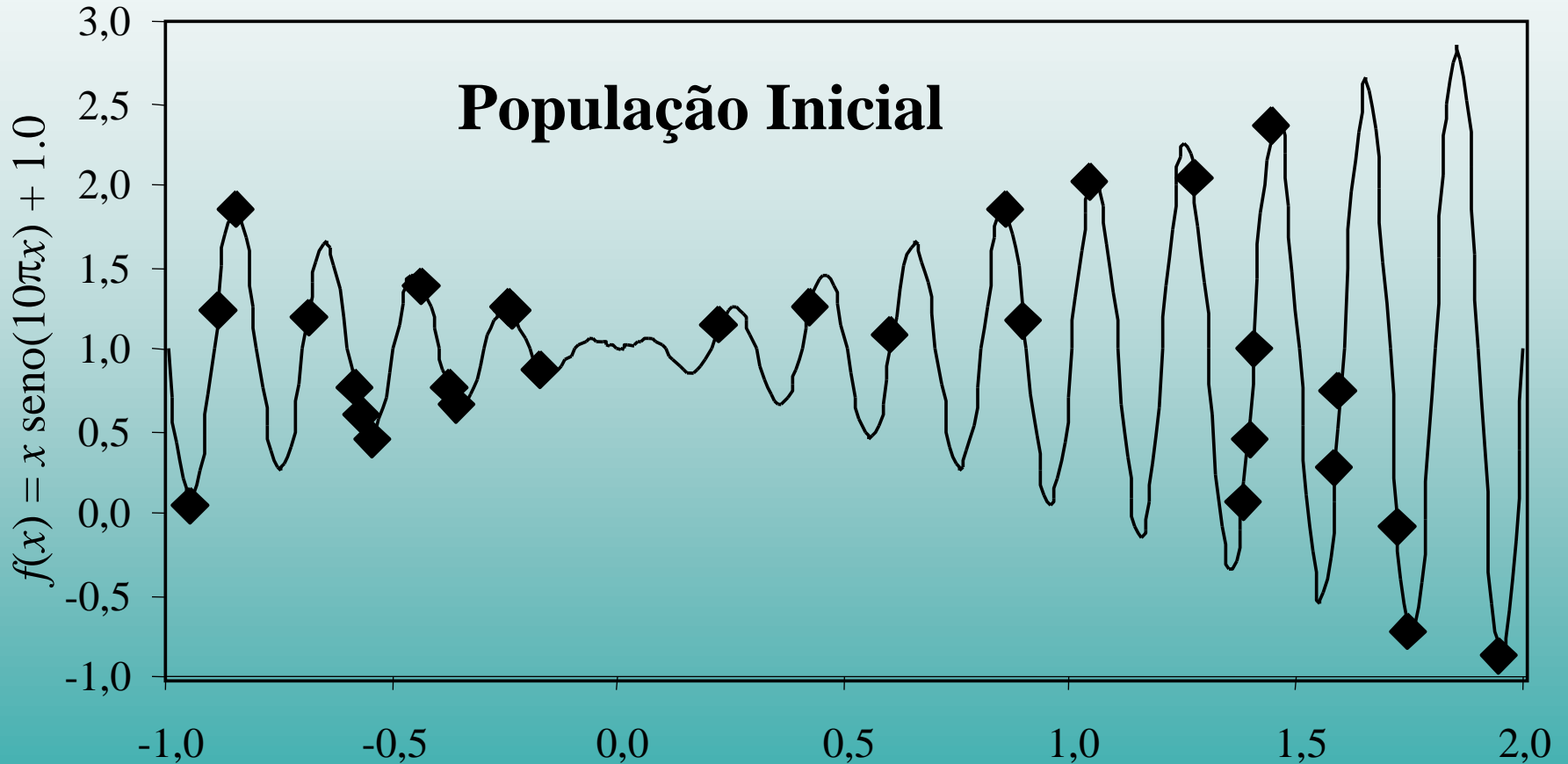
■ Decodificação

- ◆ cromossomo = 100010111011010101000111
- ◆ $b_{10} = (100010111011010101000111)_2 = 2288967$
- ◆ Valor de x precisa estar no intervalo $[-1,0; 2,0]$

$$x = \min + (\max - \min) \frac{b_{10}}{2^l - 1}$$

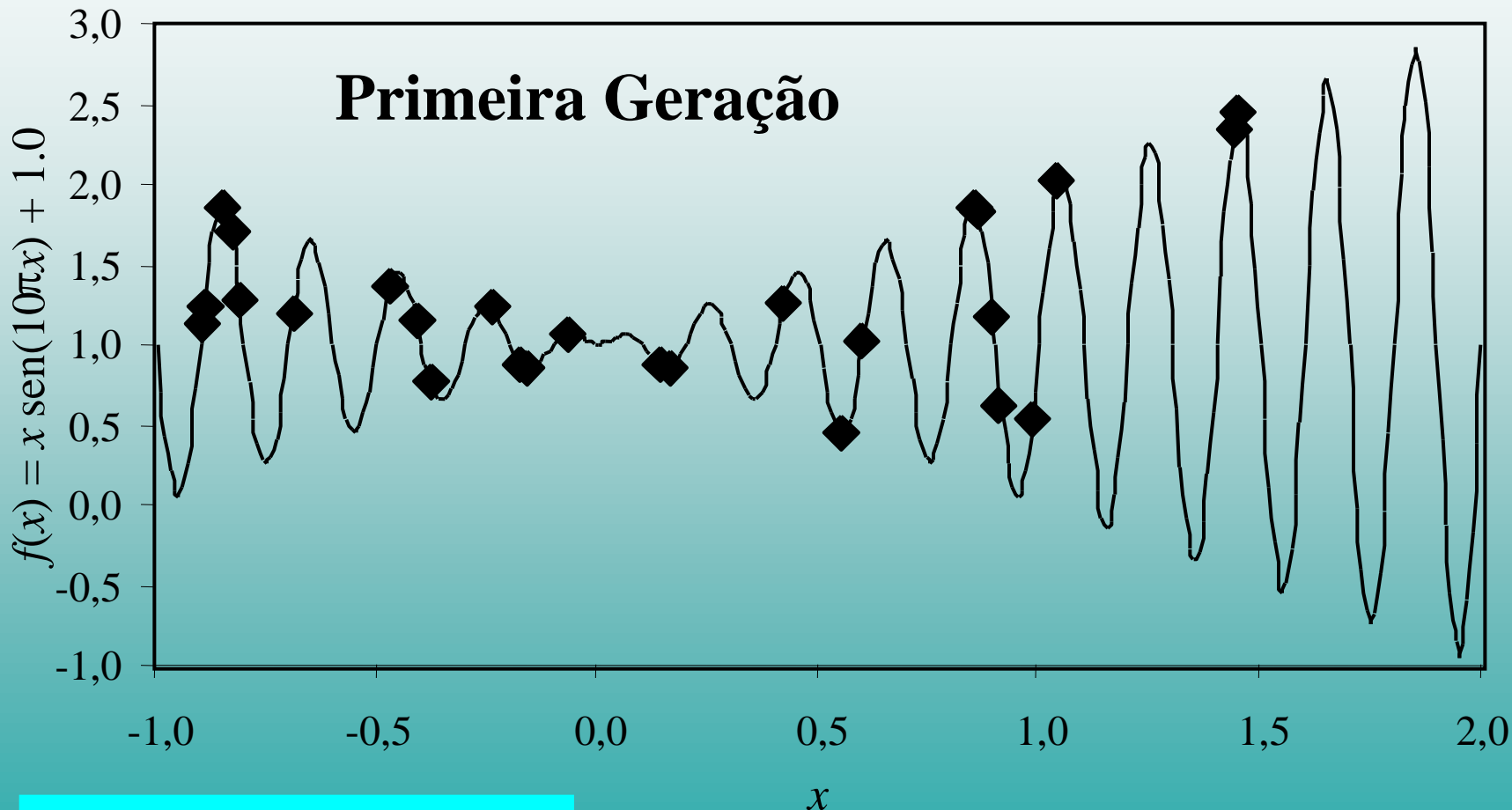
$$x = -1 + (2 + 1) \frac{2.288.967}{2^{22} - 1} = 0,637197$$

As Gerações do Problema 2



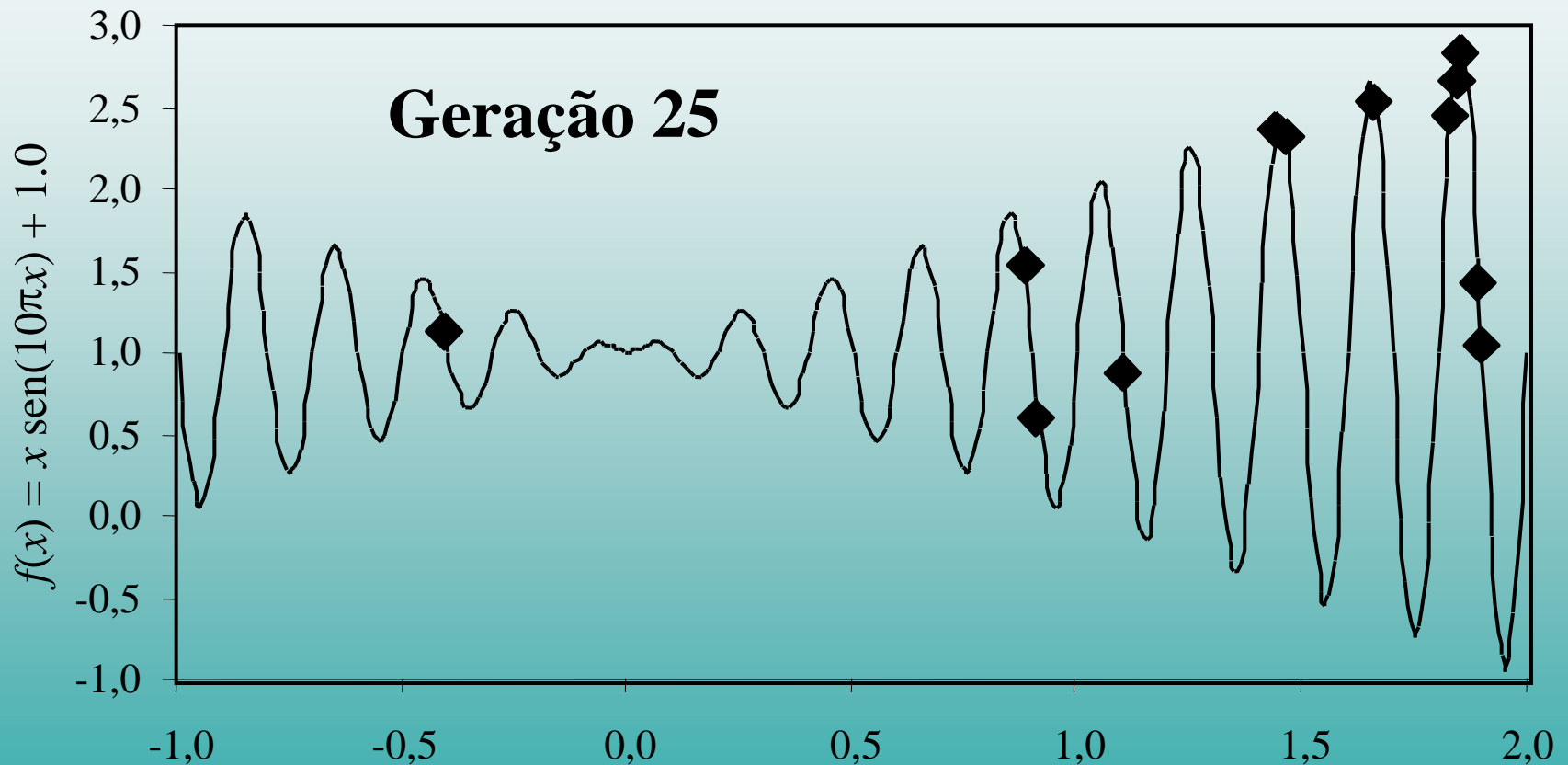
População gerada aleatoriamente

As Gerações do Problema 2 (II)



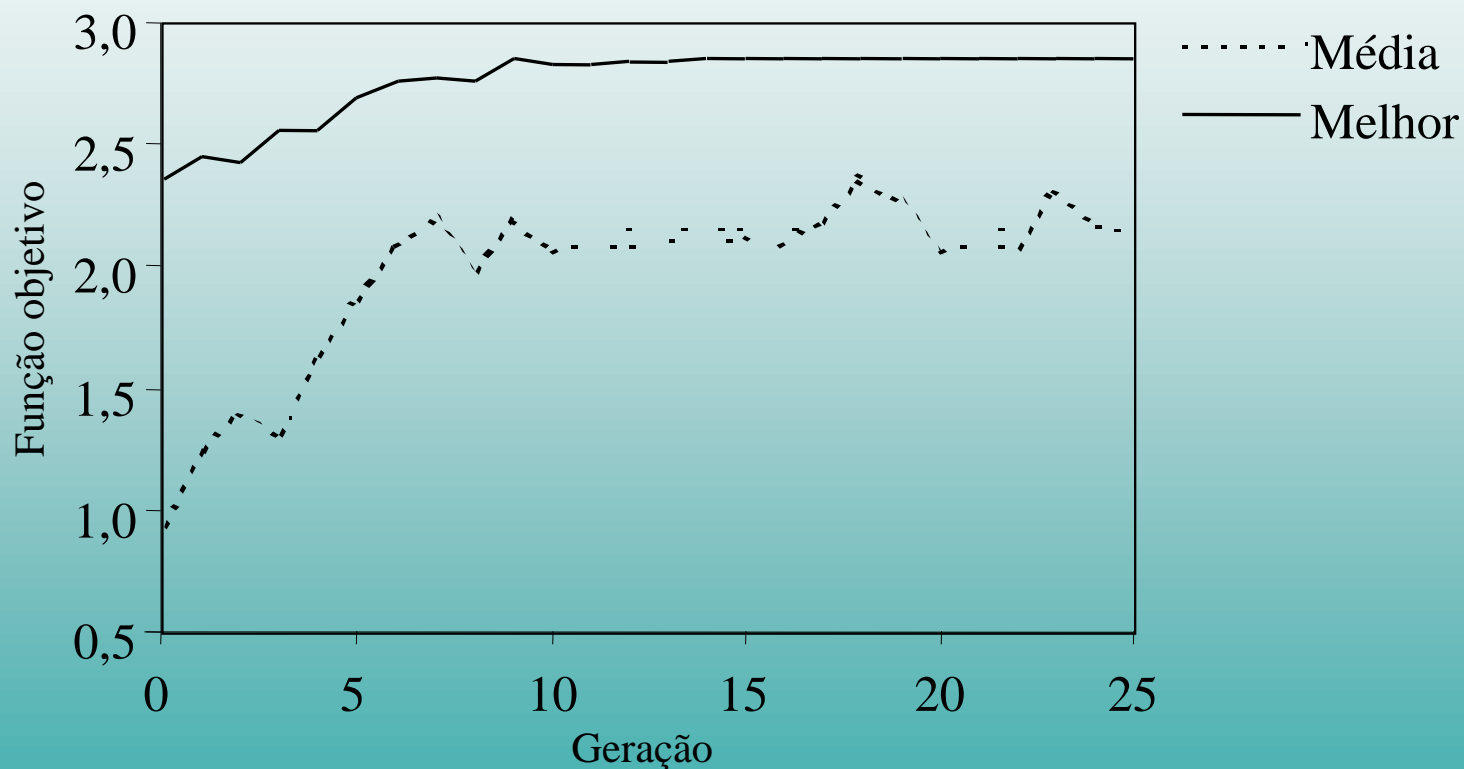
Pouca melhoria

As Gerações do Problema 2 (III)




A maioria dos indivíduos encontraram o máximo global

As Gerações do Problema 2 (IV)

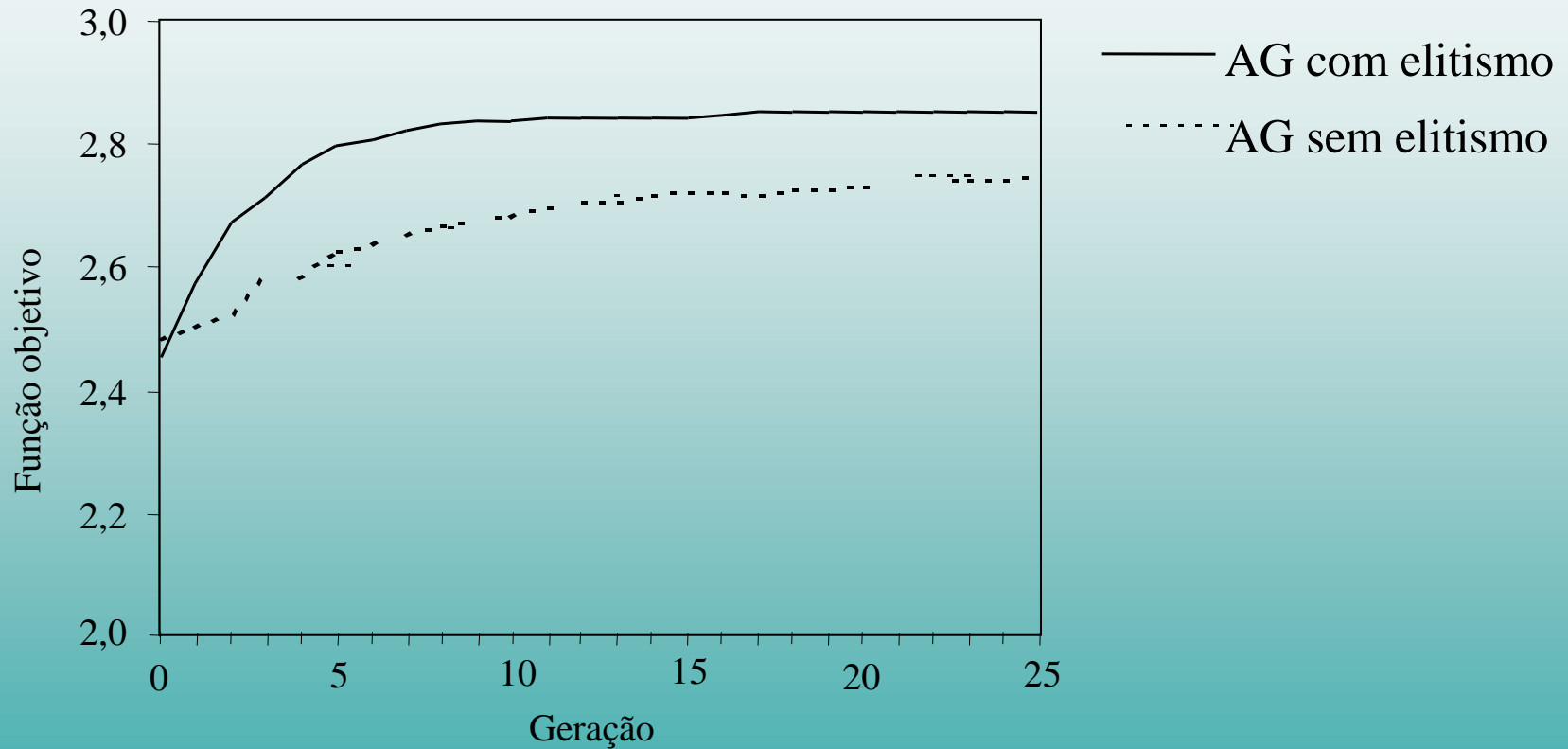


Na geração 15 o AG já encontrou o ponto máximo

Elitismo


- 
- O crossover ou mutação podem destruir a melhor indivíduo.
 - Por que perder a melhor solução encontrada?
 - Elitismo transfere a cópia do melhor indivíduo para a geração seguinte.

Elitismo no Problema 2



AG com elitismo é melhor ?

Critérios de Parada

- 
- Número de gerações.
 - Encontrou a solução (quando esta é conhecida).
 - Perda de diversidade.
 - Convergência
 - ◆ nas últimas k gerações não houve melhora da na aptidão
 - Média
 - Máxima

Terminologia

■ Indivíduo

- ◆ Simples membro da população.

■ Cromossomo e Genoma e :

- ◆ Coleção de genes
- ◆ Estrutura de dados que codifica a solução de uma problema.

■ Genótipo

- Na biologia, representa a composição genética contida no Genoma. Nos AGs, representa a informação contida no cromossomo ou genoma.

Terminologia

■ Fenótipo:

- ◆ Objeto ou estrutura construída a partir das informações do genótipo.
- ◆ É o cromossomo decodificado.
 - Exemplo: Se o cromossomo codifica as dimensões de um edifício, então o fenótipo é o edifício construído.

■ Gene:

- ◆ Codifica um simples parâmetro do problema

Exercício

- Encontrar de x para o qual a função $f(x) = x^2 - 3x + 4$ assume o valor mínimo.
 - ◆ Assumir que $x \in [-10, +10]$
 - ◆ Codificar X como vetor binário
 - ◆ Criar uma população inicial com 4 indivíduos
 - ◆ Aplicar Mutação com taxa de 1%
 - ◆ Aplicar Crossover com taxa de 60%
 - ◆ Usar seleção por torneio.
 - ◆ Usar 5 gerações.



Aspectos Práticos

Principais Tópicos

- ◆ População Inicial
- ◆ Funções Objetivo de Alto Custo
- ◆ Critérios de Parada
- ◆ Convergência Prematura
- ◆ Diversidade
- ◆ Tipos de Substituição
- ◆ Problemas na Aptidão

População Inicial (1/3)



- Gerada Aleatoriamente.
- Gerada uniformemente em uma grade.
- Gerada com tendenciosidade para regiões promissoras do espaço de busca

População Inicial (2/3)



- Para garantir que toda posição da cadeia tem 0 e 1 na população:

1) Gera a primeira metade da população aleatoriamente.

2) Inverte todos os bits da primeira metade: tem-se a segunda metade.

1a. metade	2 ^a metade
1011010	0100101
0111011	1000100
0001101	1110010
1100110	0011001

População Inicial (3/3)

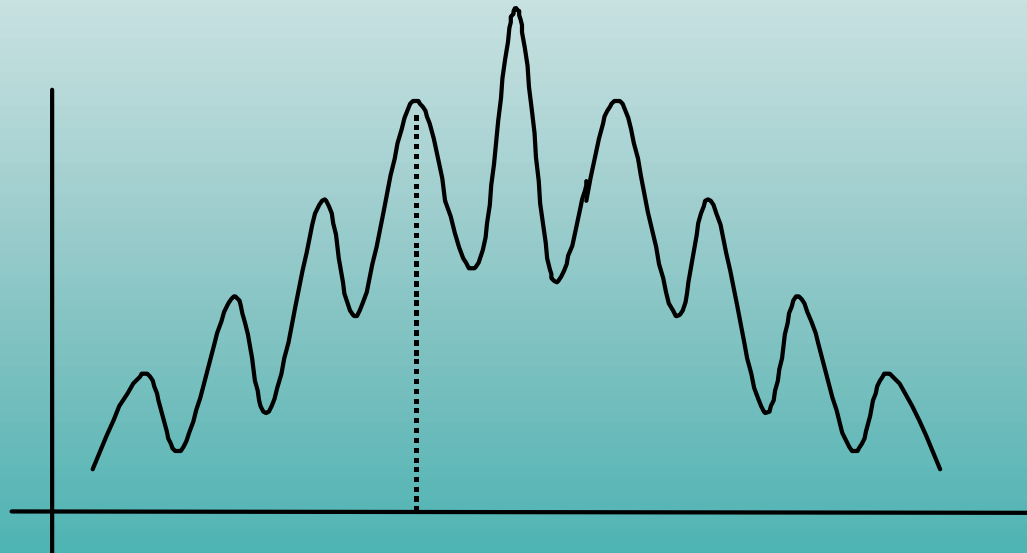


- *Seeding*: insere a solução obtida por outro método de otimização na população inicial (garante que AG não fará pior do que o outro método)
- Iniciar com uma larga população inicial e depois reduzir o tamanho.

Convergência Prematura (1/2)



- O AG converge para um mínimo/máximo local.



Convergência Prematura (2/2)

■ Causas:

- ◆ Excessivo números de filhos de um mesmo indivíduo (o superindivíduo)
- ◆ Perda de diversidade.
- ◆ *Genetic Drift*
 - Desaparecimento de um determinado gene na população.
 - Ocorre principalmente em pequenas populações.
- ◆ Alta pressão de seleção
 - Poder que faz com que os indivíduos com maior aptidão tenham mais descendentes.

Diversidade (1/2)

■ Combatendo a perda de diversidade

- ◆ Aumentar a taxa de mutação.
- ◆ Evitar cromossomos duplicatas na população.
- ◆ Diminuir a pressão da seleção.

Diversidade (2/2)

■ Combatendo a perda de diversidade

- ◆ Controlar o número de filhos do superdividuo (indivíduo com alta aptidão, mas não com aptidão ótima) usando:
 - Ranking.
 - Escalamiento.
 - Seleção por torneio.

Tipos de Substituição



- Substituição Geracional
- Substituição Geracional com Elitismo
- Substituição de Estado Uniforme

Substituição Geracional



Seja N o tamanho da população:

- ◆ Os N pais são substituídos pelos N filhos em cada geração.
- ◆ Os N pais são substituídos por N indivíduos do conjunto união de pais e filhos.
- Comentário: o segundo caso aumenta a pressão de seleção.

Substituição Geracional com Elitismo




- Os $k < N$ melhores pais nunca são substituídos.
- Tipicamente $k = 1$
- Aumentando k aumenta a pressão de seleção (risco de convergência prematura).

Substituição de Estado Uniforme (1/2)

- Em cada “geração” apenas 2 (ou 1) filhos são gerados e substituem:
 - ◆ Os 2 piores indivíduos da população.
 - ◆ Os pais.
 - ◆ Os 2 indivíduos mais velhos (i.e. que estão a mais tempo da população), pois já transmitiram os seus genes.
- Taxa de crossover é geralmente alta (~1)

Substituição de Estado Uniforme (2/2)

- 
- Alternativamente, $k < N$ filhos são gerados e substituem os k piores indivíduos.
 - Evitar inserir um filho na população quando já existe uma duplicata dele na população.


Problemas na Aptidão (1/3)



- Aptidão negativa não funciona com a roleta
- Aptidão excessivamente alta
 - Poucos indivíduos ocupando larga fatia da roleta
 - Muitos indivíduos ocupando pequena fatia da roleta
 - Causa convergência prematura
- ◆ Solução: controlar o número de filhos do superindivíduo.

.

Problemas na Aptidão (2/3)

- 
- Resolução insuficiente para diferenciar os melhores dos piores indivíduos.
 - ◆ A seleção torna-se aleatória (Passeio ao Acaso).
 - ◆ Convergência lenta

Problemas na Aptidão (3/3)


■ Exemplo:

Cromossomo	Função objetivo	Probabilidade de seleção
A	2000,999588	20,004%
B	2000,826877	20,002%
C	2000,655533	20,001%
D	2000,400148	19,998%
E	2000,102002	19,995%


■ Soluções

- ◆ Expandir o intervalo da aptidão (usando ranking)
- ◆ Seleção por torneio

Critérios de Parada

- 
- Atingiu um dado número de gerações ou avaliações.
 - Encontrou a solução (quando esta é conhecida).
 - Perda de diversidade.
 - Convergência: não ocorre melhora significativa na solução durante um dado número de gerações.


Funções Objetivo de Alto Custo (1/3)

- 
- Em muitos problemas do mundo real o custo computacional do AG está concentrado na avaliação do indivíduo.
 - Exemplo:
 - ◆ Simulação completa de um processo.
 - ◆ Um treinamento de uma rede neural.

Funções Objetivo de Alto Custo (2/3)

- Dicas para reduzir o números de reavaliações do indivíduo:
 - ◆ Evitar cromossomos iguais na população inicial.
 - ◆ Verificar se o filho já existe nas populações passadas e na atual.
 - ◆ Verificar se filho = pai (e.g. checar se crossover e mutação foi aplicado).
 - ◆ Manter a população com cromossomos distintos.

Funções Objetivo de Alto Custo (3/3)

- 
- Simplificar a função objetivo (pelo menos nas gerações iniciais)
 - Usar um método de subida de encosta quando o AG já encontrou as regiões promissoras do espaço de busca (nas gerações finais).