Lógicas Difusas e Sistemas Difusos

Teresa Bernarda Ludermir

Introdução (1/2)

- O conhecimento humano é muitas vezes incompleto, incerto ou impreciso.
- A IA preocupa-se com formalismos de representação e raciocínio que permitam o tratamento apropriado a cada tipo de problema.
- No mundo real muitas vezes é utilizado conhecimento incerto.
  - Incertezas estocásticas.
  - Incertezas léxicas.

Alto é um conceito vago.

Introdução (2/2)

- Incertezas estocásticas
  - Ex.: “A probabilidade de acertar o alvo é de 0.8”
- Incertezas léxicas
  - Ex.: homens altos, dias quentes, moeda estável
  - A experiência do especialista A mostra que B está quase para ocorrer, porém, o especialista C está convencido de que não é verdade.
- Incerteza pode ser tratada de várias formas entre elas com Lógicas Difusas (= Nebulosas, *Fuzzy*) e Redes Bayseanas.
- Os fundamentos da lógica difusa foram estabelecidos em 1965, por Lotfi Zadeh.

História

- 1965 Seminal paper “Fuzzy Logic” por Prof. Lotfi Zadeh,
- 1970 Primeira aplicação de Lógica Fuzzy em engenharia de controle (Europa)
- 1975 Introdução de Lógica Fuzzy no Japão
- 1980 Verificação empírica de Lógica Fuzzy na Europa
- 1985 Larga aplicação de Lógica Fuzzy no Japão
- 1990 Larga aplicação de Lógica Fuzzy na Europa
- 1995 Larga aplicação de Lógica Fuzzy nos Estados Unidos
- 2000 Lógica Fuzzy tornou-se tecnologia padrão e é também aplicada em análise de dados e sinais de sensores. Aplicação de Lógia Fuzzy em finanças e negócios

Nós veremos primeiro a teoria de base, depois a formalização e por último a implementação.

Hierarquia

Sistemas Difusos (implementação)

Lógicas Difusas (formalização)

Teoria dos Conjuntos Difusos (teoria de base)

Teoria clássica dos conjuntos (1/3)

- Os conjuntos (*crisp*) podem ser definidos das seguintes maneiras:
  - Enumeração de todos os elementos do universo de discurso pertencentes à ele.
    - Ex.: $A : \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
  - Relação bem definida entre os elementos do universo de discurso.
    - Ex.: $A : \{x \in U / x > 0\}$
  - Predicado da lógica clássica bivalente.
    - Ex.: maior_que_zero(x)

Teoria clássica dos conjuntos (2/3)

- Outra forma de definir os conjuntos:
  - Função característica ou função de pertinência.

$$\mu : U \to \{0, 1\}$$

  - Então...

$$\mu_A : U \to \{0, 1\}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \notin A \\ 1, & \text{se } x \in A \end{cases}$$

Teoria clássica dos conjuntos (3/3)

– Graficamente:

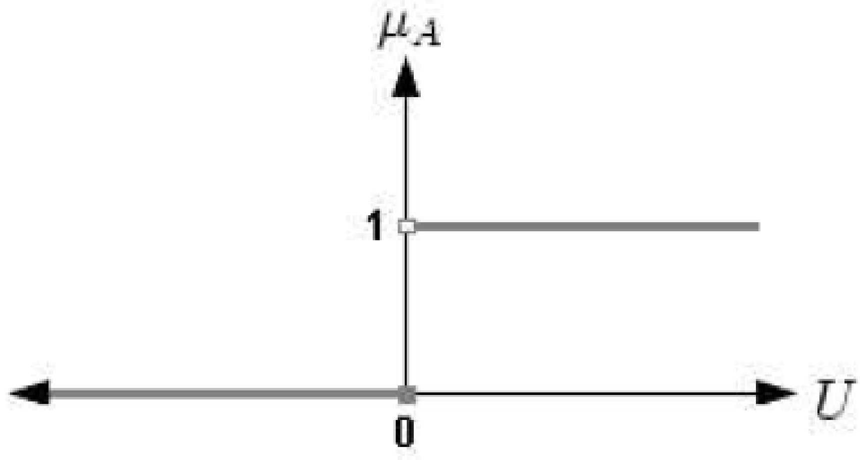


Figura 2.1: Gráfico representando o conjunto A no universo U

– Relações de pertinência:

- $6 \in A$ ou $\mu_A(6) = 1$
- $-6 \notin A$ ou $\mu_A(-6) = 0$

Teoria dos conjuntos difusos

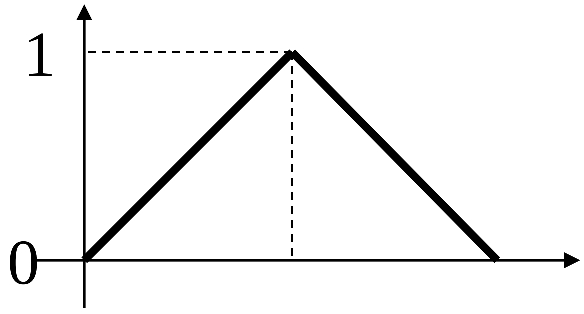
- Os conjuntos difusos são conjuntos cujos elementos possuem valores de pertinência que variam no intervalo [0,1]: $\mu_F : U \rightarrow [0,1]$
  - Elemento com pertinência 0 = não pertence ao conjunto difuso F.
  - Elemento com pertinência 1 = é uma representação completa do conjunto difuso F.
- Conjuntos difusos são uma generalização dos conjuntos *crisp*.
- Definição da função de pertinência depende:
  - Do significado lingüístico definido para o conjunto.
  - Da sua interpretação no contexto do universo utilizado.

Tipos de função de pertinência (1/2)

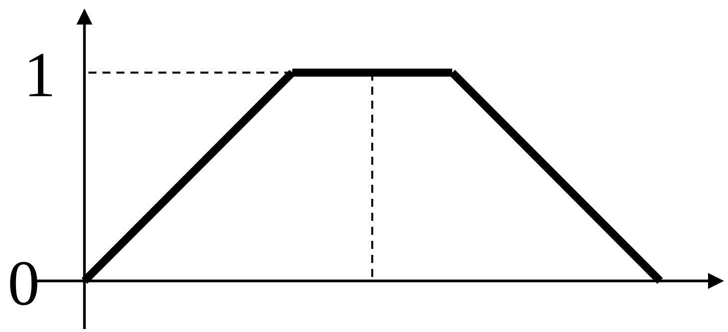
- As funções de pertinência podem ser de vários tipos:
  - Triangular
  - Trapezoidal
  - Sino
  - ...

Tipos de função de pertinência (2/2)

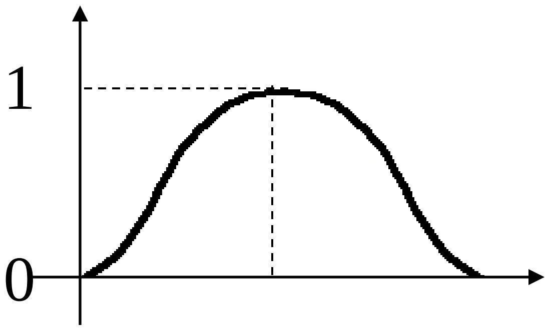
- Triangular



- Trapezoidal



- Sino



Entendendo o princípio da teoria dos conjuntos difusos (1/4)

Curiosidade do Cotidiano:

Diálogo entre Artur e Rodrigo para decidir
"O quão rápido é um carro rápido"

Entendendo o princípio da teoria dos conjuntos difusos (2/4)

Artur: ... então podemos criar uma categoria para carros rápidos $u_{RÁPIDO}$ [x] = { velocidade ≥ 100 };

Rodrigo: ... e um carro a 99.5 km/h não é rápido?

Artur: ... vamos diminuir o limite para 99, combinado?

Rodrigo: ... ainda não. E 98.5?

Artur: Temos que parar em algum ponto !

Rodrigo: Porque?

Artur: ... concordar em algum ponto onde os carros não estão rápidos.

Entendendo o princípio da teoria dos conjuntos difusos (3/4)

Rodrigo: É verdade. Então vamos dizer que carros abaixo de 35 km/h não são rápidos.

Artur: ... concluímos que $u_{RÁPIDO}[x] = \{ \text{velocidade} \geq 35 \text{ e velocidade} \geq 100 \}$. Não, não podemos ter dois limites para rápido. Então $u_{RÁPIDO}[x] = \{ \text{velocidade} \geq 35 \}$.

Rodrigo: Não! Carros a 35 km/k são lentos para serem considerados rápidos.

Artur: Sem problemas. 35 será o mínimo para ser considerado rápido - não em todos os casos, e

Entendendo o princípio da teoria dos conjuntos difusos (4/4)

Artur: 100 será a velocidade que nós dois consideramos ser rápido. Qualquer valor entre eles terá o seu grau de rapidez.

- Esta variação de grau de rapidez significa que alguns carros estarão mais fortemente associados com a categoria rápido do que outros;
- Este grau pode assumir qualquer valor em um determinado intervalo, não ficando restrito apenas a PERTENCER ou NÃO PERTENCER ao conjunto;
- Finalmente Artur e Rodrigo conseguiram entender o princípio da teoria dos conjuntos difusos.

Representação dos conjuntos difusos (1/2)

- Analiticamente - universo discreto e composto por poucos elementos.
  - Ex.: Conjunto dos números inteiros pequenos entre –10 e 10.

$$\mu_F(x) =$$

$$\{0.0/-10,\ 0.0/-9,\ 0.0/-8,\ 0.0/-7,\ 0.0/-6,\ 0.0/-5,$$
$$0.2/-4,\ 0.4/-3,\ 0.6/-2,\ 0.8/-1,\ 1.0/0,\ 0.8/1,\ 0.6/2,\ 0.4/3,\ 0.2/4,$$
$$0.0/5,\ 0.0/6,\ 0.0/7,\ 0.0/8,\ 0.0/9,\ 0.0/10\}$$

Representação dos conjuntos difusos (2/2)

- Gráfico da função de pertinência (diagrama Hassi-Euler (H-E)) – universo contínuo ou discreto com grande quantidade de elementos.
  - Ex.: Conjunto dos números reais pequenos entre –10 e 10.

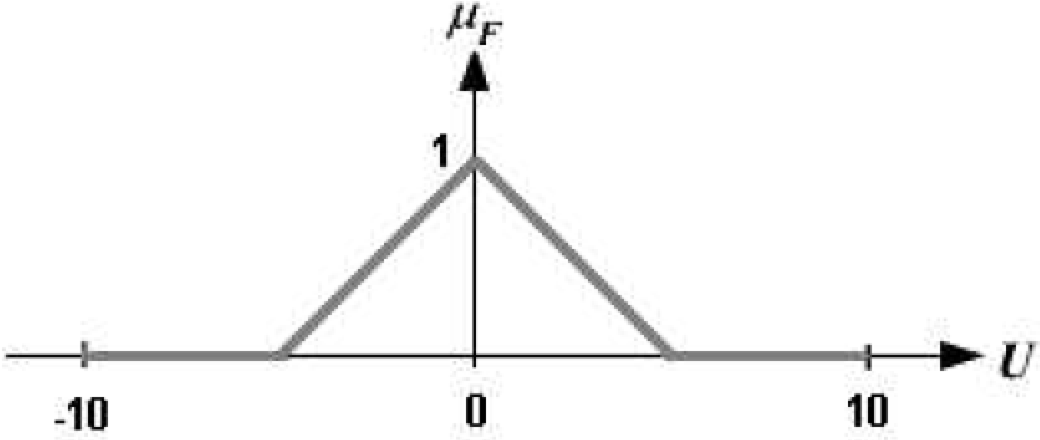
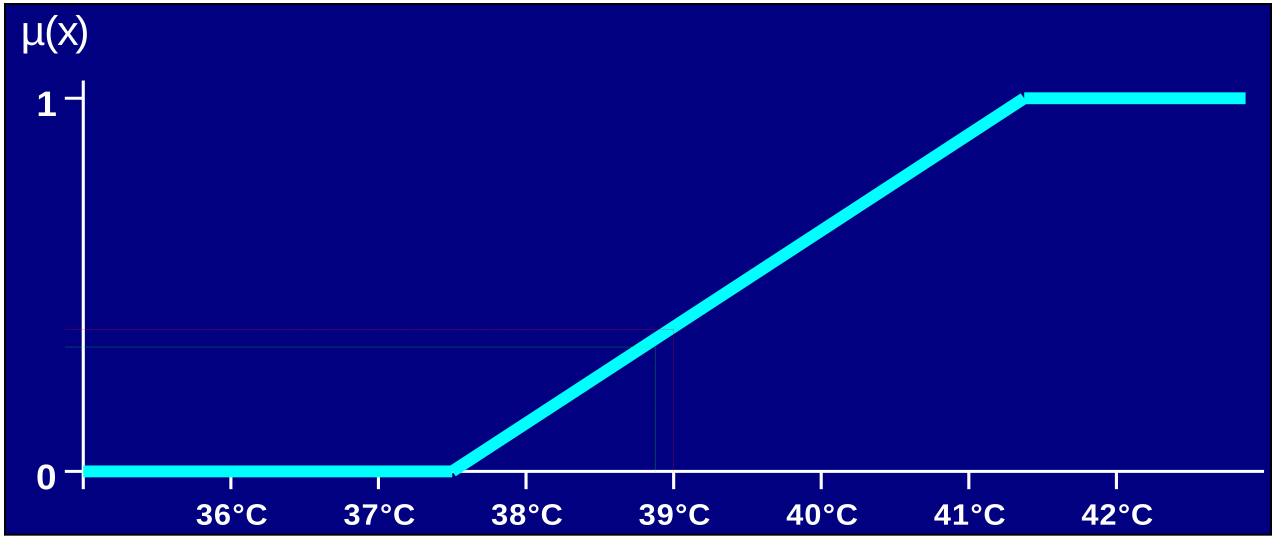


Figura 2.2: Exemplo de diagrama H-E

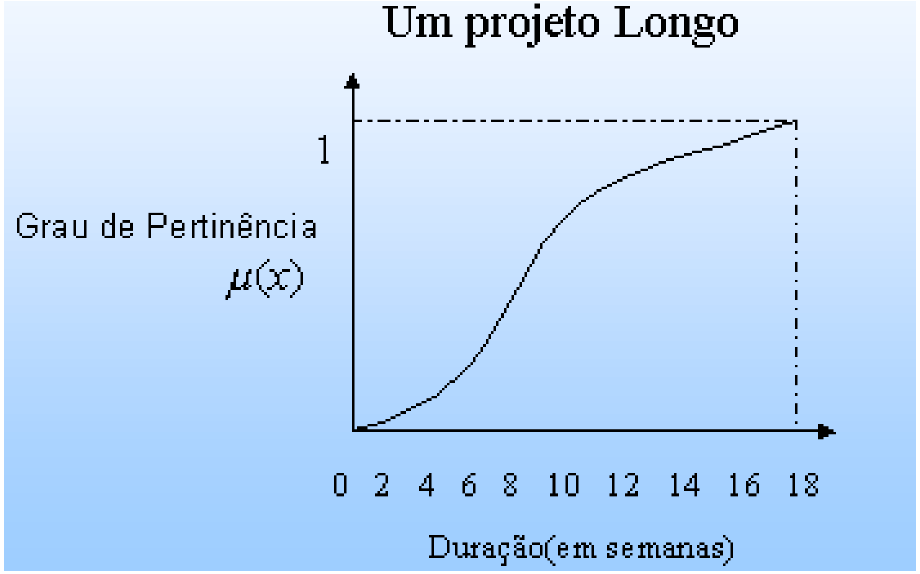
Exemplos de conjuntos difusos (1/2)

- Conjunto febre alta
  - Definição analítica (discreta):
    - **$\mu_{FA}(35°C) = 0$ $\mu_{FA}(38°C) = 0.1$ $\mu_{FA}(41°C) = 0.9$**
    - **$\mu_{FA}(36°C) = 0$ $\mu_{FA}(39°C) = 0.35$ $\mu_{FA}(42°C) = 1$**
    - **$\mu_{FA}(37°C) = 0$ $\mu_{FA}(40°C) = 0.65$ $\mu_{FA}(43°C) = 1$**
  - Gráfico H-E:



Exemplos de conjuntos difusos (2/2)

- Conjunto projetos longos
  - Definição analítica (discreta):
    - $\mu_{PL}(2) = 0.2$ $\mu_{PL}(8) = 0.5$ $\mu_{PL}(14) = 0.8$
    - $\mu_{PL}(4) = 0.3$ $\mu_{PL}(10) = 0.6$ $\mu_{PL}(16) = 0.9$
    - $\mu_{PL}(6) = 0.4$ $\mu_{PL}(12) = 0.7$ $\mu_{PL}(18) = 1.0$
  - Gráfico H-E:



Ressaltando

- Cada elemento de um conjunto difuso possui o grau com que ele é membro do conjunto.
  - Ex.: cada projeto é membro do conjunto projetos longos com um determinado grau.
- Os conjuntos difusos são funções.
- A definição de um conjunto depende do significado lingüístico definido para o conjunto.
  - Ex.: A definição do conjunto projetos longos depende do significado lingüístico de “projetos longos”.
- A definição de um conjunto depende do contexto.
  - Ex.: a definição de um projeto longo depende do contexto, a definição de um homem alto depende do contexto.

Conjuntos difusos: operadores (1/5)

- Intersecção (t-norm) $\mu_{(A \cap B)}(x_i) = \mu_A(x_i) \wedge \mu_B(x_i)$
  - Mínimo:

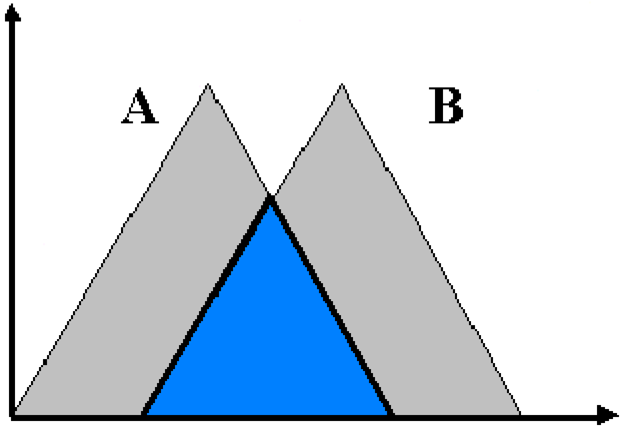
    $$\mu_{A \cap B}(x_i) = min[\mu_A(x_i), \mu_B(x_i)]$$

  - Produto:

    $$\mu_{A \cap B}(x_i) = \mu_A(x_i).\, \mu_B(x_i)$$

  - Soma limitada:

    $$\mu_{A \cap B}(x_i) = max[(0, \mu_A(x_i) + \mu_B(x_i) - 1)]$$



Conjuntos difusos: operadores (2/5)

- União (t-conorm) $\mu_{(A \cup B)}(x) = \mu_A(x_i) \vee \mu_B(x_i)$
  - Máximo:

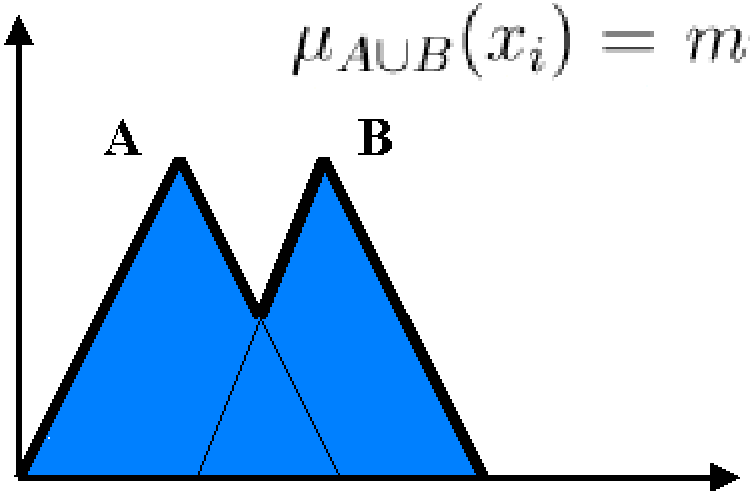
    $$\mu_{A\cup B}(x_i) = max[\mu_A(x_i), \mu_B(x_i)].$$

  - Produto ou soma probabilística:

    $$\mu_{A\cap B}(x_i) = \mu_A(x_i) + \mu_B(x_i) - \mu_A(x_i)\mu_B(x_i)$$

  - Soma limitada:

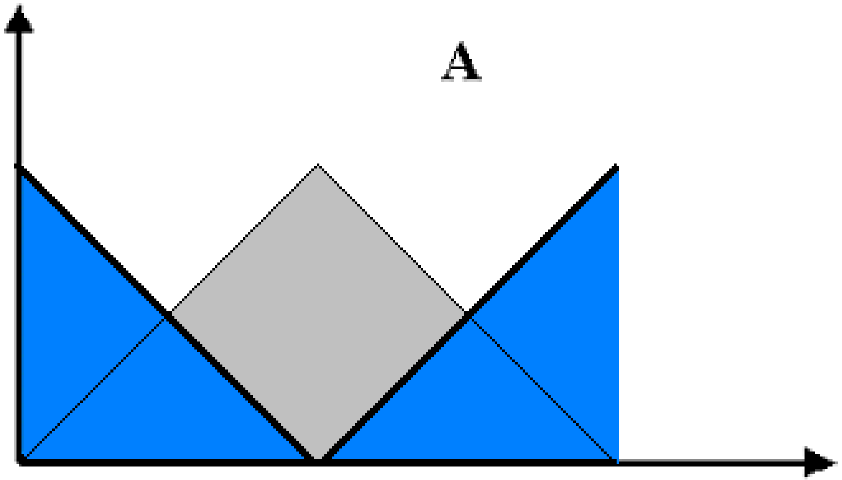
    $$\mu_{A\cup B}(x_i) = min[1, \mu_A(x_i) + \mu_B(x_i)]$$



Conjuntos difusos: operadores (3/5)

- Complemento

$$\mu_{\overline{A}}(x_i) = 1 - \mu_A(x_i)$$



Conjuntos difusos: operadores (4/5)

- Em conjuntos difusos

$$\mu(\neg A \cup A) \neq \mu(TRUE) \text{ e } \mu(\neg A \cap A) \neq \mu(FALSE),$$

diferentemente da teoria dos conjuntos clássica.

- Considere: $\mu(A) = 1/2,$

$$\begin{aligned}
\mu(\neg A \cup A) &= \max(\neg\mu(A), \mu(A)) \\
&= \max(1-1/2, 1/2) \\
&= 1/2 \neq 1 \\
\mu(\neg A \cap A) &= \min(\neg\mu(A), \mu(A)) \\
&= \min(1-1/2, 1/2) \\
&= 1/2 \neq 0
\end{aligned}$$

Conjuntos difusos: operadores (5/5)

- Dependendo de como são definidos os conectivos AND e OR, uma nova lógica é criada. O conectivo NOT é, em geral, imutável.
- A lógica de Zadeh utiliza os operadores de mínimo para intersecção e máximo para união.

Isomorfismo

Teoria dos conjuntos	Lógica	Álgebra
Pertinência	Verdade	Valor
Membro ($\in$)	Verdadeiro (V)	1
Não-membro ($\notin$)	Falso (F)	0
Intersecção ($\cap$)	E ($\wedge$)	Produto ($\cdot$)
União ($\cup$)	OU ($\vee$)	Soma ($+$)
Complemento ($\overline{Conj}$)	NÃO ($\neg$)	Complemento ($'$)

Tabela 2.1: Equivalências entre teoria dos conjuntos, lógica e álgebra

Lógicas difusas

- Características:
  - Permitem valores-verdade diferentes de 0 e 1.
  - Permitem predicados:
    - Precisos (ex.: pai_de).
    - Imprecisos (ex.: cansado).
  - Quantificadores podem ser de vários tipos.
    - Ex.: Maioria, muitos, vários.
  - Podem ser utilizados modificadores de predicados.
    - Ex.: mais ou menos, extremamente.

Qualificadores (1/7)

- São modificadores de predicados.
- Mudam o gráfico da função de pertinência.
- Aumentam o poder expressivo das lógicas difusas.
- São funções, assim como os conjuntos difusos.

Qualificadores (2/7)

Qualificador	**Função**
Por volta de, Aproximadamente	Aproxima um escalar
Bastante, extremamente	Aumenta a precisão do conjunto
Um pouco	Dilui o conjunto
Não	Complementar
Mais que, maior que	Restringe uma região
Menos que, menor que	Restringe uma região

Qualificadores (3/7)

- O qualificador “aproximadamente”:

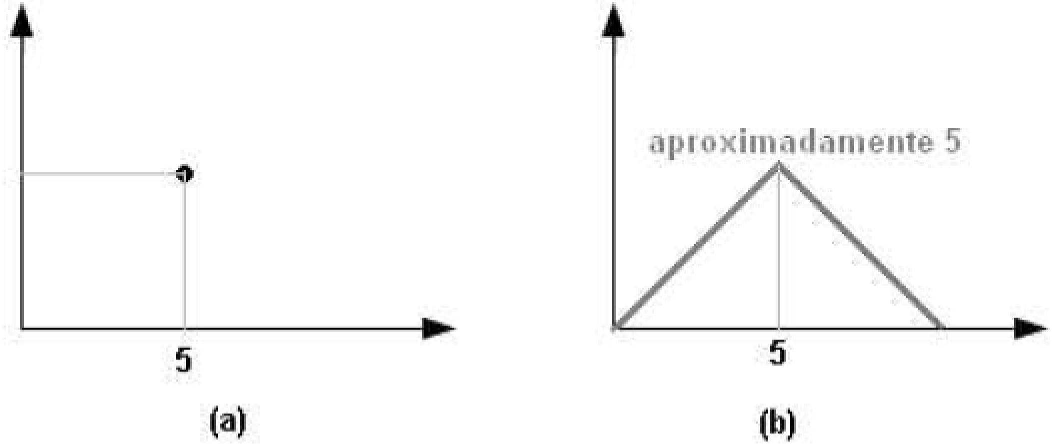
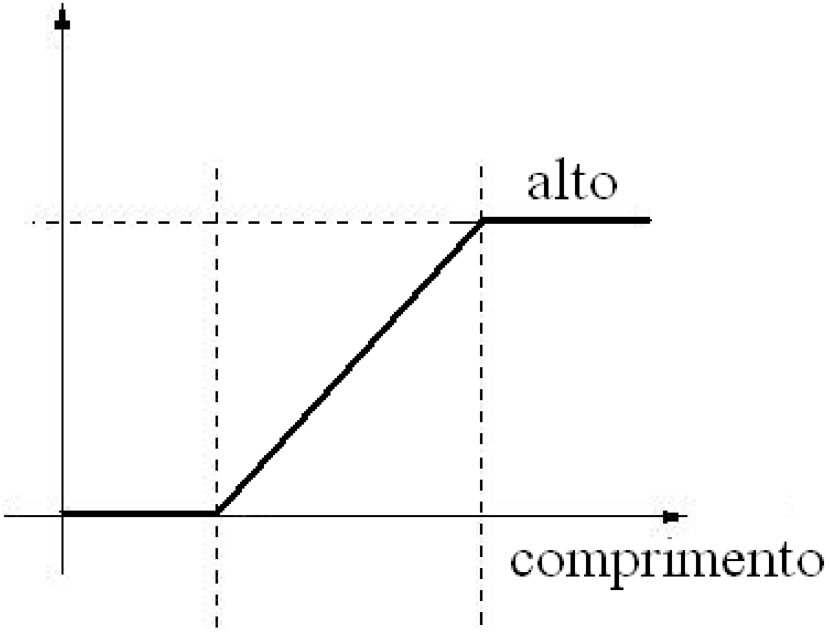
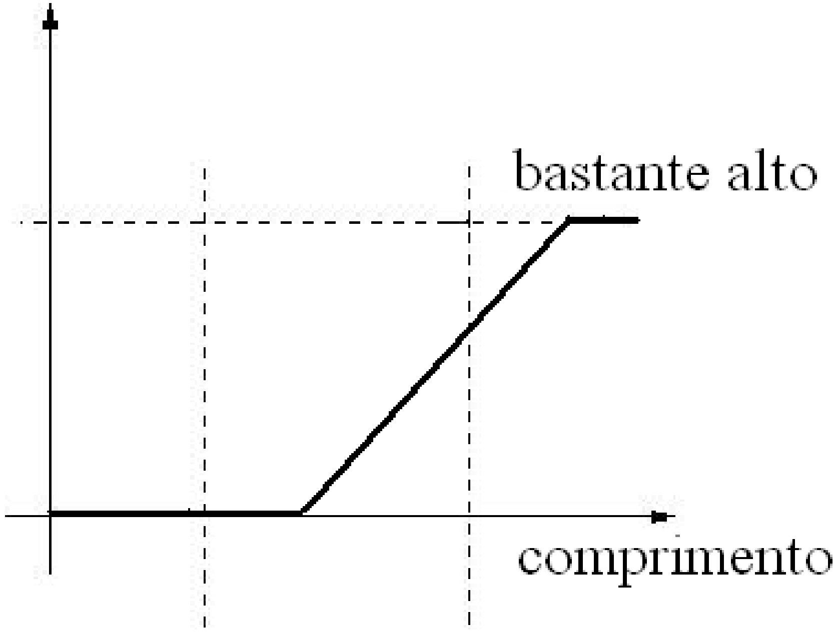


Figura 2.3: Exemplo de modificação de função de pertinência através de qualificadores

Qualificadores (4/7)

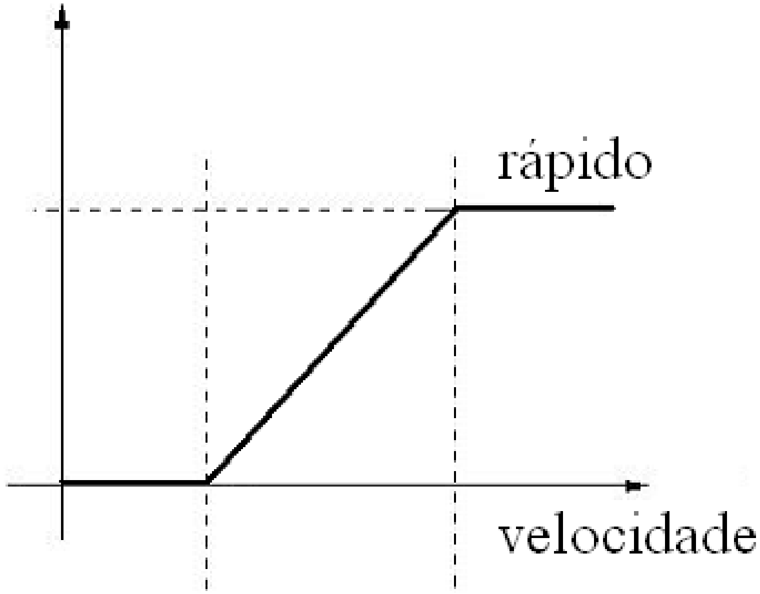
- O qualificador “bastante”:

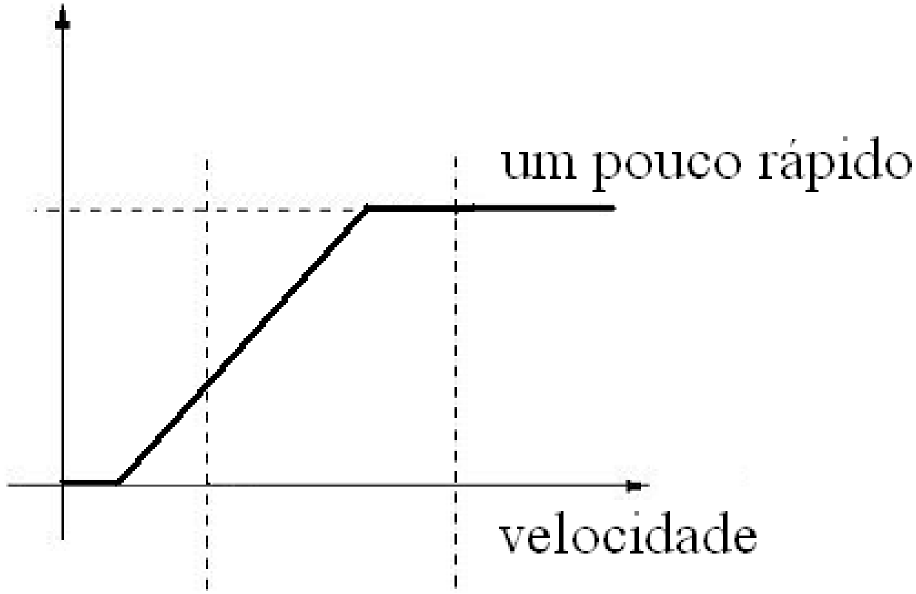




Qualificadores (5/7)

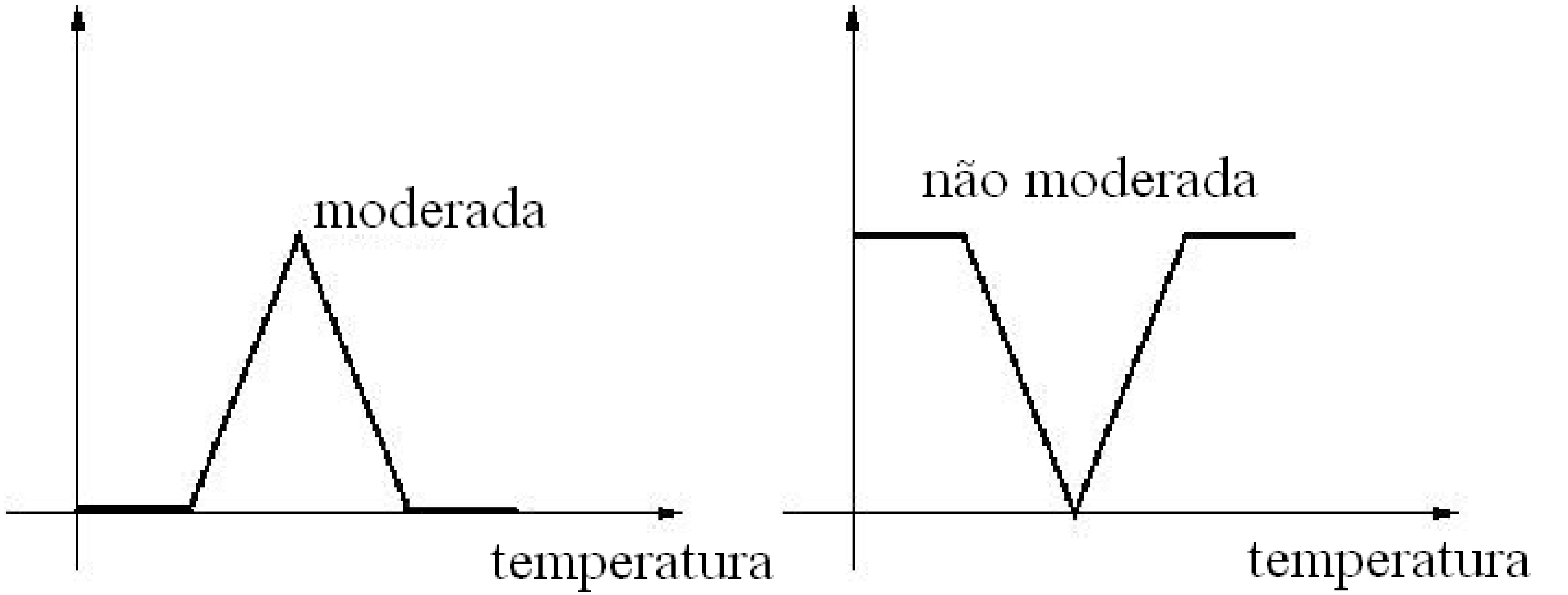
- O qualificador “um pouco”:





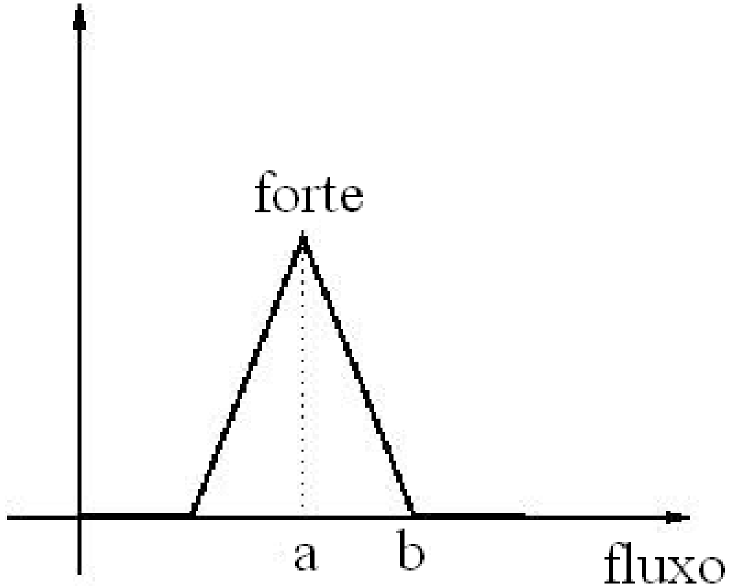
Qualificadores (6/7)

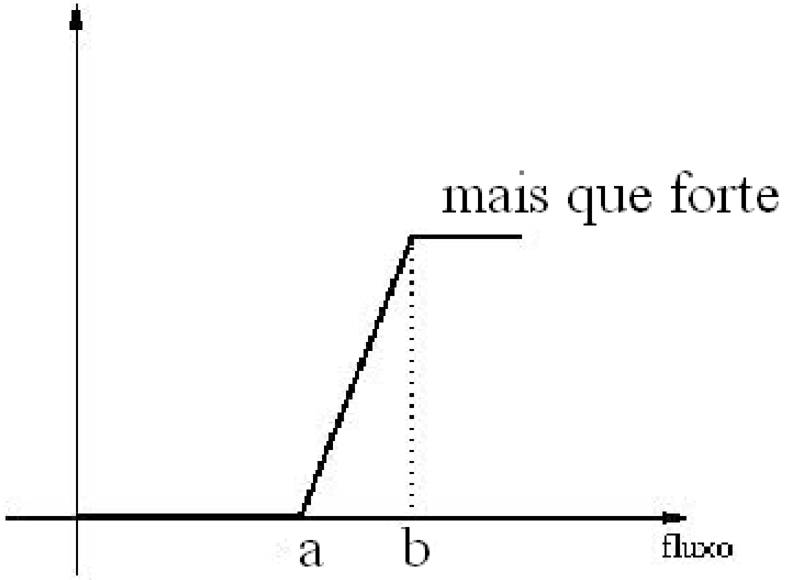
- O qualificador “não”:



Qualificadores (7/7)

- O qualificador “mais que”:





Variáveis lingüísticas (1/4)

- É uma entidade utilizada para representar de modo impreciso um conceito ou variável de um dado problema.
  - Ex.: temperatura, altura, peso.
- Seu valor é expresso:
  - Qualitativamente (por **termos lingüísticos)**.
    - Ex.: frio, muito grande, aproximadamente alto,
  - Quantitativamente (por funções de pertinência).
- Obs.: Termos lingüísticos podem ser modificados por qualificadores.

Variáveis lingüísticas (2/4)

- Uma variável lingüística é caracterizada por
  $\{x, T, U, m(n)\}$

  Onde:
  - x é o nome da variável;
  - T é um conjunto de termos lingüísticos;
  - U é o domínio (universo) de valores de x sobre os quais os significados dos termos lingüísticos são determinados
    - Ex.: altura pode estar entre 1,30m e 1,90m.
  - m(x) é uma função semântica que assinala a cada termo lingüístico t de T um conjunto difuso que representa o seu significado.
- Basicamente são conjuntos difusos + qualificadores.

Variáveis lingüísticas (3/4)

- Exemplo:

$$\{altura, \{baixo, alto\}, [1,30; 1,90], m\}$$

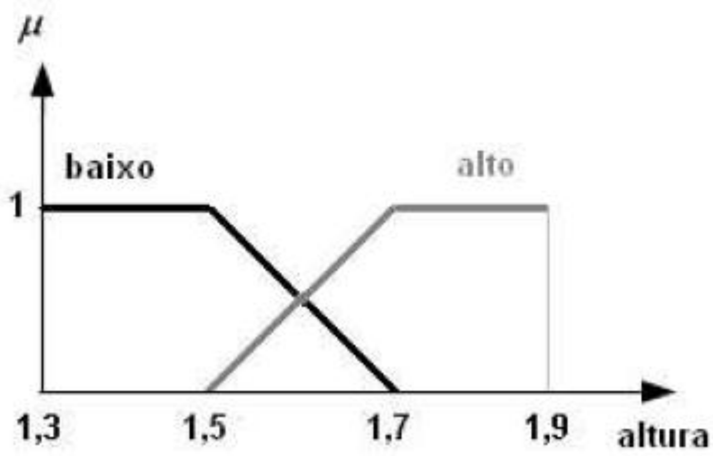


Figura 2.4: Exemplo de conjuntos difusos (representados por funções de pertinência) associados a termos lingüísticos

Variáveis lingüísticas (4/4)

- Exemplo de variáveis lingüísticas do conjunto altura com qualificadores:
  - muito alto
  - um tanto alto
  - ligeiramente alto

Regras difusas

- Forma mais comum: regras se/então.
  - SE <antecedente> ENTÃO <conseqüente>
- Antecedente: possui condições que, quando satisfeitas (**mesmo que parcialmente**), determinam o processamento do conseqüente através de um mecanismo de inferência difusa.
  - Disparo de uma regra: ocorre quando o processamento do antecedente para as entradas atuais gerou graus de pertinência não nulos.
- Conseqüente: composto por ações ou diagnósticos que são gerados com o disparo da regra.
  - Os conseqüentes das regras disparadas são processados em conjunto para gerar uma resposta determinística para cada variável de saída do sistema.

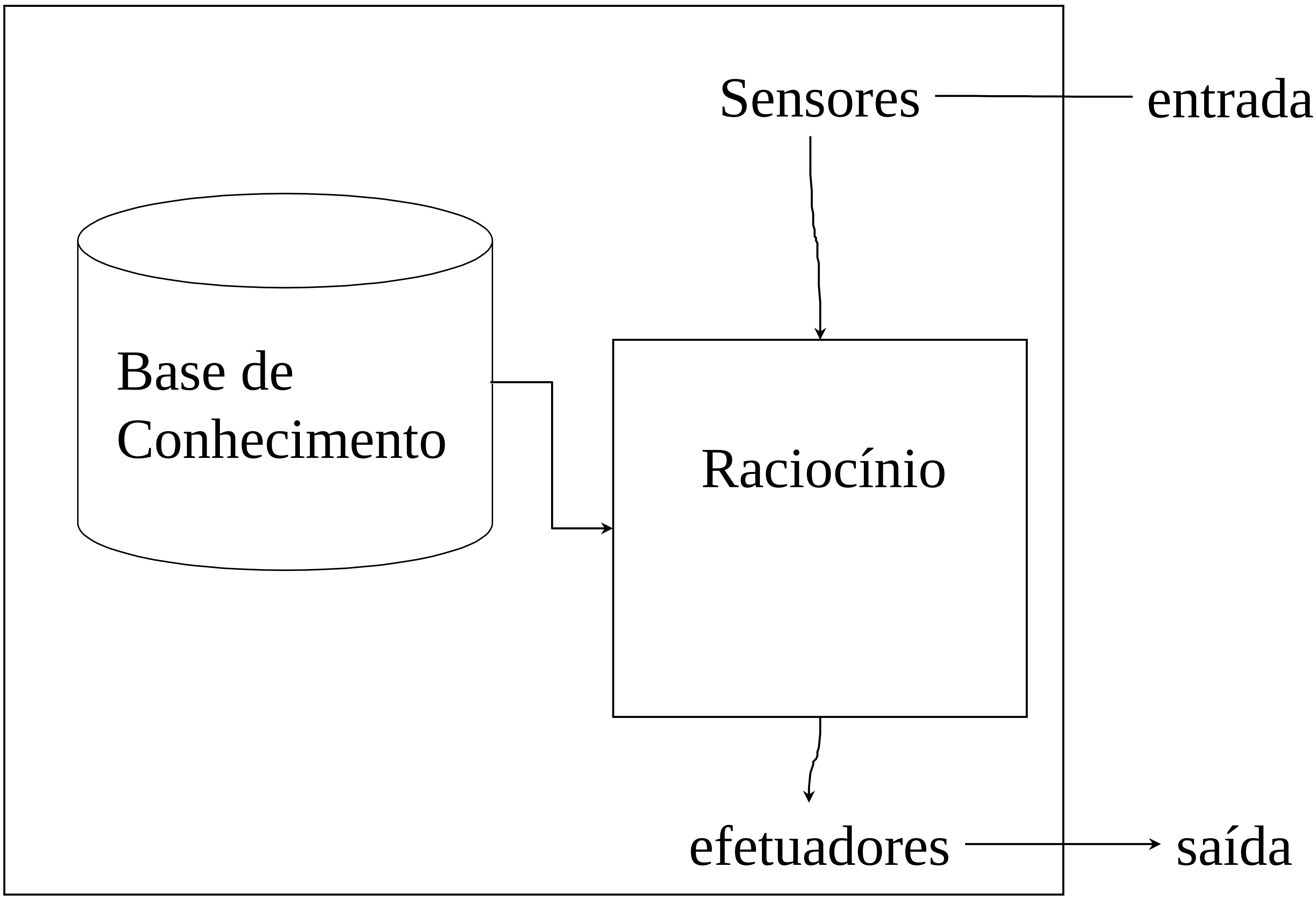
Sistemas difusos (1/2)

- São sistemas baseados em regras que usam lógica difusa para raciocinar sobre os dados.
- Possuem a habilidade de codificar conhecimento de forma próxima à usada pelos especialistas.
- O que faz uma pessoa ser especialista?
  - Justamente a capacidade em fazer diagnósticos ou recomendações em termos imprecisos.
- Sistemas *Fuzzy* capturam uma habilidade próxima do conhecimento do especialista.
- O processo de aquisição do conhecimento por sistemas difusos é:
  - mais fácil,
  - mais confiável,
  - menos propenso a falhas e ambigüidades.

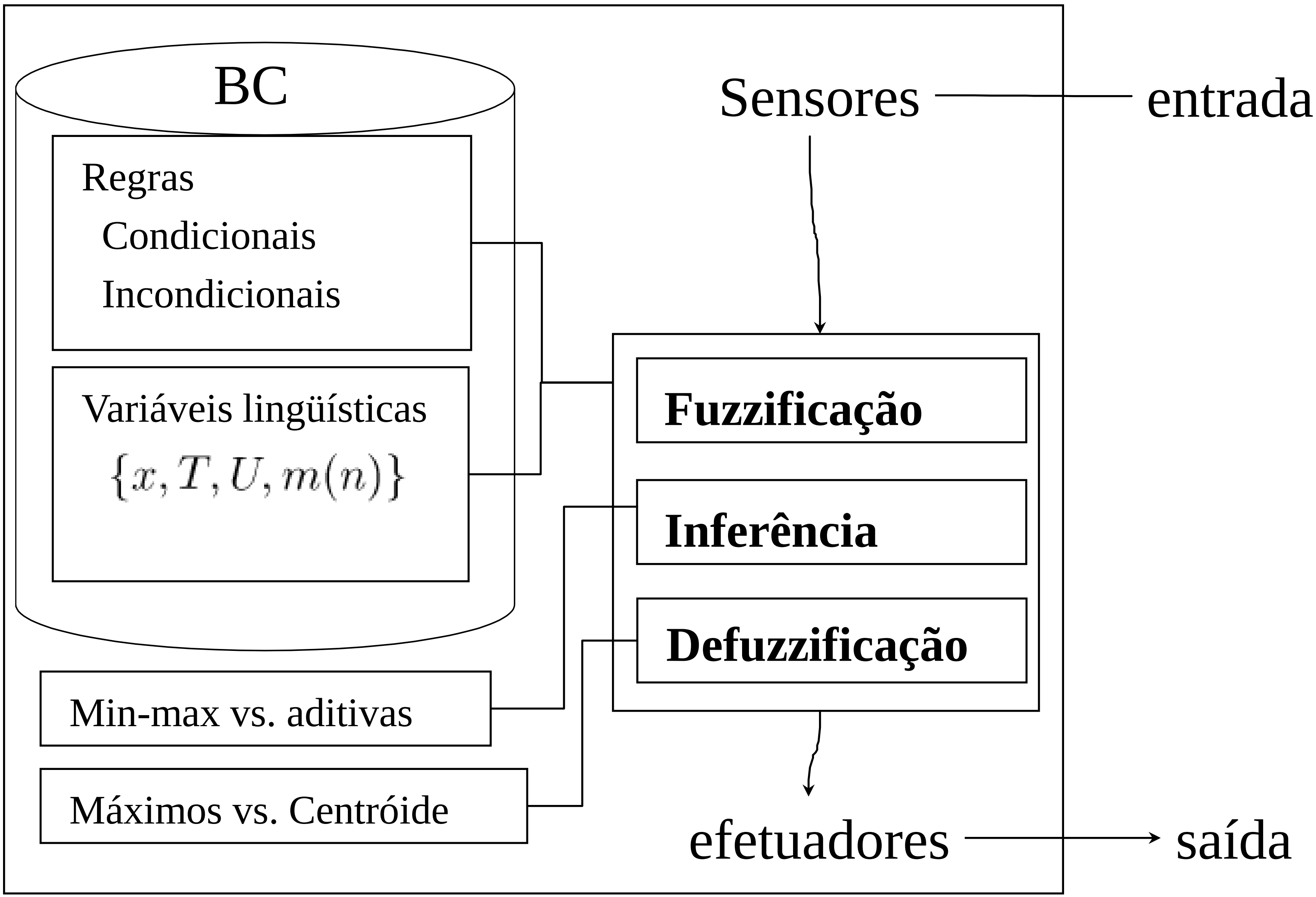
Sistemas difusos (2/2)

- Devido aos seus benefícios, como:
  - regras próximas da linguagem natural,
  - fácil manutenção,
  - simplicidade estrutural.
- Os modelos baseados em sistemas *Fuzzy* são validados com maior precisão.
- A confiança destes modelos cresce.

Um agente inteligente com BC



Um agente inteligente difuso



Módulos de um sistema difuso

- Base de conhecimento
  – Regras
  – Variáveis lingüísticas
- Processos do Raciocíno
  – Processo de fuzzificação
  – Processo de inferência
  – Processo de defuzzificação

Base de conhecimento: regras

- Forma mais comum: regras se/então
  - SE <antecedente> ENTÃO <conseqüente>
- Condicionais.
  - **If** x is X **then** a is A.
  - **If** x is X and y is Y **then** a is A.
  - **If** x is muito X **then** a is A.
- Incondicionais.
  - a is A.
  - a is mais que A.

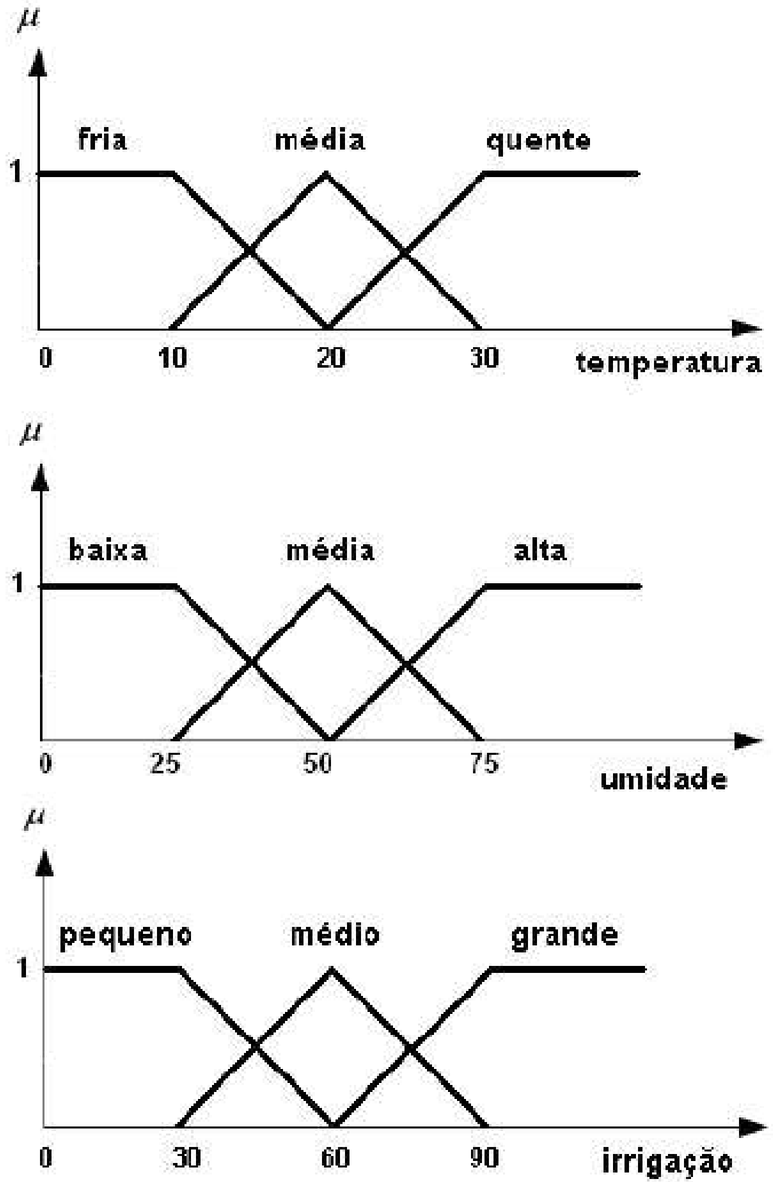
Base de conhecimento: variáveis lingüísticas

- Lembrando: uma variável lingüística é caracterizada por $\{x, T, U, m(n)\}$, onde:
  - x é o nome da variável;
  - T é um conjunto de termos lingüísticos;
  - U é o domínio (universo) de valores de x sobre os quais os significados dos termos lingüísticos são determinados
  - m(x) é uma função semântica que assinala a cada termo lingüístico t de T um conjunto difuso que representa o seu significado.
- Basicamente são conjuntos difusos + qualificadores.
- Técnica de armazenamento:
  - Guardar a expressão da função.
  - Guardar um par de vetores X e Y

Sistema difuso – exemplo

- Determinar o tempo de irrigação de uma plantação (em minutos), de acordo com a temperatura (graus Celsius) e a umidade do ar (%).

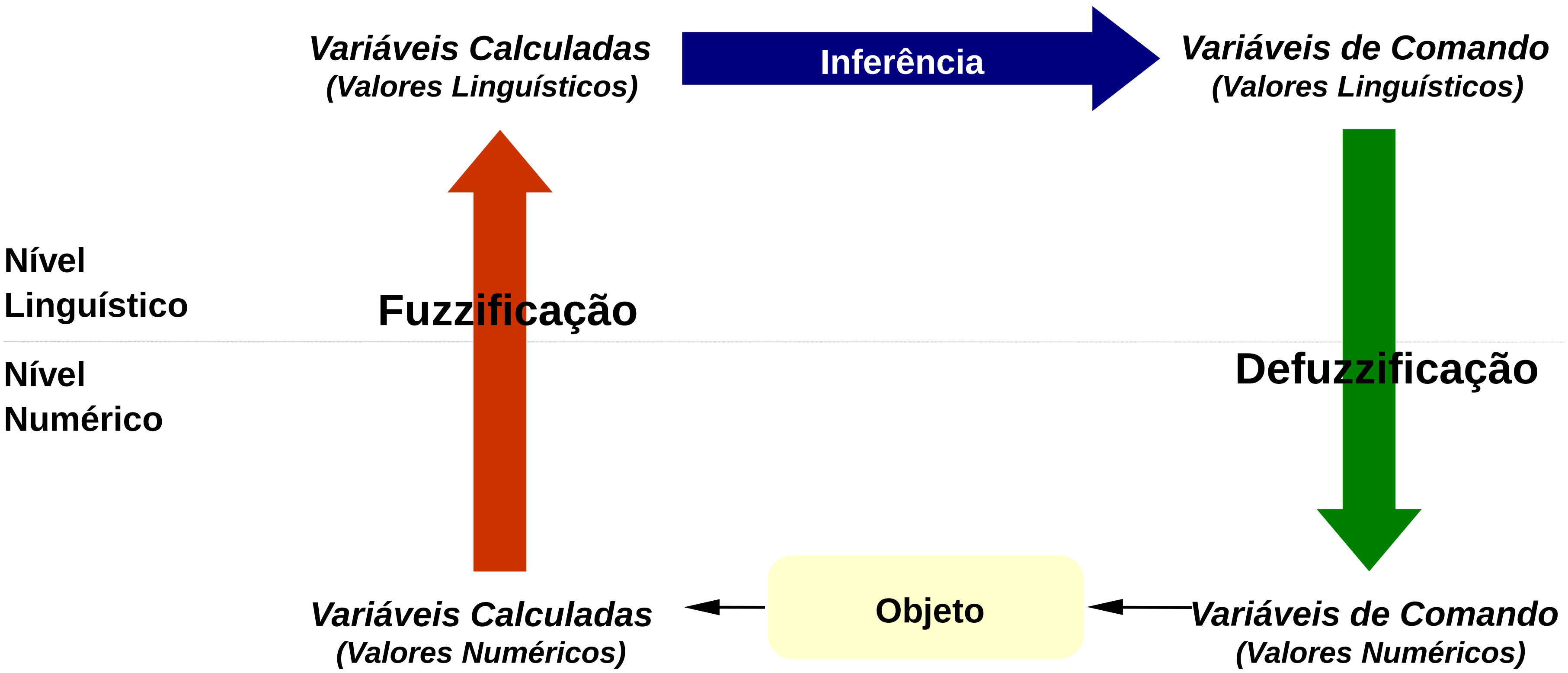
Exemplo: variáveis lingüísticas



Exemplo: regras

1. Se temperatura é fria e umidade é alta então irrigação é pequeno.
2. Se temperatura é média e umidade é média então irrigação é médio.
3. Se temperatura é fria e umidade é média então irrigação é médio.
4. Se temperatura é quente e umidade é baixa então irrigação é grande.

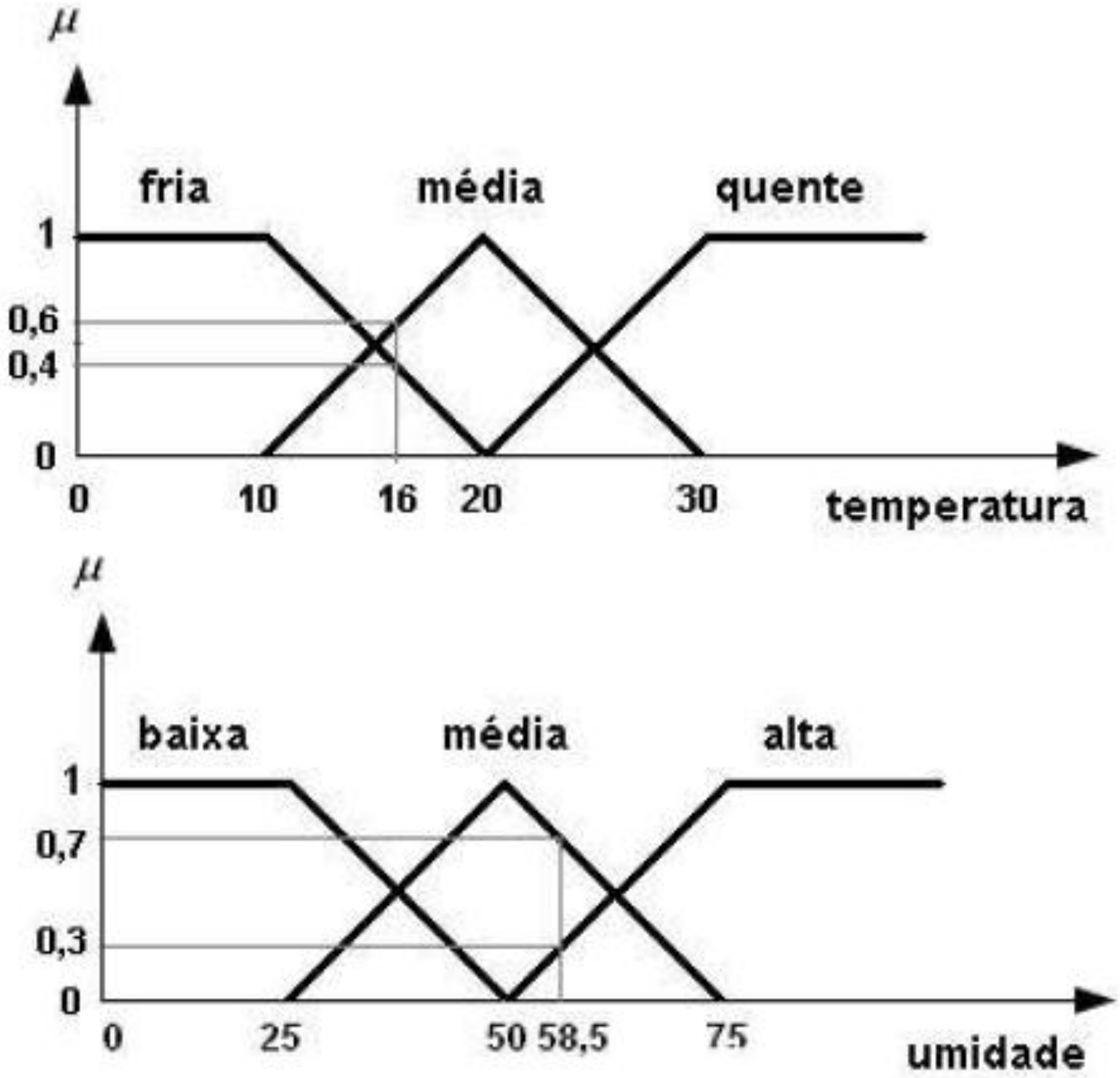
Etapas do raciocínio



Raciocínio: fuzzificação

- Determinação dos valores de pertinência das variáveis de entrada.
- Transforma entradas *crisp* em valores difusos.
- Lembrando: podem ser utilizadas diferentes funções de pertinência para cada variável. As mais comuns são:
  - Triangular
  - Trapezoidal
  - Sino

Exemplo de fuzzificação



Raciocínio: inferência (1/10)

- Transformação dos conjuntos difusos de cada variável de saída em um único.
- Realiza a interpretação das regras da base de conhecimento.
- Passos:
  - Ativação do antecedente,
  - Implicação,
  - Agregação.

Raciocínio: inferência (2/10)

- Ativação do antecedente:
  - Utiliza os graus de pertinência das condições difusas, determinados na fuzzificação.
  - Aplica os operadores difusos para obter o grau de verdade das regras.

Raciocínio: inferência (3/10)
Exemplo de ativação do antecedente

- Sejam:
  - Temperatura é fria com grau de pertinência 0,4
  - Temperatura é média com grau de pertinência 0,6
  - Temperatura é quente com grau de pertinência 0
  - Umidade é baixa com grau de pertinência 0
  - Umidade é média com grau de pertinência 0,7
  - Umidade é alta com grau de pertinência 0,3
  - $\mu_{A \wedge B}(x_i) = min[\mu_A(x_i), \mu_B(x_i)]$

Raciocínio: inferência (4/10)
Exemplo de ativação do antecedente

1. Se temperatura é $\overset{0,4}{\text{fria}}$ e umidade é $\overset{0,3}{\text{alta}}$ então irrigação é pequeno.
2. Se temperatura é $\overset{0,6}{\text{média}}$ e umidade é $\overset{0,7}{\text{média}}$ então irrigação é médio.
3. Se temperatura é $\overset{0,4}{\text{fria}}$ e umidade é $\overset{0,7}{\text{média}}$ então irrigação é médio.
4. Se temperatura é $\overset{0}{\text{quente}}$ e umidade é $\overset{0}{\text{baixa}}$ então irrigação é grande.

- Ativações dos antecedentes:
  1. 0,3
  2. 0,6
  3. 0,4
  4. 0

Raciocínio: inferência (5/10)

- Implicação
  - Obtenção dos valores difusos de saída de cada regra.
  - Obtenção de um conjunto difusos de saída para cada regra.
  - Métodos mais comuns:
    - Mínimo: $C1 = min(\mu_{regra}, C)$
    - Produto: $C1 = \mu_{regra} \cdot C$

Onde: C1 é um conjunto difuso de saída determinado pela aplicação da implicação;

C é o conjunto difuso de saída existente no conseqüente da regra;

μ_{regra} é o grau de verdade da regra.

Raciocínio: inferência (6/10) Exemplo de implicação

0,3

1. Se temperatura é fria e umidade é alta então irrigação é pequeno.

0,6

2. Se temperatura é média e umidade é média então irrigação é médio.

0,4

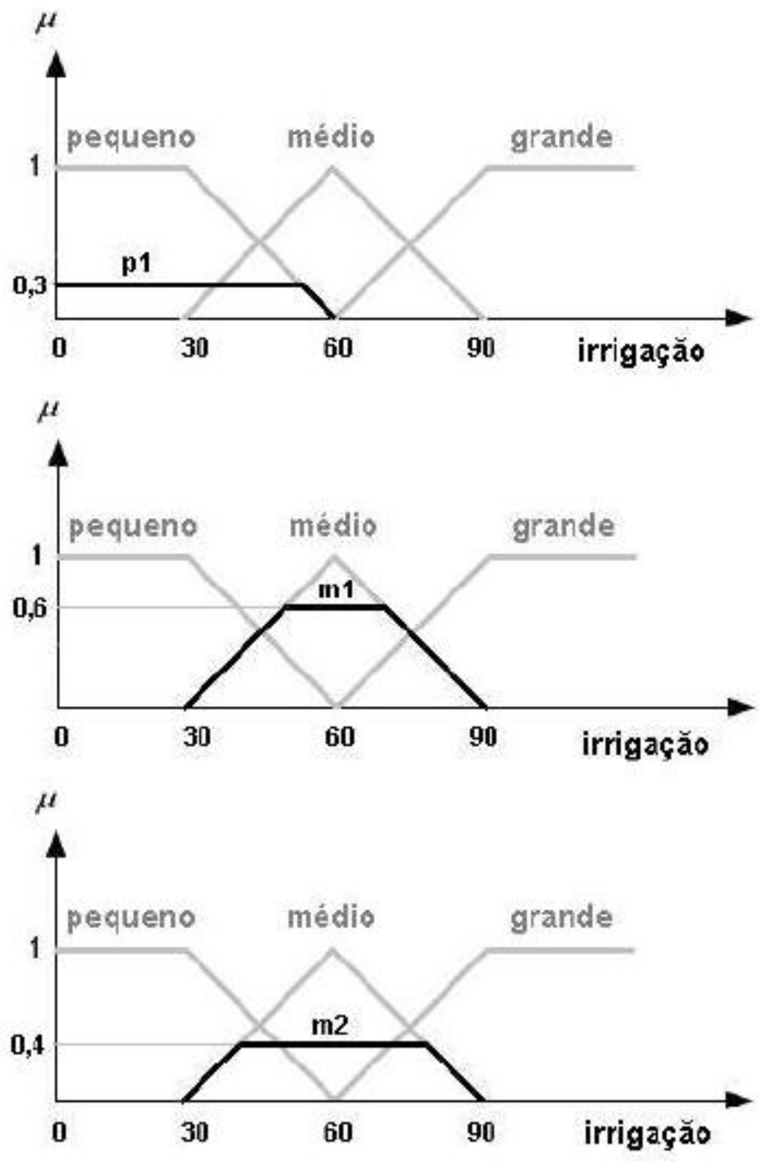
3. Se temperatura é fria e umidade é média então irrigação é médio.

0

4. Se temperatura é quente e umidade é baixa então irrigação é grande.

- Resultados da implicação. O tempo de irrigação deve ser:
  1. 0,3 pequeno
  2. 0,6 médio
  3. 0,4 médio
  4. 0 grande – não participará do processo de inferência.

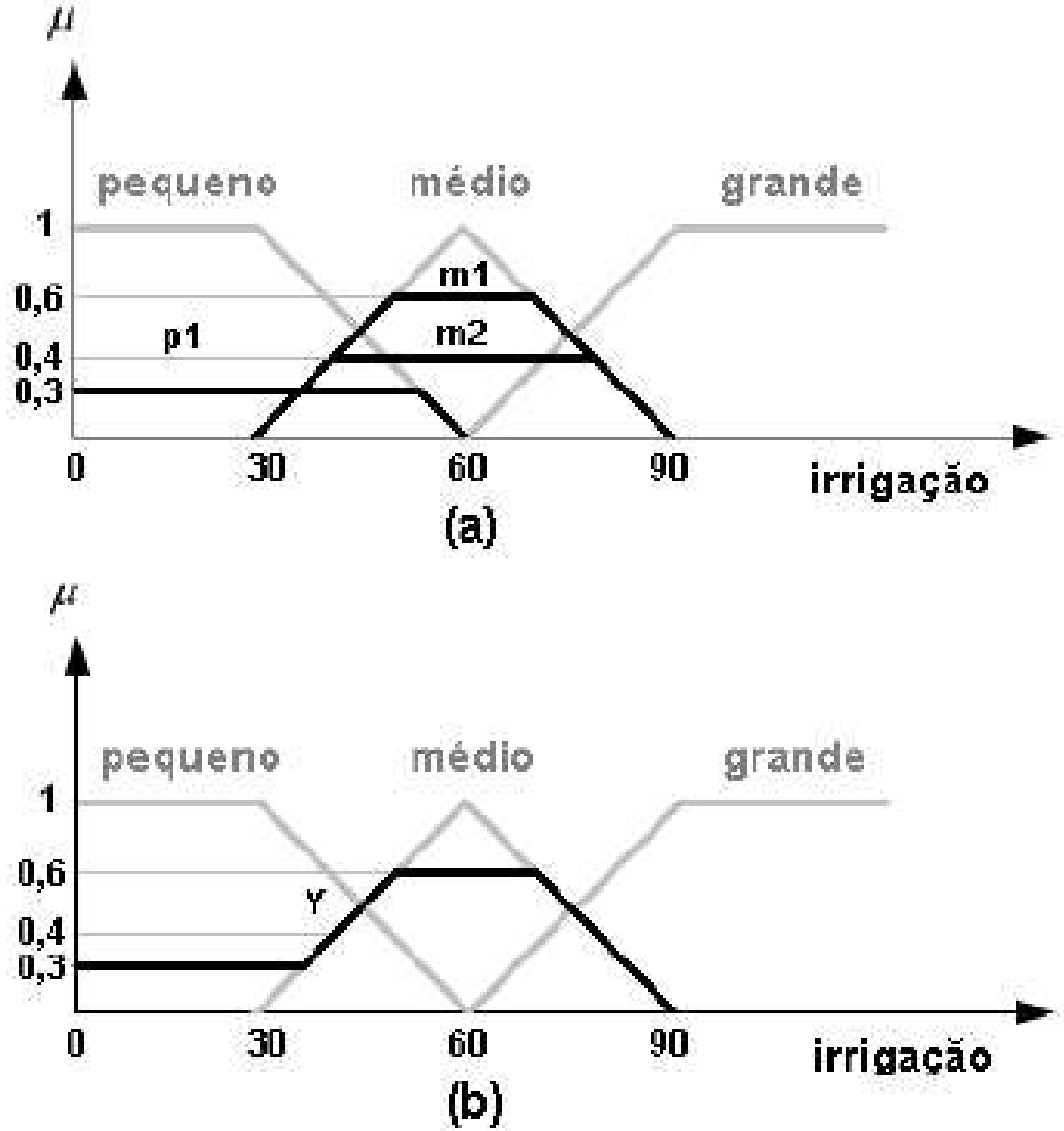
Raciocínio: inferência (7/10)
Exemplo de implicação



Raciocínio: inferência (8/10)

- Agregação:
  - Agrega os conjuntos difusos obtidos na implicação.
  - Obtém um único conjunto difuso, que descreve a saída do sistema.
  - Pra quê?
    - Porque se espera que o sistema difuso produza uma única decisão.
  - Como?
    - Normalmente se utiliza o operador de união máximo.
      $$\mu(x) = \max(\mu_1(x), \ldots, \mu_n(x))$$
    - Mas também pode ser utilizado, por ex., o operador de união soma limitada.
      $$\mu(x) = \min(1, \mu_1(x) + \ldots + \mu_n(x))$$

Raciocínio: inferência (9/10)
Exemplo de agregação



Raciocínio: inferência (10/10) Observação

- Quando se utiliza o *min* na etapa de implicação e o *max* na etapa de agregação, diz-se que foi utilizada a técnica *min-max* de inferência.
- Quando se utilizam os operadores de soma limitada, diz-se que foi utilizada a técnica aditiva (ou cumulativa) de inferência.

Raciocínio: defuzzificação (1/3)

- Produz um valor *crisp* a partir de um conjunto difuso.
- Pra quê?
  - Porque apesar de um único conjunto difuso de saída (produzido na etapa anterior) possuir informação qualitativa útil, normalmente queremos uma saída *crisp*.
- Como?
  - Existem diversos métodos.

Raciocínio: defuzzificação (2/3) Métodos de defuzzificação

- Seja o conjunto difuso de saída $Y = \mu_Y(v)$ definido no universo de discurso V da variável v.
- O valor defuzzificado y_{sai} é:

Mais robustos

  - Centróide para universo de discurso contínuo

$$y_{sai} = \frac{\int_V v \cdot \mu_Y(v)dv}{\int_V \mu_Y(v)dv}$$

  - Centróide para universo de discurso discreto

$$y_{sai} = \frac{\sum_V v \cdot \mu_Y(v)}{\sum_V \mu_Y(v)}$$

Raciocínio: defuzzificação (3/3) Métodos de defuzzificação

- Primeiro do máximo:

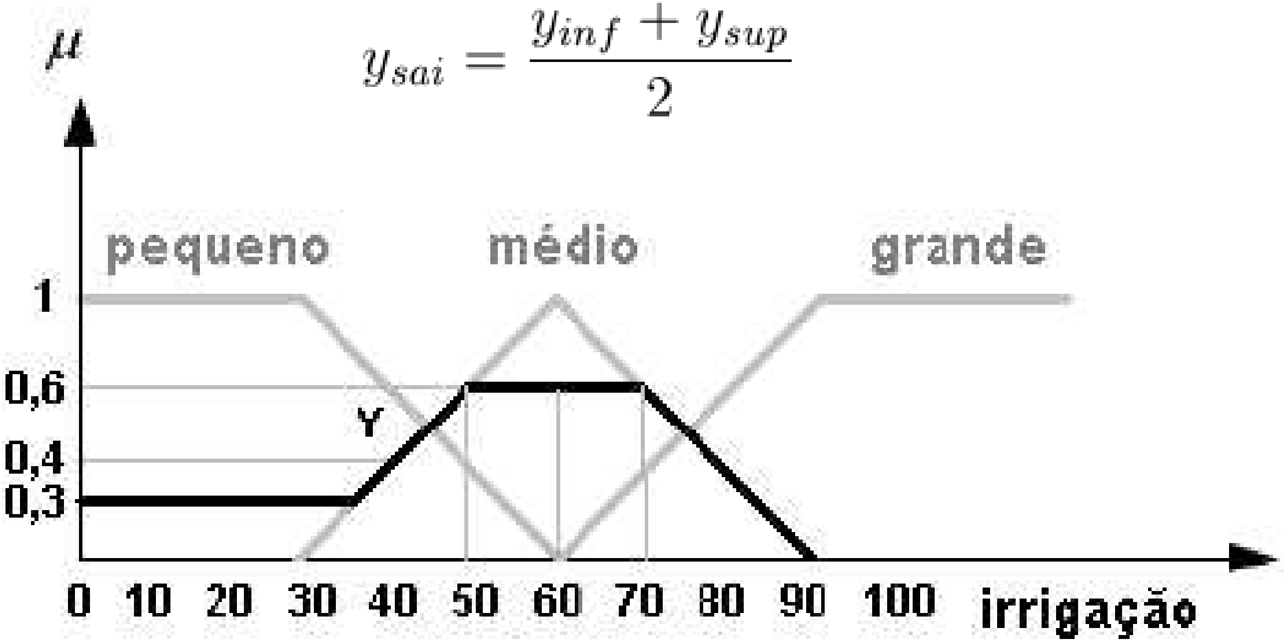
$$y_{sai} = \{min(z|\mu_Y(z) = max(\mu_Y(v)))\}$$

- Meio do máximo:

$$y_{inf} = \{min(z|\mu_Y(z) = max(\mu_Y(v)))\}$$

$$y_{sup} = \{max(z|\mu_Y(z) = max(\mu_Y(v)))\}$$

$$y_{sai} = \frac{y_{inf} + y_{sup}}{2}$$

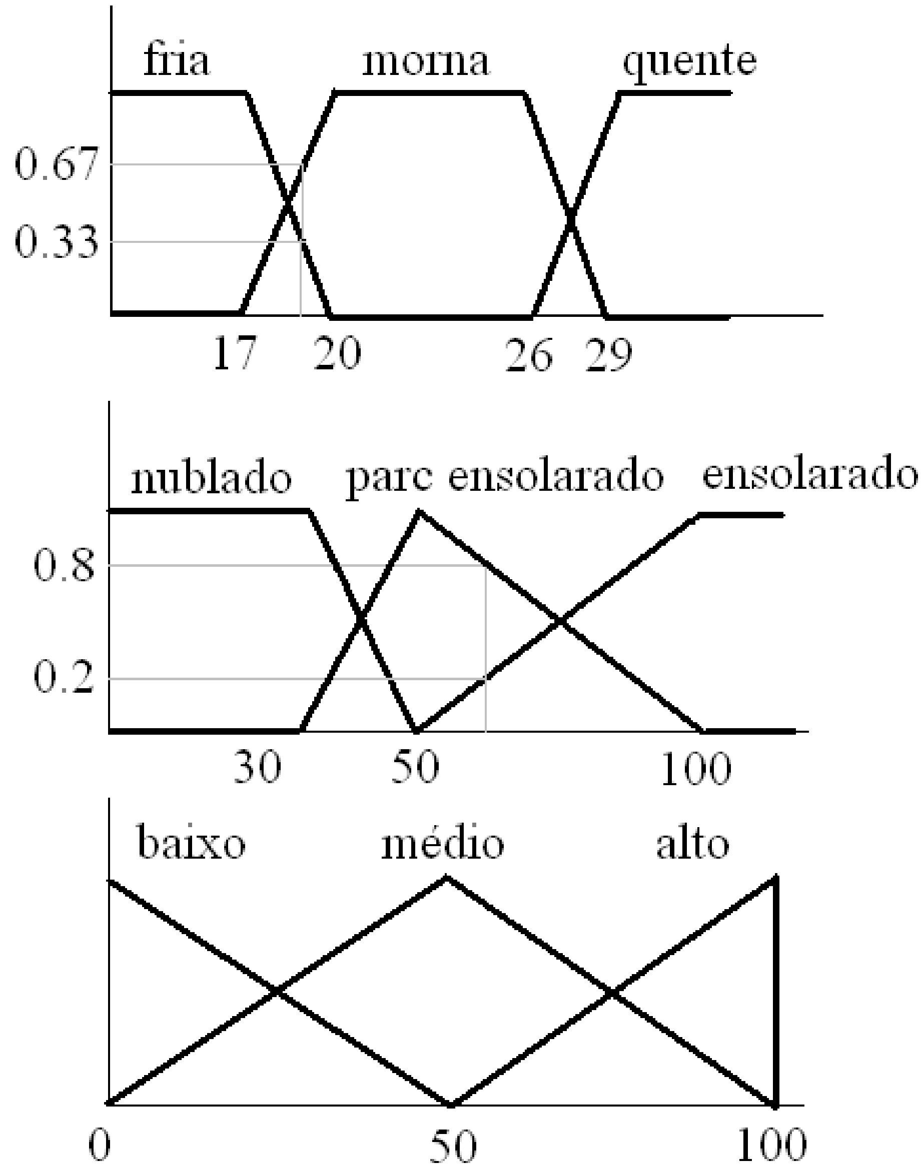


Estudo de caso
Formulação

- Formulação:
  - Seja um sistema difuso para predizer o número de turistas visitando um resort.
  - Variáveis de entrada:
    - Temperatura (em graus Celsius)
    - Luz do sol (expressa em uma porcentagem do máximo esperado de luz do sol)
  - Saída:
    - Quantidade estimada de turistas (expressa em porcentagem da capacidade do resort).

Estudo de caso
Construção (1/3)

- Base de conhecimento – variáveis lingüísticas
  - Entradas:
    - Temperatura {fria, morna, quente}
    - Luz do sol {nublado, parcialmente ensolarado, ensolarado}
  - Saída:
    - Turistas {baixo, médio, alto}



Estudo de caso
Construção (2/3)

- Base de conhecimento – regras (devem ser definidas por um especialista)
  1. Se temperatura é quente ou luz do sol é ensolarado então turistas é alto.
  2. Se temperatura é morna e luz do sol é parcialmente ensolarado então turistas é médio.
  3. Se temperatura é fria ou luz do sol é nublado então turistas é baixo.
- Operadores de união e intersecção: max e min.

Estudo de caso
Construção (3/3)

- Raciocínio
  - Escolha da estratégia de implicação
    - Mínimo
  - Escolha da estratégia de agregação
    - Máximo
  - Escolha do método de defuzzificação
    - Centróide

Estudo de caso
Execução (1/5)

- Suponha a situação em que foi observado:
  - Temperatura de 19 graus Celcius.
  - Luz do sol de 60%.
- Raciocínio - Fuzzificação

Temperatura

$\mu_{\mathbf{fria}}(19) = 0.33$

$\mu_{\mathbf{morna}}(19) = 0.67$

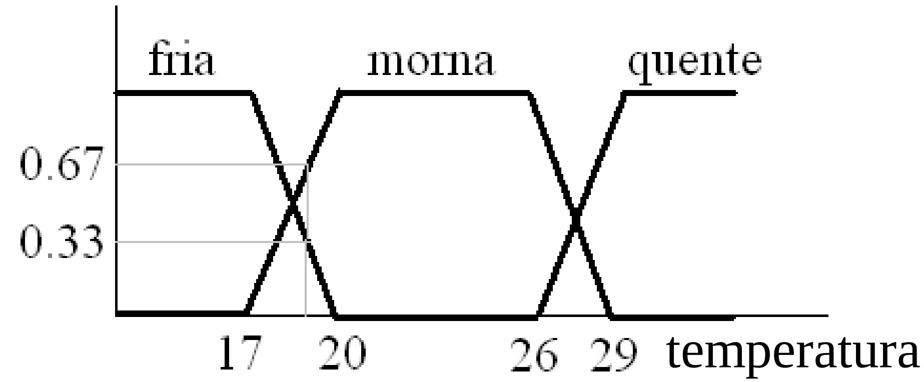
$\mu_{\mathbf{quente}}(19) = 0$

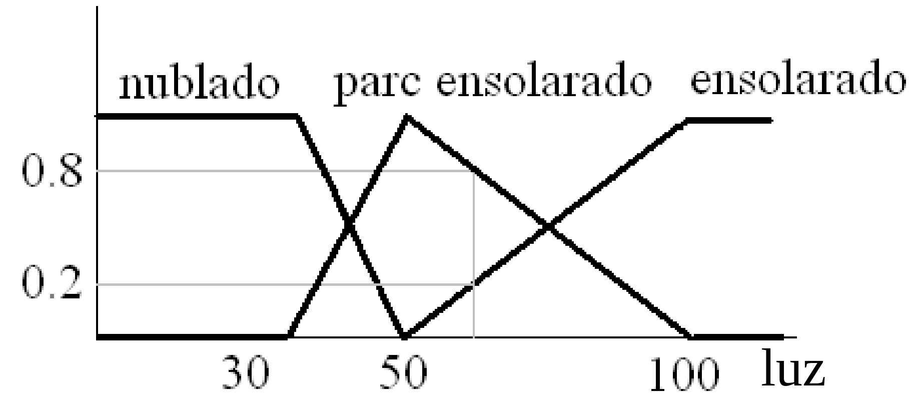
Luz do sol

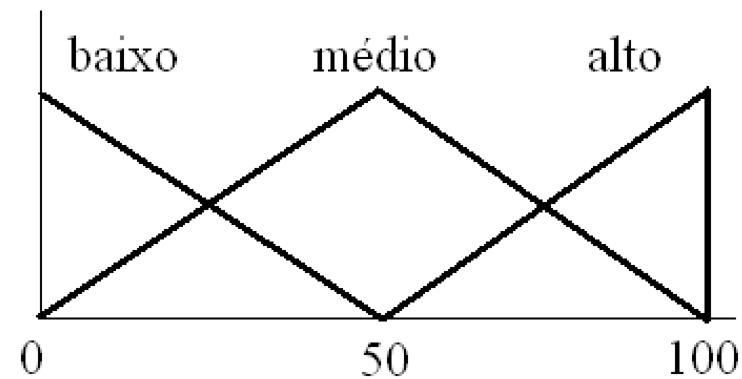
$\mu_{\mathbf{nublado}}(60) = 0$

$\mu_{\mathbf{parc\ ensolarado}}(60) = 0.8$

$\mu_{\mathbf{ensolarado}}(60) = 0.2$







Estudo de caso
Execução (2/5)

- Raciocínio - Inferência
  - Ativação do antecedente
    1. Se temperatura é quente ou luz do sol é ensolarado

       $\mu_{\mathbf{quente}}(19) \vee \mu_{\mathbf{ensolarado}}(60)$

       = max(0, 0.2) = 0.2
    2. Se temperatura é morna e luz do sol é parcialmente ensolarado

       $\mu_{\mathbf{morna}}(19) \wedge \mu_{\mathbf{parc\ ensolarado}}(60)$

       = min(0.67,0.8) = 0.67
    3. Se temperatura é fria ou luz do sol é nublado

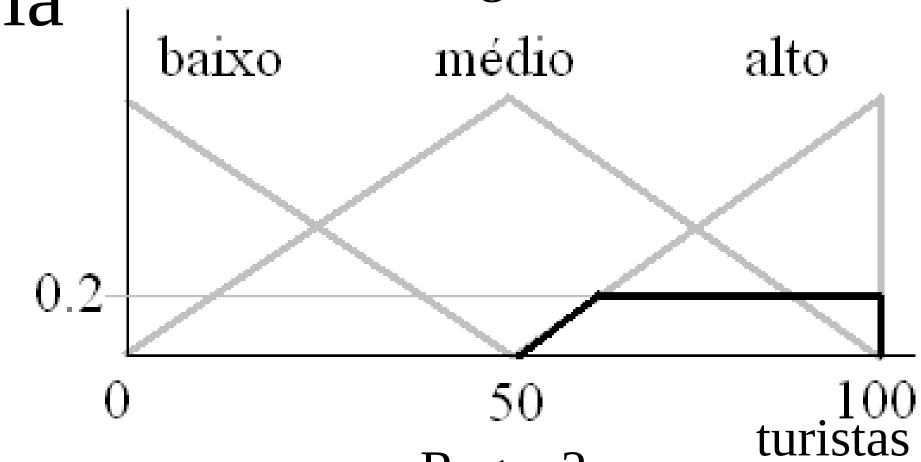
       $\mu_{\mathbf{quente}}(19) \vee \mu_{\mathbf{ensolarado}}(60)$

       = max(0.33,0) = 0.33

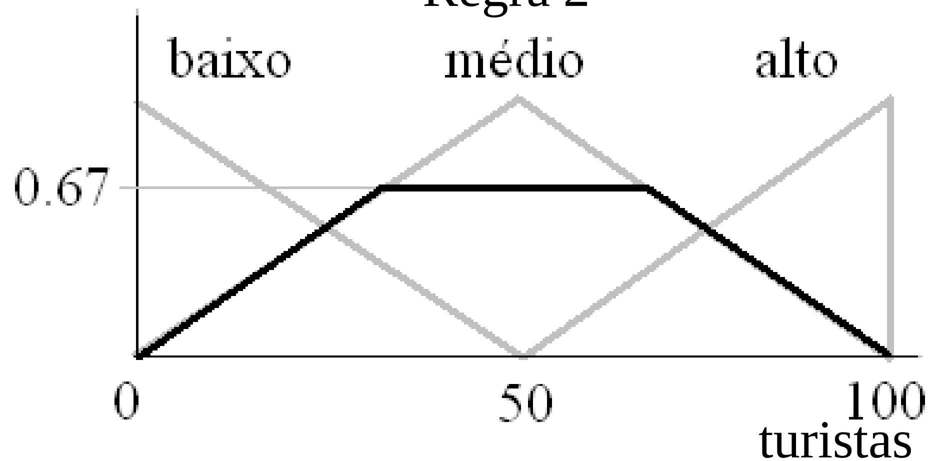
Estudo de caso
Execução (3/5)

- Raciocínio - Inferência
  - Implicação

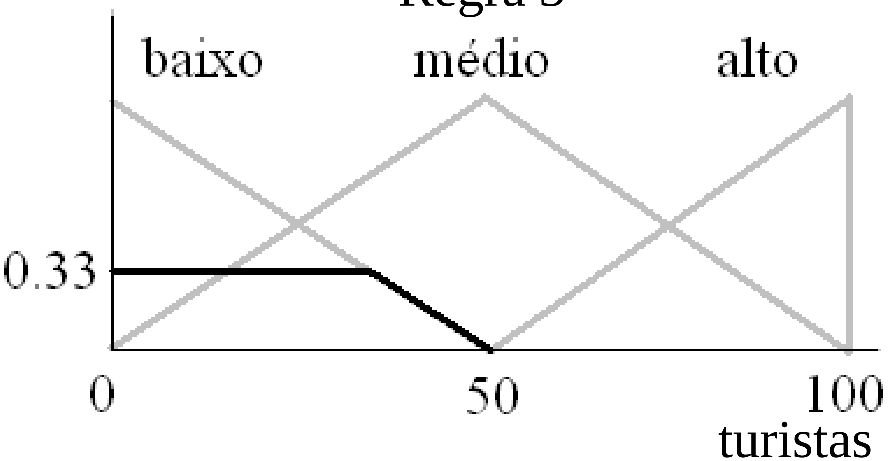
Regra 1



Regra 2

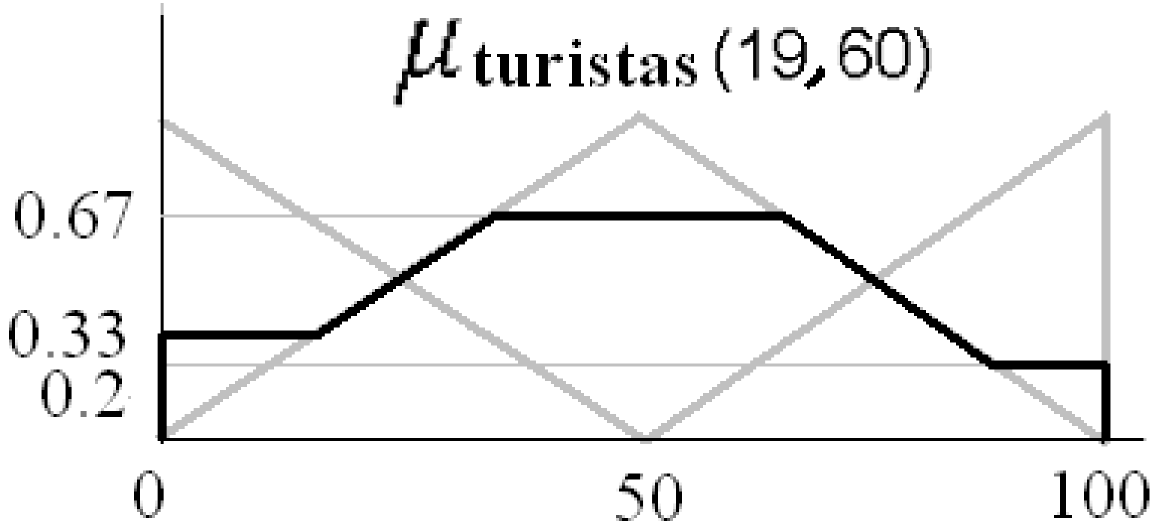


Regra 3



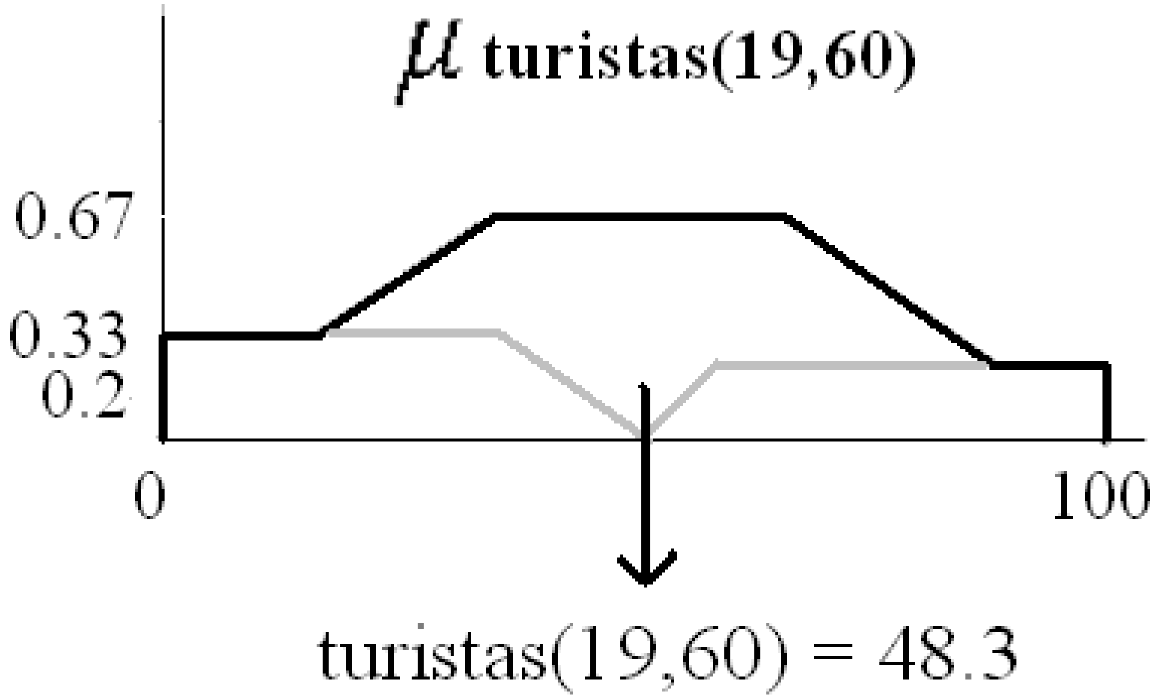
Estudo de caso Execução (4/5)

- Raciocínio – Inferência
  - Agregação



Estudo de caso
Execução (5/5)

- Raciocínio – Defuzzificação



Exercício

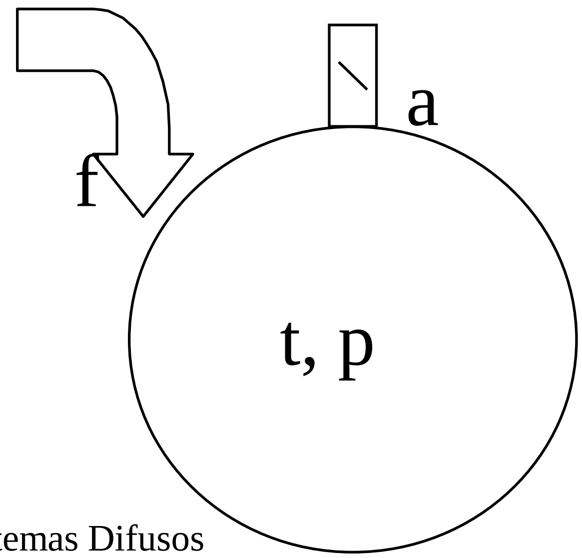
- Formulação:
  - Seja um sistema que controla a segurança de uma caldeira.
  - As entradas são a temperatura (t) e a pressão (p) no interior da caldeira.
  - As saídas são o ângulo da válvula de escape (a) e o fluxo do jato de água que banha a caldeira (f).
  - Definir o sistema fuzzy completo como no estudo de caso anterior.

t: temperatura

p: pressão

a: ângulo

f: fluxo



Lógica difusa no mundo

- Lógica *Fuzzy* tornou-se tecnologia padrão e é também aplicada em análise de dados e sinais de sensores;
- Também utiliza-se lógica fuzzy em finanças e negócios;
- Aproximadamente 1100 aplicações bem sucedidas foram publicadas em 1996; e
- Utilizada em sistemas de Máquinas Fotográficas, Máquina de Lavar Roupas, Freios ABS, Ar Condicionado e etc.

Conclusão

Lógica difusa é uma importante ferramenta para auxiliar a concepção de sistemas complexos, de difícil modelagem, e pode ser utilizada em conjunto com outras tecnologias de ponta, como é o caso da combinação entre lógica difusa e redes neurais artificiais.

Referências bibliográficas

REYES, C. A. P., *Lecture Notes in Computer Science 3204 - Coevolutionary Fuzzy Modeling*, Springer, Germany, 2004.

SANTOS, G. J. C., Tese de Mestrado, Universidade Federal de Santa Cruz, Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Ilhéus, Bahia, 2003.

ALMEIDA, P. E. M., EVSUKOFF, A. G., *Sistemas Inteligentes: Fundamentos e Aplicações*, cap. Sistemas Fuzzy, Manole, Barueru, São Paulo, 2005.

COX, E., *The FuzzySystems Handbook.*

KARTALOPOULOS, S. V., *Understanding Neural Networks and Fuzzy Logic*, IEEE PRESS, 1996.

KOSKO, B., *Fuzzy Engineering*, Prentice-Hall, 1997.

Kosko, B., *Neural Networks and Fuzzy Systems*, Prentice-Hall, 1992.